



МГТУ им. Н.
Э. Баумана

**Рабочая тетрадь
для практических занятий по начертательной геометрии
Задачи для самостоятельной работы студентов
Часть 3**

Авторы: доценты, к.т.н. Сенченкова Л.С., к.т.н. Палий Н.В., ст. пр. Белобородова Т.Л.
под редакцией доцента, к.т.н. Боровикова И.Ф.

СОДЕРЖАНИЕ

8. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР ▼

Пересечение многогранников проецирующей плоскостью ▼

Пересечение тел вращения проецирующей плоскостью ▼

Пересечение прямой и плоскости, двух плоскостей ▼

Пересечение прямой линии и поверхности ▼

Пересечение поверхностей, одна из которых проецирующая ▼

Пересечение поверхностей с использованием вспомогательных проецирующих плоскостей ▼

Пересечение поверхностей. Частные случаи ▼

9. ПЛОСКОСТЬ, КАСАТЕЛЬНАЯ К ПОВЕРХНОСТИ, НОРМАЛЬ ПОВЕРХНОСТИ ▼

10. РАЗВЕРТКА ПОВЕРХНОСТЕЙ ▼

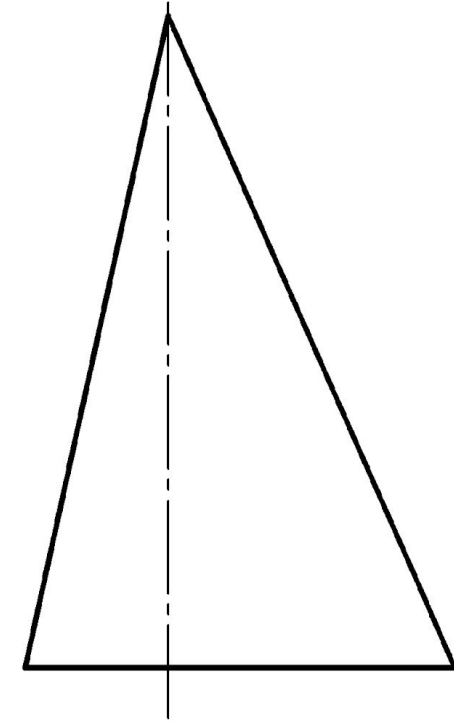
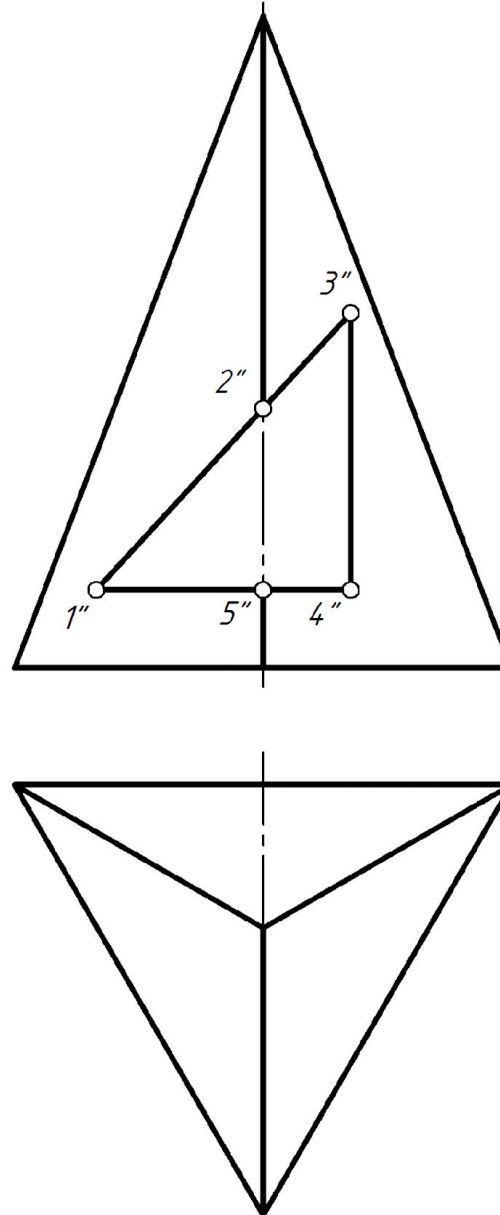
11. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ ▼

Для перехода к нужному разделу требуется нажать знак ▼

8. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР

Пересечение многогранников проецирующей плоскостью

8.2а *. Построить третью проекцию пирамиды и проекции точек и линий пересечения фронтально проецирующих плоскостей сквозного отверстия с боковыми ребрами и гранями пирамиды.



