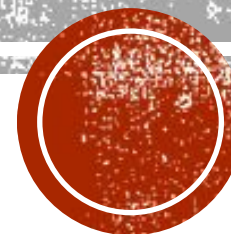


АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ



АБСОЛЮТНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ

Абсолютные показатели выражают размеры (уровни, объемы) явлений и процессов. Они всегда числа именованные, т.е. имеют определенную единицу измерения.

Абсолютные показатели измеряют в:

- натуральных (килограмм, тонна, метр, литр, штука и т.д.), условно-натуральных (условная банка объемом 353,4 см³, тонна условного топлива и т.д.) единицах измерения;
- стоимостных единицах измерения (рубль, доллар, евро и т.д.);
- трудовых единицах измерения (человеко-час, человеко-день).



ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ ПОКАЗАТЕЛЬ

Относительный показатель – это частное от деления двух статистических показателей.

В числителе находится **сравниваемый показатель** (С), который характеризует изучаемое явление. В знаменателе находится **базовый показатель** (Б), который выступает в качестве своеобразного измерителя.

Относительный показатель может выражаться:

- 1) коэффициентом (долей) $O = C/B$;
- 2) в процентах $O = \frac{C}{B} * 100\%$,
- 3) в промилле $O = \frac{C}{B} * 1000 \text{ ‰}$;
- 4) в продецимилле $O = \frac{C}{B} * 10000 \text{ ‰‰}$;
- 5) в просантимилле $O = \frac{C}{B} * 100000 \text{ ‰‰‰}$.



ВИДЫ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ:

- **1. Относительные показатели структуры** характеризуют доли (удельный вес) отдельных частей совокупности в общей численности совокупности либо в общем объеме изучаемого признака (обычно выражаются в процентах).
$$O_c = \frac{\text{абсолютный показатель части совокупности}}{\text{абсолютный показатель всей совокупности}} \cdot 100\%$$
 - Сумма всех долей (удельных весов) отдельных частей совокупности равна 1 или 100%.
- **2. Относительные показатели динамики** характеризуют изменение процесса во времени (обычно выражаются в коэффициентах или процентах).
$$O_d = \frac{\text{абсолютный показатель сравниваемого периода}}{\text{абсолютный показатель базисного периода}}$$
 - Показатели динамики бывают цепные и базисные. Если в качестве базисного периода выступает один и тот же период времени, то такие показатели называют базисными. Если в качестве базисного периода выступает предыдущий период, то такие показатели называют цепными
- **3. Относительные показатели сравнения** характеризуют соотношение различных объектов наблюдения по одинаковым показателям (обычно выражаются в коэффициентах или процентах).
$$O_{cp} = \frac{\text{показатель объекта А}}{\text{показатель объекта Б}}$$
 - Например, в 2011 году проезд на метро в Москве и Новосибирске стоил 28 и 15 рублей соответственно. Показатель сравнения в этом случае составит $28/15=1,867$.



4. Относительные показатели координации характеризуют отношение различных частей данной совокупности к одной из них, принятой за базу сравнения.

$$O_K = \frac{\text{показатель части совокупности}}{\text{показатель части совокупности, служащей базой сравнения}}$$

5. Относительный показатель планового задания – это отношение уровня показателя, запланированного на предстоящий период, к уровню, фактически достигнутому в предшествующем периоде.

$$O_P = \frac{\text{запланированный уровень показателя в плановом периоде}}{\text{фактический уровень показателя в предшествующем периоде}} \cdot 100\%$$

6. Относительный показатель выполнения плана рассчитывается как отношение фактически достигнутого в данном периоде уровня к запланированному

$$O_P = \frac{\text{фактический уровень показателя в плановом периоде}}{\text{запланированный уровень показателя в плановом периоде}} \cdot 100\%$$

Относительные величины динамики, планового задания и выполнения связаны соотношением

$$O_D = O_P \times O_{ВП}$$

7. Относительные показатели интенсивности характеризуют степень распределения или развития данного явления в той или иной среде. Это отношение абсолютного уровня одного показателя, свойственного изучаемой среде, к другому абсолютному показателю, также присущему данной среде, и, как правило, являющемуся для первого показателя факторным признаком.

$$O_{\Pi} = \frac{\text{показатель явления } A}{\text{показатель среды, где наблюдается явление } A}$$



НА ОСНОВЕ ДАННЫХ О РЕАЛИЗАЦИИ ПРОДУКЦИИ (В МЛН РУБ.) ПРИВЕДИТЕ ПРИМЕРЫ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СТРУКТУРЫ, ДИНАМИКИ (ЦЕПНЫЕ И БАЗИСНЫЕ), КООРДИНАЦИИ, ПЛАНОВОГО ЗАДАНИЯ И ВЫПОЛНЕНИЯ ПЛАНА.

