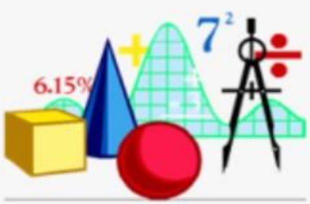
1. МАТРИЦЫ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ



ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАТРИЦЫ

МАТРИЦЕЙ НАЗЫВАЕТСЯ ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ИЛИ КВАДРАТНАЯ ТАБЛИЦА, ЗАПОЛНЕННАЯ ЧИСЛАМИ.

Обозначение $A, B, C, \ldots$

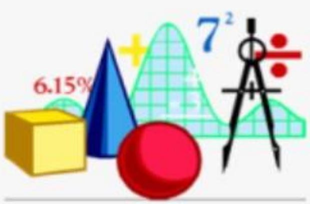
Пример: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

Число строк – m

Число столбцов – n

Размерность матрицы m × n

2 × 3



Элементы матриц

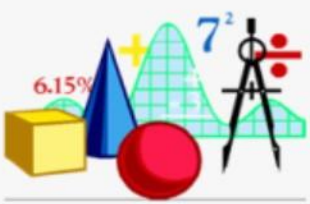
- числа, заполняющие матрицу.

Обозначение: $A = \{a_{ij}\}$

i – номер строки, нумеруются сверху вниз

j – номер столбца, нумеруются слева направо

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$



Пример: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ $a_{11} = 1$ $a_{23} = -2$

ВИДЫ МАТРИЦ

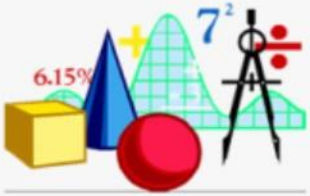
$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$ Прямоугольная матрица

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 22 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$$ Матрица-столбец

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$ Квадратная матрица

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица-строка



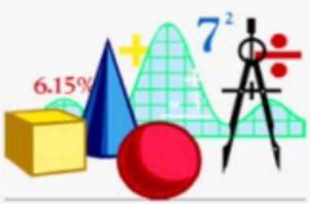
ВИДЫ МАТРИЦ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

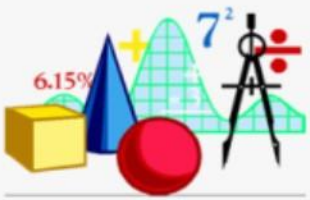
Главная диагональ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Побочная диагональ



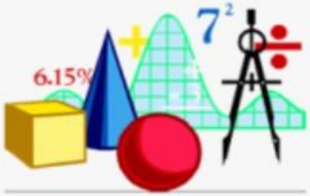
ОПЕРАЦИИ НАД МАТРИЦАМИ



УМНОЖЕНИЕ НА ЧИСЛО

$$\boxed{\lambda \cdot A = \{\lambda \cdot a_{ij}\}}$$

$$5 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & -5 & 10 \\ 20 & 10 & 0 \\ -25 & 30 & 5 \end{pmatrix}$$



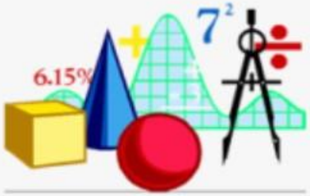
СЛОЖЕНИЕ, ВЫЧИТАНИЕ

$$A \pm B = \{a_{ij} \pm b_{ij}\}$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 8 & -5 & 5 \\ 7 & 3 & 14 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 3+8 & -1+(-5) & 2+5 \\ 4+7 & 2+3 & 0+14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -6 & 7 \\ 11 & 5 & 14 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 3-8 & -1-(-5) & 2-5 \\ 4-7 & 2-3 & 0-14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 4 & -3 \\ -3 & -1 & -14 \end{pmatrix}$$