Основание пирамиды – горизонтальная плоскость.

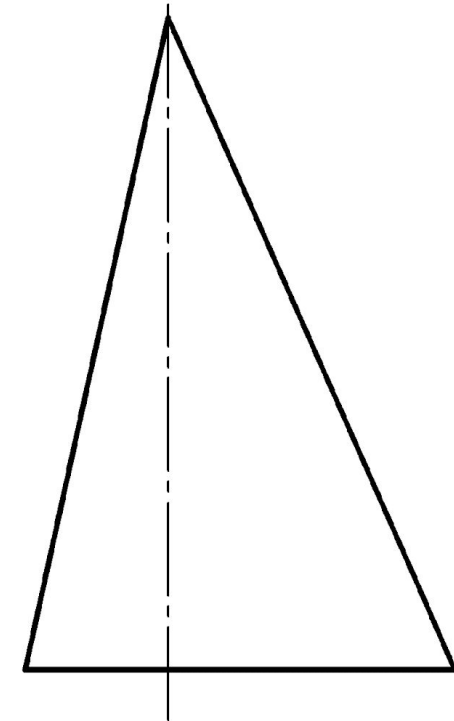
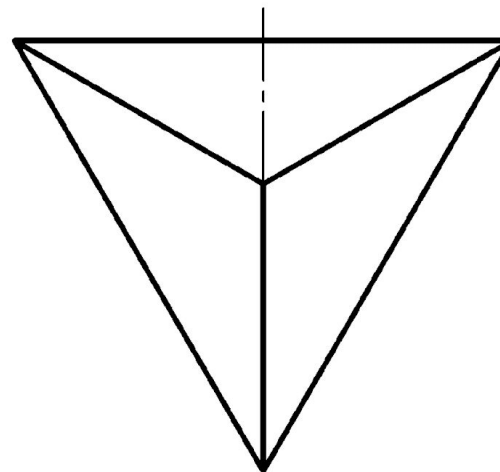
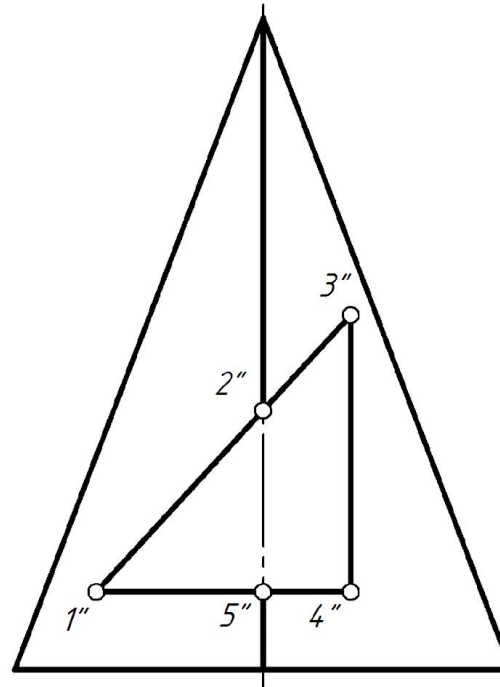
Передние боковые грани – плоскости общего положения.

Задняя боковая грань – профильно проецирующая плоскость.

8. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР

Пересечение многогранников проецирующей плоскостью

8.2а *. Построить третью проекцию пирамиды и проекции точек и линий пересечения фронтально проецирующих плоскостей сквозного отверстия с боковыми ребрами и гранями пирамиды.