No	Наименование продукции	2014 год		2015 год		2016 год	
		план	факт	план	факт	план	факт
1	Электродвигатель АИР112	350	335	370	345	380	395
2	Насос НКУ-140М	140	150	155	165	170	160
	Итого	490	485	525	510	550	555

1. Относительные показатели структуры.

Структура реализации по факту за 2016 год:

- электродвигатель АИР112 – 71,17% ($395/555 \times 100\%$);
- насос НКУ-140М – 28,83% ($160/555 \times 100\%$)

2. Относительные показатели динамики рассчитаем по итоговым данным о фактической реализации продукции: $РП_1=485$ млн руб., $РП_2=510$ млн руб., $РП_3=555$ млн руб..

а) базисные темпы роста:

$$Тр_{2/1} = РП_2 / РП_1 = 510 / 485 \times 100\% = 105,16\%;$$

$$Тр_{3/1} = РП_3 / РП_1 = 555 / 485 \times 100\% = 114,43\%.$$

б) цепные темпы роста:

$$Тр_{2/1} = РП_2 / РП_1 = 510 / 485 \times 100\% = 105,16\%; \quad Тр_{3/2} = РП_3 / РП_2 = 555 / 510 \times 100\% = 108,82\%.$$



- 3. Относительные показатели координации рассчитаем по фактическим данным за 2014-2016 годы. В качестве базы для сравнения выберем объем реализации насоса НКУ-140М. Тогда показатели координации для электродвигателя АИР112 по годам:

2014 год – 2,23 (335/150); 2015 год – 2,09 (345/165); 2016 год – 2,47 (395/160).

Это свидетельствует, что в 2016 году на предприятии существенно возросла значимость производства и реализации электродвигателей по сравнению с производством и реализацией насосов.

- 4. Относительные показатели планового задания рассчитаем по фактическим данным за 2015 год и по плановым данным за 2016.

Для электродвигателя АИР112 $ОП=380/345 \times 100\% = 110,15\%$.

Для насоса НКУ-140М $ОП=170/165 \times 100\% = 103,03\%$.

В целом по предприятию $ОП=550/510 \times 100\% = 107,83\%$.

5. Относительные показатели выполнения плана рассчитаем по

- фактическим и плановым данным за 2016 год
Для электродвигателя АИР112 $ОВП=395/380 \times 100\% = 103,95\%$.
Для насоса НКУ-140М $ОВП=160/170 \times 100\% = 94,12\%$.
В целом по предприятию $ОВП=555/550 \times 100\% = 100,91\%$.

Таким образом, можно отметить, что на предприятии возникли

- проблемы с выполнением плана по производству и реализации насосов НКУ-140М.



Определить относительные величины, характеризующие рождаемость, смертность, естественный прирост населения, показатель жизненности (показатель Покровского), заключение и расторжение браков, структуру рождаемости. Назовите виды относительных величин.

- Данные о населении города за 2016 г.

1. Родилось 1222

- в том числе мальчиков 629

2. Умерло 733

3. Число зарегистрированных браков 900

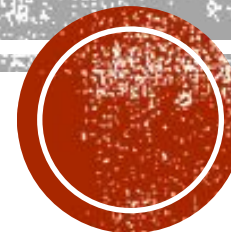
4. Число зарегистрированных разводов 306

5. Численность населения на 01.01.2011 80400

6. Численность населения на 01.01.2012 79917



СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ



- Метод средних – это метод исследования статистической совокупности путем измерения ее средних величин.
- Идея метода средних – вместо исходной совокупности рассматривают ее заменяющую совокупность, в которой все единицы имеют одинаковое значение количественного признака. Этим достигается сопоставимость разных совокупностей, так как сравниваются не сами совокупности, а эти обобщающие показатели (средние).
- Важнейшее свойство средней величины в том, что она отражает то общее, что присуще всем единицам исследуемой совокупности.
- Выделяют два основных класса средних:
 - средние степенные;
 - средние структурные;
- Выбор той или иной формулы для расчета средней величины определяется экономическим содержанием исследуемого показателя и наличием соответствующей статистической информации.



