ТРИ ПОДХОДА К ПОСТРОЕНИЮ МНОЖЕСТВА ЦЕЛЫХ НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

(ЧАСТЬ 4)

Л. А. Янкина, канд. пед. наук,

доцент кафедры методики начального образования

Вычитание целых неотрицательных чисел

Аксиоматический подход

Разностью натуральных чисел a и b называется натуральное число $c = a - b$, удовлетворяющее условию $b + c = a$

$$c = a - b \Leftrightarrow b + c = a$$

Действие, с помощью которого находится разность, называется вычитанием.

Это действие обратное сложению

уменьшаемое

$$a - b = c$$

разность

вычитаемое

Примеры:

8 – 3 = 5, так как 3 + 5= 8

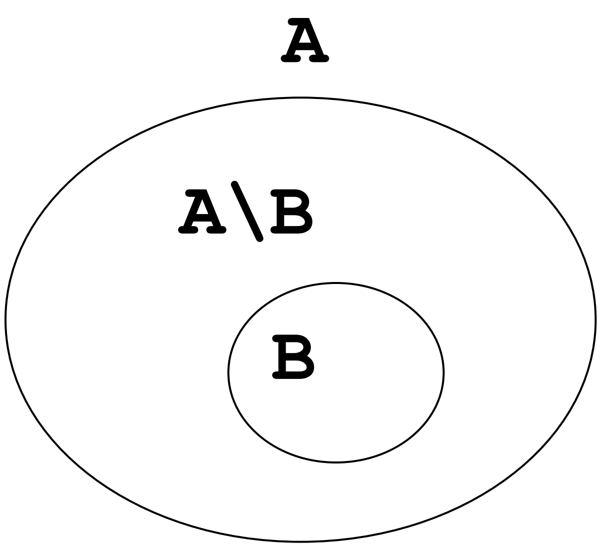
15 – 9 = 6 , так как 9 +6 = 15

Теоретико-множественный подход

Вычитание натуральных чисел связано с выделением подмножества из множества

Пусть A и B конечные множества,

$n(A) = a$, $n(B) = b$, $B \subseteq A$



Разностью натуральных чисел **a** и **b** называется **число элементов в разности множеств A и B**

$$a - b = n(A) - n(B) = n(A \setminus B)$$

Разностью натуральных чисел **a** и **b** называется **число элементов в дополнении подмножества B до множества A**

$$a - b = n(A) - n(B) = n(B'_A)$$

<u>Пример</u>: объясните, почему 5 – 2 = 3

$A = \{а, б, в, г, д\}$,

$B = \{б, в\}$, $n(B) = 2$, $B \subset A$

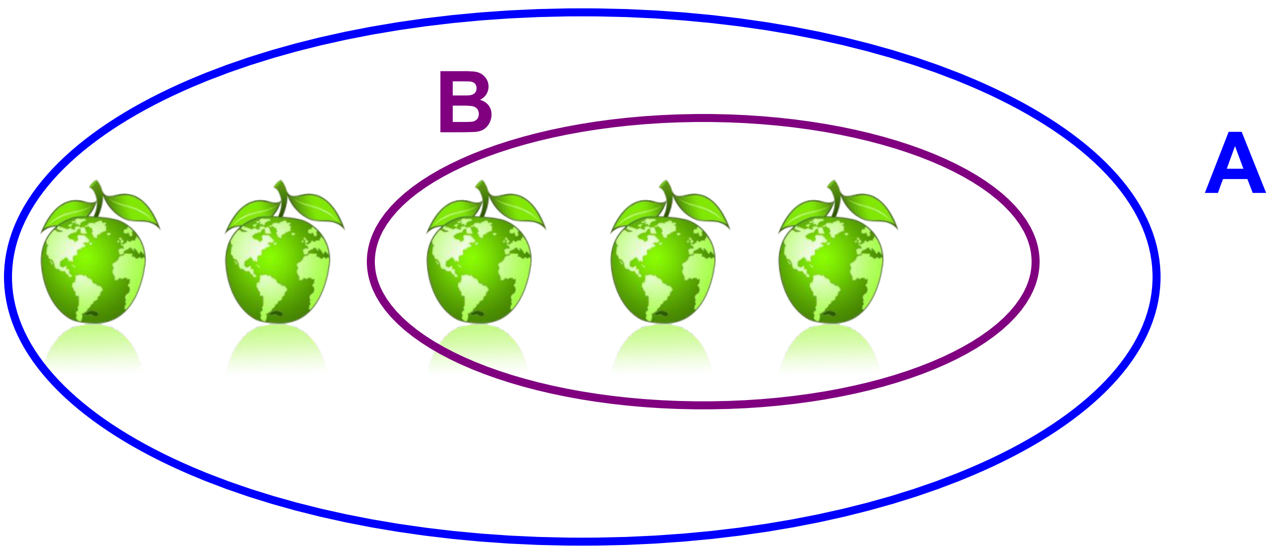
$B'_A = A \setminus B = \{а, г, д\}$, $n(B'_A) = 3$