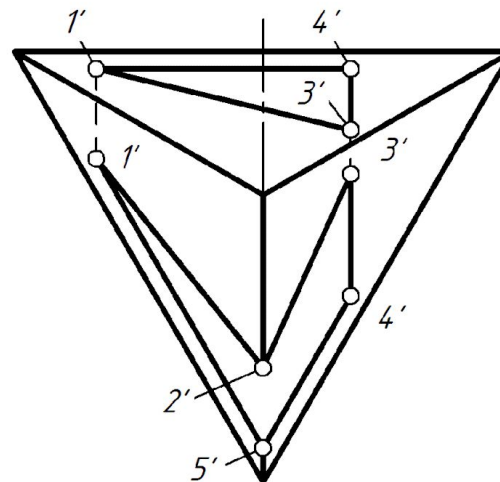
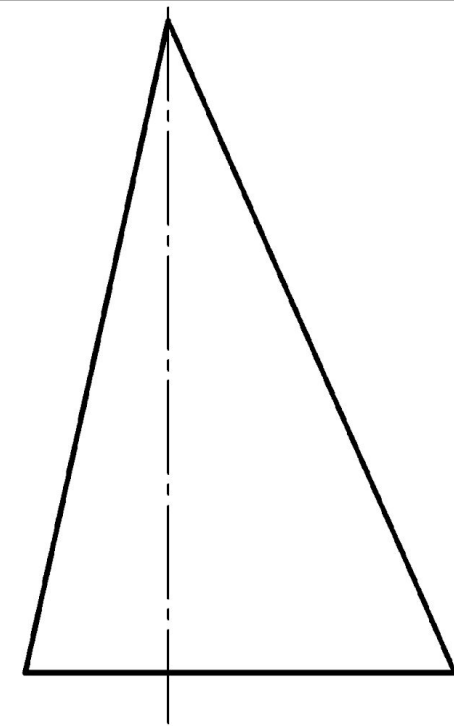
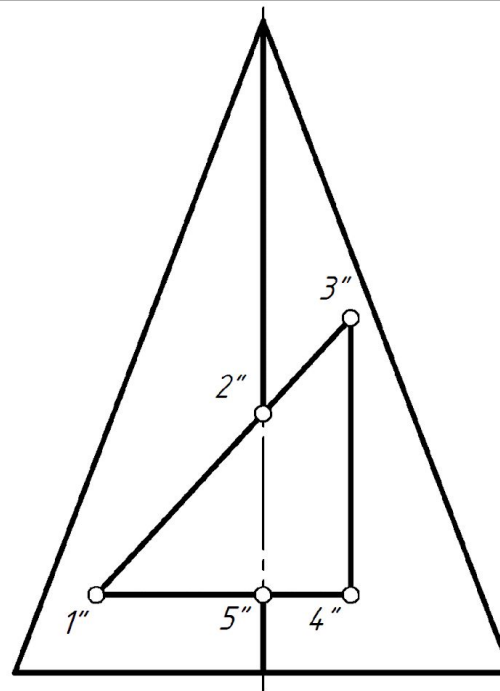
Три плоскости отверстия перпендикулярны плоскости проекций π_2 и проецируются на неё в прямые – стороны треугольника $1''-3''-4''$, вершины которого – фронтальные проекции отрезков прямых пересечения трех плоскостей отверстия.

Плоскости отверстия пересекают ребро пирамиды в точках 2 и 5, а грани – по прямым линиям, фронтальные проекции которых принадлежат сторонам треугольника $1''-3''-4''$.

8. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР

Пересечение многогранников проецирующей плоскостью

8.2а *. Построить третью проекцию пирамиды и проекции точек и линий пересечения фронтально проецирующих плоскостей сквозного отверстия с боковыми ребрами и гранями пирамиды.