СРЕДНИЕ СТЕПЕННЫЕ

К числу средних степенных относятся:

- средняя арифметическая;
- средняя гармоническая;
- средняя геометрическая;
- средние степенные.

Степенные средние в зависимости от представления исходных данных исчисляются в двух формах: простой и взвешенной. Простая средняя считается по несгруппированным данным, а взвешенная – по сгруппированным данным, представленным в виде дискретных или интервальных рядов распределения.



СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ.

- Средняя арифметическая **простая**.

- $$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_m}{m} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i}{m}$$

- где x_i – варианты совокупности; m – общая численность совокупности.

- Средняя арифметическая **взвешенная**.

- $$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_m f_m}{\sum_{i=1}^m f_i} = \frac{\sum_{i=1}^m f_i x_i}{\sum_{i=1}^m f_i}$$

- где f_i – частота варианты совокупности; m – число различных вариантов совокупности. или частотъ
- 1) середина закрытого интервала = полусумма верхней и нижней границ интервала;
- 2) середина первого (открытого) интервала = середина второго интервала – величина второго интервала;
- 3) середина последнего (открытого) интервала = середина предпоследнего интервала + величина предпоследнего интервала.



СРЕДНЯЯ ГАРМОНИЧЕСКАЯ.

- Средняя гармоническая простая

- $$\bar{x} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

- Средняя гармоническая взвешенная

- $$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n q_i}{\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{x_i}}$$

- Средняя гармоническая взвешенная находит более широкое применение в статистической практике по сравнению с простой. Использование средней гармонической целесообразно и обосновано для всех показателей интенсивности: цена, скорость, производительность труда, плотность населения и т.п.



СРЕДНЯЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ.

- Средняя геометрическая простая

- $\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$

- Средняя геометрическая взвешенная

- $\bar{x} = \sqrt[\sum f_i]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot \dots \cdot x_n^{f_n}} = \sqrt[\sum f_i]{\prod_{i=1}^n x_i^{f_i}}$

- Средняя геометрическая обычно применяется в тех случаях, когда варианты ряда представлены относительными показателями динамики. Эта средняя выражает, как правило, средний темп относительного роста или спада.

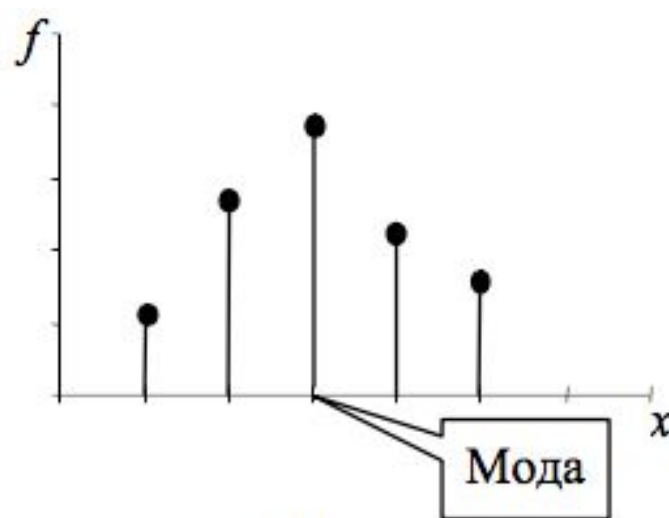


СРЕДНИЕ СТРУКТУРНЫЕ

- Особым видом средних величин являются **структурные средние**. Они применяются для изучения внутреннего строения и структуры рядов распределения.
- Порядок расчета средних структурных существенно отличается для дискретных и интервальных рядов распределения.
- **Мода** – величина признака (варианта), наиболее часто повторяющаяся в изучаемой совокупности. Мода отражает типичный, наиболее распространённый вариант значения признака.
- В дискретном ряду распределения мода – это варианта, которой соответствует наибольшая частота.
- В интервальном ряду распределения сначала определяют модальный интервал (т.е. интервал, содержащий моду), которому соответствует наибольшая частота.
- $$M_0 = x_{M_0} + h \cdot \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})}$$
- где x_{M_0} – нижняя граница модального интервала; h – величина модального интервала; f_{M_0} – частота модального интервала; f_{M_0-1} – частота интервала, предшествующего модальному; f_{M_0+1} – частота интервала, следующего за модальным



ГРАФИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДЫ



а)



б)

Графическое определение моды по:
а) полигону дискретного ряда; б) гистограмме интервального ряда