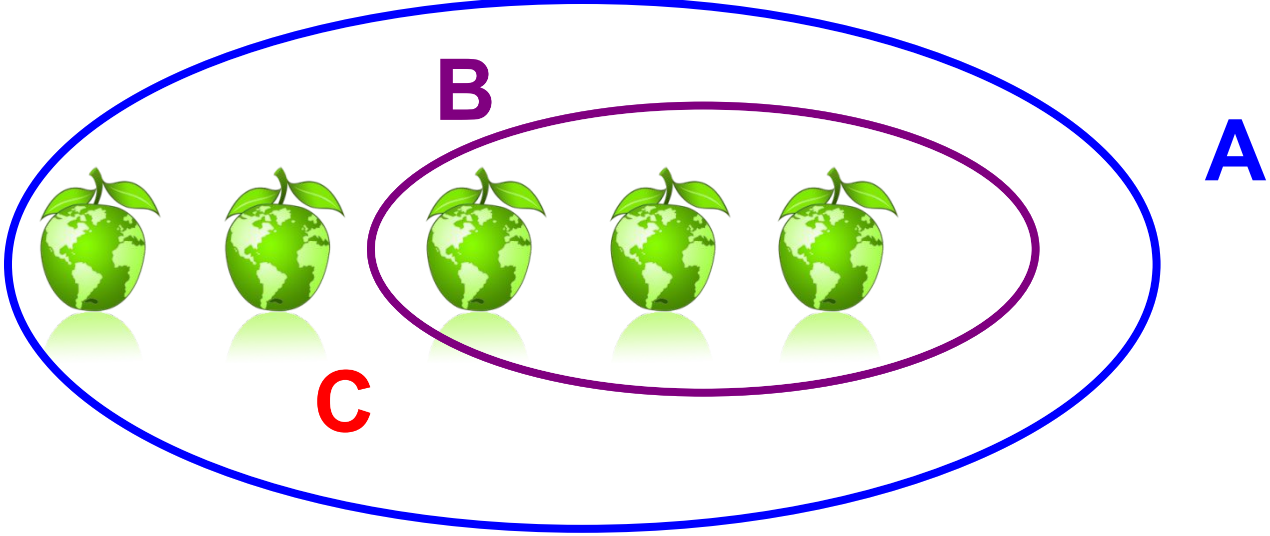
$n(A) - n(B) = n(A \setminus B) = n(B'_A)$ $\Rightarrow$ $5 – 2 = 3$

Пример:

Объясните, почему следующие задачи решаются вычитанием

1) На тарелке лежало 5 яблок. Взяли 3 яблока. Сколько яблок осталось на тарелке?