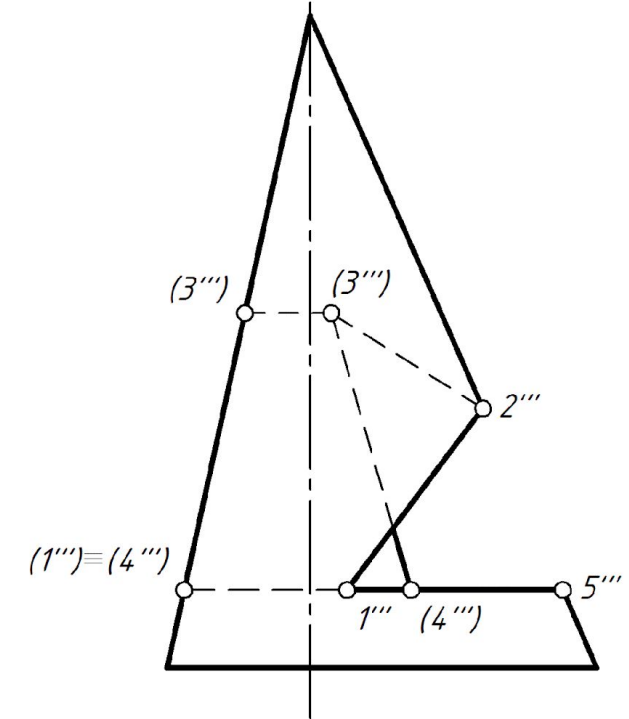
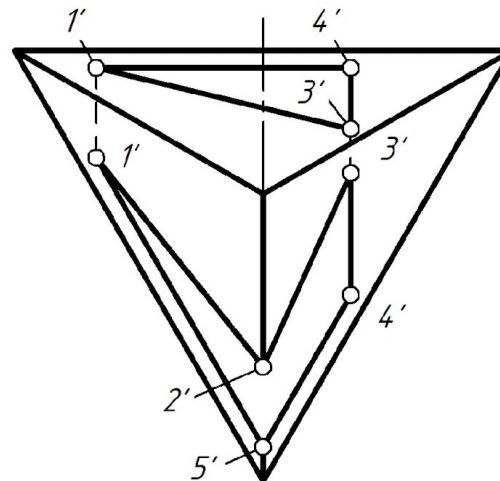
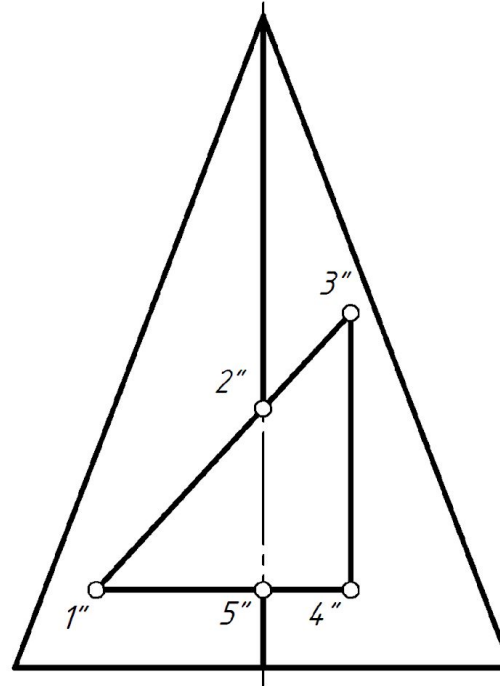
Горизонтальные проекции точек построим с помощью горизонталей боковых граней пирамиды. Горизонтали соответственно параллельны сторонам основания пирамиды.

Соединим горизонтальные проекции точек, принадлежащих граням пирамиды, и точек являющихся концами отрезков прямых пересечения плоскостей отверстия.

8. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР

Пересечение многогранников проецирующей плоскостью

8.2а *. Построить третью проекцию пирамиды и проекции точек и линий пересечения фронтально проецирующих плоскостей сквозного отверстия с боковыми ребрами и гранями пирамиды.



Профильные проекции точек и линий построим, используя координаты y и z .

Начало координат совместим с основанием высоты пирамиды.

Пересечение тел вращения проецирующей плоскостью

8.36*. Достроить проекции конуса, усеченного проецирующими плоскостями.

Фронтально проецирующая плоскость α пересекает конус по образующим.