Операции возможны только с матрицами одинаковой размерности

ТРАНСПОНИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ

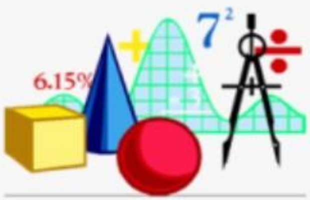
$$\boxed{A = \{a_{ij}\} \to A^T = \{a_{ji}\}}$$

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$

Исходная матрица (размер 3 на 2)

$$A^T = \begin{pmatrix} 12 & -17 & -30 \\ 4 & 29 & -36 \end{pmatrix}$$

Транспонированная матрица (размер 2 на 3)

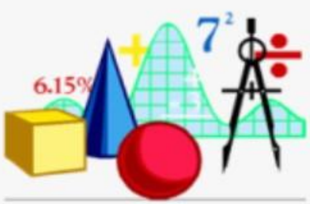


Транспонировать матрицу $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -5 & 4 & -7 \\ 6 & -4 & -6 \end{pmatrix}$

УМНОЖЕНИЕ МАТРИЦЫ НА МАТРИЦУ

Скалярное произведение строки на столбец

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} =$$

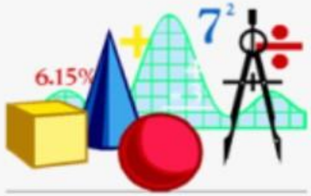


ПРАВИЛО УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦЫ НА МАТРИЦУ

КАЖДАЯ СТРОКА ЛЕВОЙ МАТРИЦЫ СКАЛЯРНО УМНОЖАЕТСЯ НА КАЖДЫЙ СТОЛБЕЦ ПРАВОЙ МАТРИЦЫ

$$C = A \cdot B$$

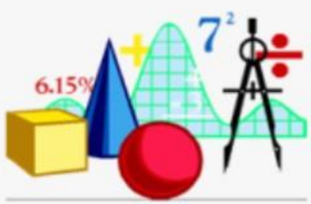
A – левая матрица, B – правая матрица



ПРИМЕР УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} =$$

Замечание:



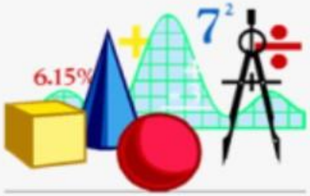
Обратное действие невозможно!

В общем случае

$$\boxed{A \cdot B \neq B \cdot A}$$

Пример

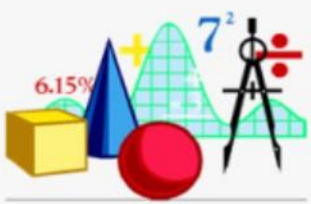
$$\begin{array}{c|c} & \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \\ \hline \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} & \end{array}$$



Выполнение операций

Пример 1. $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 3 & 1 & 0\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ -1 & -3 & 0\\ 1 & 4 & 1\end{pmatrix}$

Вычислить: $3B\cdot A^T - A^T$



Пример 2.

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-5 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}3 & -1 & -1\\ 2 & 0 & 3\\ -2 & -3 & -1\end{pmatrix},\quad D=\begin{pmatrix}-5 & 1 & 7\\ 1 & 3 & 2\end{pmatrix}.$$

Ответ:

1. $AB-4D^T$

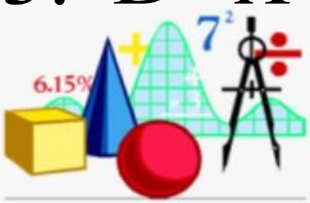
$$\begin{pmatrix}13 & -4\\ -10 & -15\\ -17 & -13\end{pmatrix}$$

2. $A^T C-2D.$

$$\begin{pmatrix}24 & -1 & -6\\ 3 & -13 & 2\end{pmatrix}$$

3. $D\cdot A-2B^T$

$$\begin{pmatrix}-4 & 6\\ 7 & 18\end{pmatrix}$$



$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & -1 \end{pmatrix},\quad D=\begin{pmatrix} -5 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$AB-4D^T.$$