МЕДИАНА

- **Медиана** – это варианта, находящаяся в середине ранжированного ряда (варианта, делящая ранжированный ряд пополам).
- Так как при расчете средних структурных часто используется ранжированный ряд, напомним, что **ранжированный ряд** – это перечень отдельных единиц совокупности в порядке возрастания (убывания) изучаемого признака.
- Для ранжированного ряда с нечетным числом членов медианой является варианта, расположенная в центре ряда. Если число вариантов четное, то медиана рассчитывается как средняя арифметическая из двух вариантов, расположенных в центре ряда.
- Для дискретных и интервальных рядов используется кумулятивный ряд снизу (ряд накопленных частот). Кроме того, необходимо рассчитать половину общей суммы частот
- В дискретном ряду медианой является варианта, которой соответствует член кумулятивного ряда, впервые превысившая половину общей суммы частот.
- В случае интервального ряда сначала необходимо определить медианный интервал (т.е. интервал, содержащий медиану). Медианным интервалом является тот, которому соответствует член кумулятивного ряда, впервые превысившая половину общей суммы частот.
- $$M_e = x_{M_e} + h \cdot \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m f_i - S_{M_e-1}}{f_{M_e}}$$
- x_{M_e} – нижняя граница медианного интервала; h – величина медианного интервала; S_{M_e-1} – член кумулятивного ряда, предшествующий медиан- ному интервалу; f_{M_e} – частота медианного интервал



Каждый из 5 рабочих бригады изготовил за смену 35, 28, 31, 29, 33 изделий. Рассчитать среднюю выработку одного работника.

- Средняя выработка, характеризующая производительность труда, рассчитывается в данном случае как средняя арифметическая простая, так как данные не сгруппированы.
- $x = (35 + 28 + 31 + 29 + 33) / 5 = 156 / 5 = 31,2 = 31$ изделие.



Распределение предприятий по числу работников

Исходные данные		Расчетные значения	
Число работников	Число предприятий, f_i	Середина интервала, x_i	$x_i \times f_i$
До 50	64	40	2560
50–70	47	60	2820
70–90	55	80	4400
90–110	18	100	1800
110–130	9	120	1080
Более 130	7	140	980
Итого	200	—	1364

- Ряд распределения предприятий представлен в виде интервального ряда, поэтому при расчетах необходимо использовать среднюю арифметическую взвешенную. От интервального ряда перейдем дискретному ряду путем замены интервальных значений их средними значениями. При этом величины открытых интервалов (первый и последний) условно приравниваются к интервалам, примыкающим к ним (второй и предпоследний).
- Тогда среднее число работников на одном предприятии $\bar{x} = 13640 / 200 = 68,2 = 68$.

Имеется информация о трех сделках по продаже обыкновенных акций одного предприятия. Рассчитать средний курс акций по этим сделкам.

Но п/п	Курс акции, руб.	Сумма сделки, тыс. руб.
1	28,30	4245
2	28,75	2300
3	28,55	2855
Итого		9400

В приведенных данных отсутствует информация о количестве проданных акций, т.е. не известны частоты f_i . Однако, зная суммы сделок и курсы акций по каждой сделке, мы можем рассчитать количество проданных акций. В данном случае для расчета среднего курса акций применим формулу средней гармонической взвешенной.

$$x_{\text{гарм}} = \frac{\sum_{i=1}^m q_i}{\sum_{i=1}^m \frac{q_i}{x_i}} = \frac{4245 + 2300 + 2855}{\frac{4245}{28,30} + \frac{2300}{28,75} + \frac{2855}{28,55}} = 28,48 \text{ руб.}$$



Двое рабочих в течение смены заняты изготовлением одинаковых деталей. Один рабочий тратит на изготовление детали 3 минуты, другой – 4,5 мин. Определить средние затраты времени на изготовление детали.

- На первый взгляд, следует применить формулу средней арифметической простой, но в течение смены рабочими было изготовлено разное число деталей. Средние затраты времени на одну деталь должны определяться как отношение суммарные затраты времени к общему количеству изготовленных деталей.
- Затраты времени представляют собой произведение количества изготовленных деталей (f_i) и времени на изготовление одной детали (x_i). Поскольку затраты рабочего времени ($x \times if_i$) у обоих рабочих равны (смена), то применим формулу средней гармонической простой.