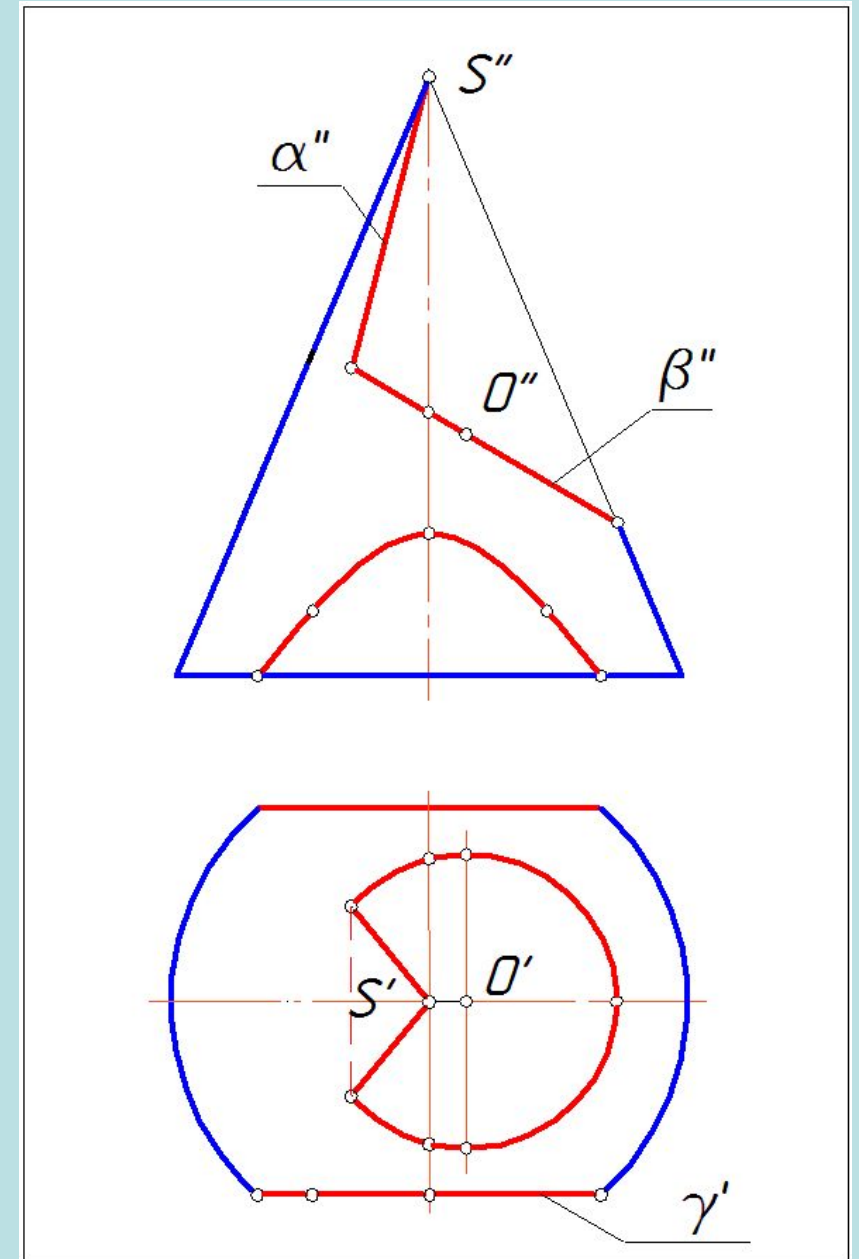
Проекция точек линий пересечения построим с помощью образующей и параллелей (окружностей) конуса.

Фронтально проецирующая плоскость β пересекает конус по эллипсу.

Проекция точек линий пересечения построим с помощью параллелей (окружностей) конуса.

Горизонтально проецирующая плоскость γ пересекает конус по гиперболам.

Проекция точек линий пересечения построим с помощью параллелей (окружностей) конуса.