A – множество яблок, лежащих на тарелке

B – множество яблок, которые взяли

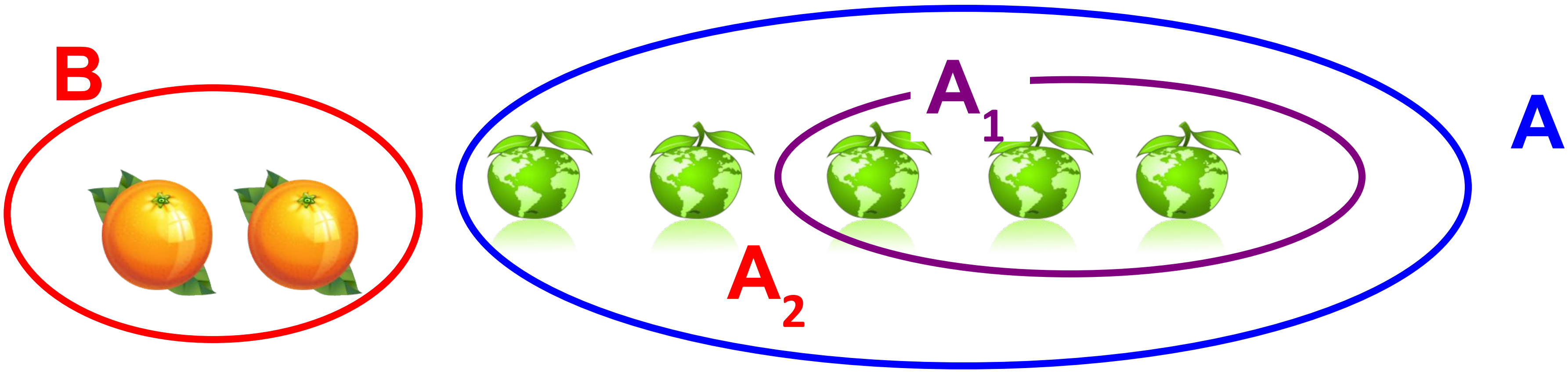
C – множество яблок, оставшихся на тарелке

$$n(A) = 5,\ n(B) = 3,\ B \subset A,\ C = A \setminus B \Rightarrow$$

$$n(C) = n(A \setminus B) = n(A) - n(B) \Rightarrow$$

5 – 3 = 2 (я.) - осталось

2) На тарелке лежало 5 яблок. А апельсинов на 3 меньше. Сколько апельсинов лежало на тарелке?



A – множество яблок, B – множество апельсинов, $n(A) = 5$, $n(B) = ?$

$A_1 \subset A$, $n(A_1) = 3$, $A_2 = A \setminus A_1$, $B \sim A_2 \Rightarrow$

$n(B) = n(A_2) = n(A \setminus A_1) = n(A) - n(A_1) \Rightarrow$

$5 - 3 = 2$ (а.) - было

3) На тарелке лежало 5 яблок, что на 3 больше, чем апельсинов. Сколько апельсинов лежало на тарелке?

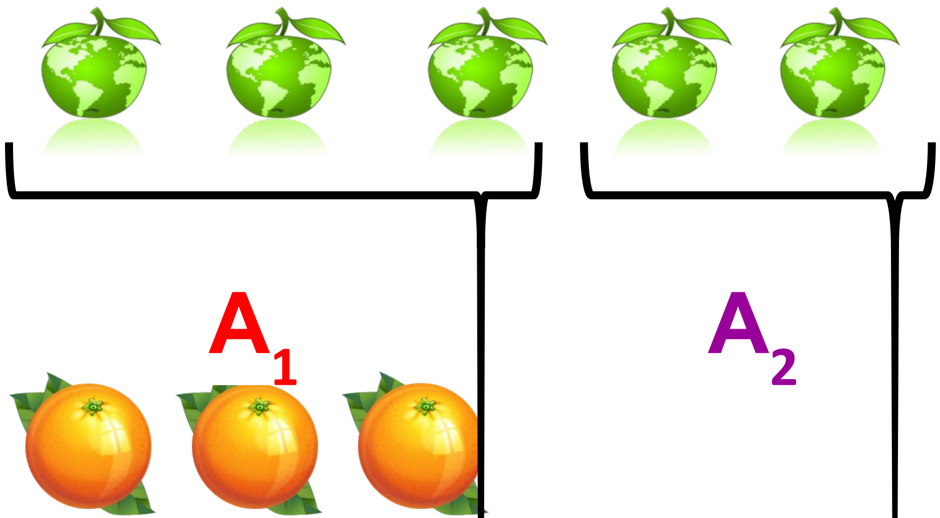
***Переформулируем задачу*:**

апельсинов на 3 меньше, чем яблок ⇒ задача 2

4) На тарелке лежало 5 яблок и 3 апельсина. На сколько яблок больше, чем апельсинов?