- $$\bar{x} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} = \frac{1+1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4,5}} = 3,6 \text{ мин}$$



По имеющимся данным о сбыте продукции (в тыс. Руб.) В различных фирмах города определить: средний объем сбыта, моду, медиану, квартили. 87, 75, 66, 60, 87, 67, 66, 69, 89, 74, 90, 78, 99, 86, 76, 95, 69, 68, 87, 63

- Поскольку представленные 20 значений признака не сгруппированы, то применим формулу средней арифметической простой

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{87 + 75 + \dots + 63}{20} = 77,55.$$

- Наиболее часто в совокупности встречается значение 87 (частота $f=3$), поэтому мода равна 87.
- Для определения медианы и квартилей необходимо провести ранжирование. Ниже приведен полученный ранжированный ряд. 60, 63, 66, 66, 67, 68, 69, 69, 74, 75, 76, 78, 86, 87, 87, 87, 89, 90, 95, 99.
- В данном ряду четное число членов (20), поэтому медиана рассчитывается как средняя арифметическая из двух вариантов, расположенных в центре ряда, т.е. $Me = (75 + 76) / 2 = 75,5$.
- Чтобы определить первый квартиль, отсчитаем в ранжированном ряду 5 ($1/4 \times 20$) наименьших значений признака. Таким образом, 1-й квартиль, превышающий 5 наименьших значений, можно найти как среднюю арифметическую $Q1 = (67 + 68) / 2 = 67,5$.



Задача 1. Произвести группировку данных предыдущей задачи, образовав 4 равных интервалов. По полученному интервальному ряду определить (аналитически и графически): средний объем сбыта, моду, медиану, квартили.

Задача 2. Определить средний размер заработной платы по следующим данным

Группы рабочих по размеру заработной платы, руб.	Число рабочих
До 17000	7
17000–19000	16
19000–21000	8
21000–23000	12
Свыше 23000	17

Задача 3. Бригада из трех человек должна изготовить 500 деталей. Первый рабочий тратит на одну деталь 15 мин., другой – 10 мин., третий – 20 мин. Определить, сколько времени им потребуется на выполнение работы.



ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

- Вариация (в статистике)– это различие индивидуальных значений признака внутри изучаемой совокупности. Возникновение вариации обусловлено влиянием на изучаемое явление различных случайных и неслучайных факторов.



АБСОЛЮТНЫЕ И СРЕДНИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

Размах вариации

- $R = x_{\max} - x_{\min}$, где $x_{\max}$ – максимальное, $x_{\min}$ – минимальное значения вариантов. Это наименее точная мера вариации, однако, она проста для вычисления.
- **Децильный размах**
- $D = d_9 - d_1$, где d_1 и d_9 – первая (нижняя) и девятая (верхняя) децили.
- **Квартильный размах** или интерквартильный разброс (interquartile range, IQR)
- $IQR = Q_3 - Q_1$, где Q_1 , Q_3 – первый (нижний) и третий (верхний) квартили. Среди показателей размаха наиболее часто в практическом анализе используют квартильный размах.

Среднее линейное (абсолютное) отклонение

- простое для несгруппированных данных $l = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$
- взвешенное для сгруппированных данных $l = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$



ДИСПЕРСИЯ

- простая для несгруппированных данных $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$
- взвешенная для сгруппированных данных $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$
- Можно отметить следующий недостаток этого показателя вариации – если варианты x_i имеют некоторую размерность (метр, рубль, килограмм и т.д.), то дисперсия имеет размерность в квадрате, что затрудняет ее интерпретацию (например, если средняя зарплата составляет 18 тысяч рублей, то соответствующая дисперсия может составить 500 тысяч рублей в квадрате, что лишено экономического смысла).
- Этого недостатка лишено **среднее квадратическое отклонение**
- простое для несгруппированных данных $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$
- взвешенное для сгруппированных данных $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}}$
- Достоинством этого показателя вариации является то, что он выражается в тех же единицах, что и варианты, поэтому экономически хорошо интерпретируется.



ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

- Относительный размах (коэффициент осцилляции) $\nu_R = \frac{R}{\bar{x}} 100\%$
- Относительное квартильное расстояние $\nu_q = \frac{IQR}{\bar{x}} 100\%$
- Относительное линейное отклонение $\nu_l = \frac{l}{\bar{x}} 100\%$
- Коэффициент вариации $\nu = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100\%$



- По имеющимся данным о сбыте продукции (в тыс. руб.) в различных фирмах города рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации.
- 87, 75, 66, 60, 87, 67, 66, 69, 89, 74, 90, 78, 99, 86, 76, 95, 69, 68, 87, 63.