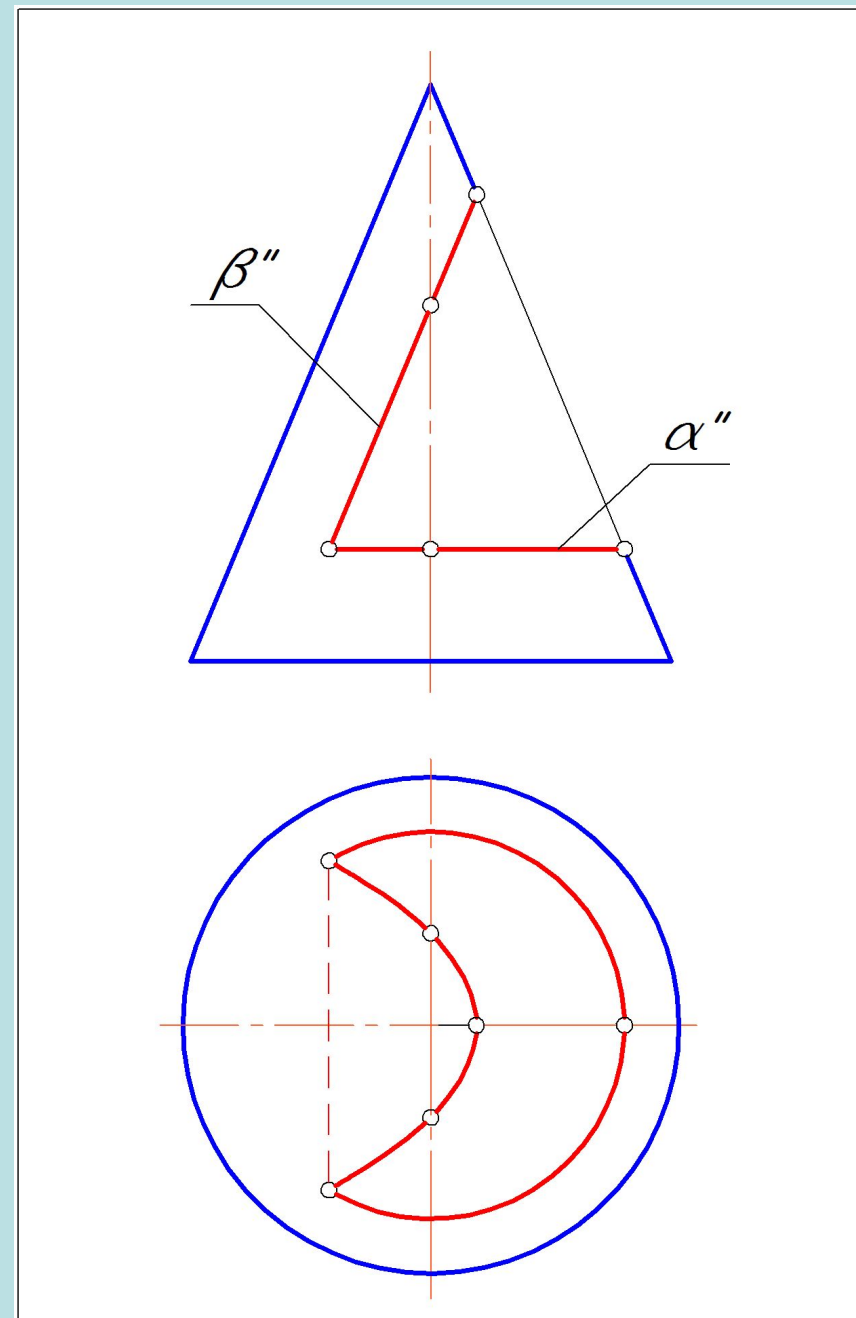
8.3 в*. Достроить проекции конуса, усеченного проецирующими плоскостями.

Фронтально проецирующая плоскость α пересекает конус по окружности.

Проекцию линии пересечения построим с помощью параллели (окружности) конуса.

Фронтально проецирующая плоскость β пересекает конус по параболе.

Проекции точек линий пересечения построим с помощью параллелей (окружностей) конуса.



8.4*. Построить профильную проекцию и натуральный вид сечения тела вращения плоскостью $\alpha \perp \pi_2$.

Плоскость α пересекает наружную коническую поверхность и соосную с ней внутреннюю цилиндрическую поверхность по эллипсам.