A

B



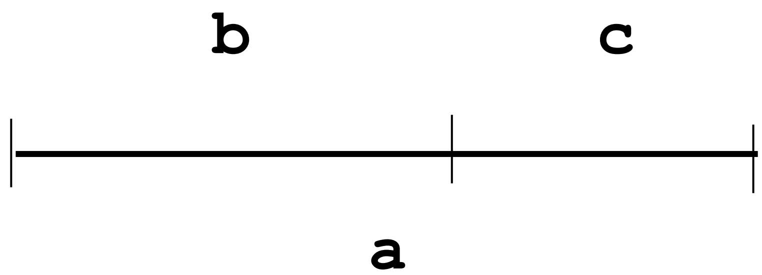
A – множество яблок, B – множество апельсинов, $n(A) = 5$, $n(B) = 3$

$A_1 \subset A$, $A_1 \sim B$, т.е. $n(A_1) = 3$, $A_2 = A \setminus A_1$, $\Rightarrow$

$n\,(A_2) = n(A \setminus A_1) = n(A) - n(A_1) \Rightarrow$

5 – 3 = 2 (я.) - больше

Натуральное число как результат измерения величин



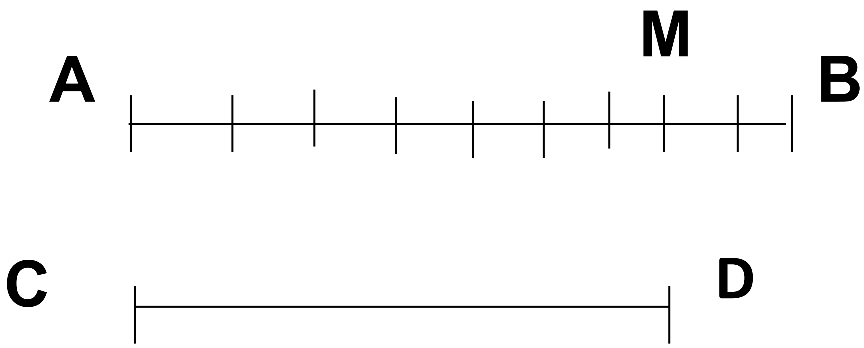
Если отрезок a состоит из отрезков b и c и длины отрезков a и b выражаются натуральными числами p и q (при одной и той же единице длины), т. е. $a = pe$, $b = qe$, то мера отрезка c равна разности мер отрезков a и b :

$c = a - b = pe - qe = (p - q)\,e$ или

$$p - q = m_e(c) = m_e(a) - m_e(b)$$

Разность натуральных чисел можно рассматривать как меру отрезка **c**, дополняющего отрезок **b** до отрезка **a**, мерами которых являются числа **q** и **p**

<u>Примеры</u>: 1) обоснуем выбор действия при решении задачи «В саду собрали 9 кг смородины, а малины на 2 кг меньше. Сколько кг малины собрали?»



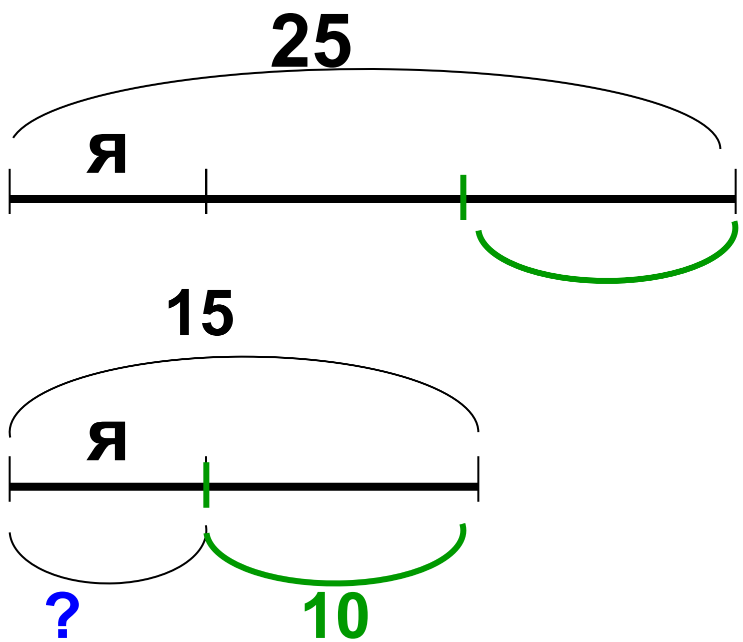
AB – 9 кг

BM – 2 кг

CD = AM, AM = AB - BM

9 - 2 = 7 (кг)

2) Масса ящика с лимонами равна 25 кг. После продажи половины всех лимонов ящик поставили на весы. Весы показали 15 кг. Какова масса пустого ящика?



1) 25-15 = 10 (кг) – масса половины лимонов,
2) 15-10 = 5 (кг) – масса ящика,

Ответ: 5 кг.

Теорема о существовании и единственности разности

Разность целых неотрицательных чисел a и b <u>существует</u> тогда и только тогда, когда $b \leq a$. Если разность чисел a и b существует, то она <u>единственна</u>.

$$(\exists ! \; c \in N) \; c = a - b \Leftrightarrow b \leq a$$

Свойства вычитания

1) <u>***Правило вычитания суммы из числа***</u>

$$a - (b + c) = a - b - c$$

2) <u>***Правило вычитания числа из суммы***</u>

$$c < a \Rightarrow (a + b) - c = (a - c) + b$$

или

$$c < b \Rightarrow (a + b) - c = a + (b - c)$$

В курсе математики начальной школы

1) **Тема «Табличное вычитание»**

Образец: 12 - 5 = 7

$\underline{12 - 2} - 3$

$$12 - 5 = 12 - (2 + 3) = (12 - 2) - 3 = 10 - 3 = 7$$

правило выч.суммы из числа

2) **Тема «Внетабличное вычитание»**

Образец: 60 – 24 = □

20 4

(60 – 20) – 4 = 36

3) Тема «Табличное вычитание»

<u>Образец</u>: 12 - 5 = 7

5 7

4) Тема «Внетабличное вычитание»

<u>Образец</u>: 36 - 2 = □

30 6

30 + (6 – 2) = 34

36 – 20 = □

30 6

(30 – 20) + 6 = 16

5) Какие числа нужно вставить в «окошки», чтобы получить верные равенства?

$43 - 2\square = 43 - \square\square - 7$ $\qquad$ $51 - \square 8 = 51 - 10 - \square$

6) Вычисли удобным способом:

а)(45 + 47) – 35 $\qquad$ б) 84 – 27 $\qquad$ в) 62 –14 – 26

$$(65 + 47) - 35 = (65 - 35) + 47 = 30 + 47 = 77$$

правило выч.
числа из суммы

$$84 - 27 = (80 + 4) - 27 = (80 - 27) + 4 = 53 + 4 = 57$$

$$84 - 27 = 84 - (20 + 7) = (84 - 20) - 7 = 64 - 7 = 57$$

правило выч.
суммы из числа

$$62 - 14 - 26 = 62 - (14 + 26) = 62 - 40 = 22$$

правило выч.
суммы из числа

7) Реши задачу разными способами. Какой закон (правило) является обобщением различных способов решения задачи?

У Лены было 8 больших и 14 маленьких ракушек. Она подарила сестре 6 ракушек. Сколько ракушек осталось у Лены?

1 способ

$(8 + 14) – 6 = 22 - 6 = 16$ (р.)

2 способ

$(8 – 6) + 14 = 2 + 14 = 16$ (р.)

3 способ

$8 + (14 – 6) = 8 + 8 = 16$ (р.)

$(8 + 14) – 6 = (8 – 6) + 14$ $(8 + 14) – 6 = 8 + (14 – 6)$

$(a + b) – c = (a – c) +$ $(a + b) – c = a + (b –$

8) Реши задачу разными способами. Какой закон (правило) является обобщением различных способов решения задачи?

В елочной гирлянде 48 лампочек трех цветов. Сколько в ней желтых лампочек, если зеленых 15, а красных 20?

1 способ

$48 - (15 + 20) = 48 - 35 = 13$ (л.)

2 способ

$(48 - 15) - 20 = 33 - 20 = 13$ (л.)

3 способ

$(48 - 20) - 15 = 28 - 15 = 13$ (л.)

$48-(15+20) = (48-15)-20$ $48-(15+20) = (48-20)-15$

$$a - (b + c) = a - b - c$$

Спасибо за внимание!