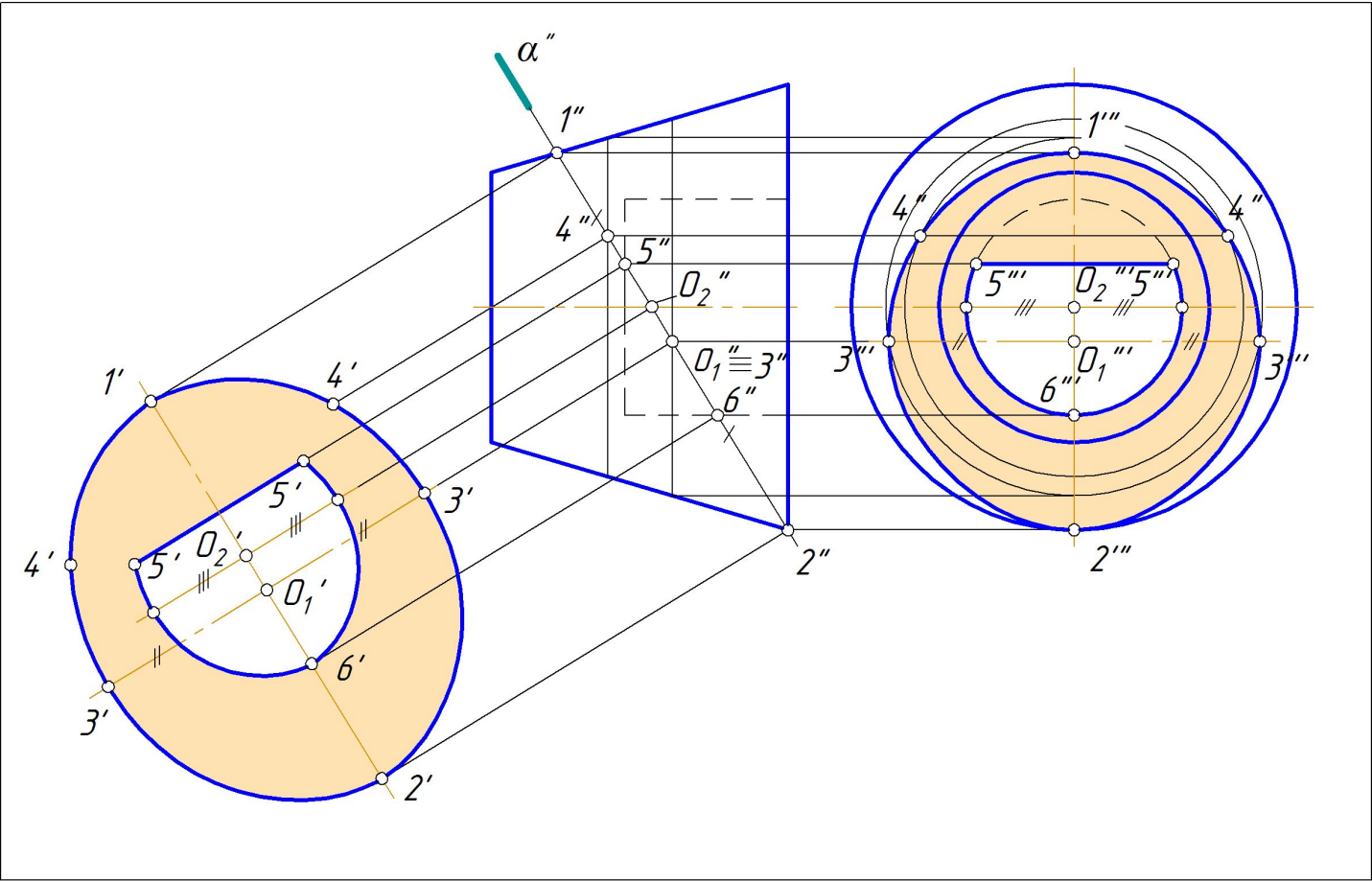
Эллипс от пересечения конической поверхности плоскостью α проецируется на фронтальную плоскость проекций π_2 в отрезок прямой $1''-2''$ (центр эллипса $O_1(O_1'', O_1''')$ расположен в середине отрезка), а на плоскость π_3 в эллипс.

Оси эллипса отрезки прямых $1-2(1''-2''; 1'''-2''')$ и $3-3(3''-3'''; 3'''-3''')$.

Эллипс от пересечения цилиндрической поверхности с плоскостью α проецируется на плоскость π_2 в прямую $4''-6''$, а на плоскость π_3 в дугу окружности, совпадающую с проекцией цилиндра. Центр эллипса $O_2(O_2''; O_2''')$ принадлежит оси цилиндра.

Плоскость α пересекает плоскость основания цилиндра по прямой $5-5$, перпендикулярной π_2 и проецируется на нее в точку $5''$, а на π_3 проецируется в отрезок $5'''-5'''$.

Заменой плоскостей проекций ($\pi_2//\alpha, y=const$) строим истинный вид сечения.



8.5 *. Построить проекции линий пересечения поверхностей конуса и призмы.



Пересечение прямой и плоскости, двух плоскостей

8.9*. Через точку A построить проекции прямой, пересекающей прямую a под прямым углом.

Прямая, перпендикулярная прямой общего положения a , будет также прямой общего положения. Прямой угол между ними проецируется с искажением на плоскости проекций.

Воспользуемся плоскостью α , как множеством прямых, проходящих через точку A и перпендикулярных прямой a .

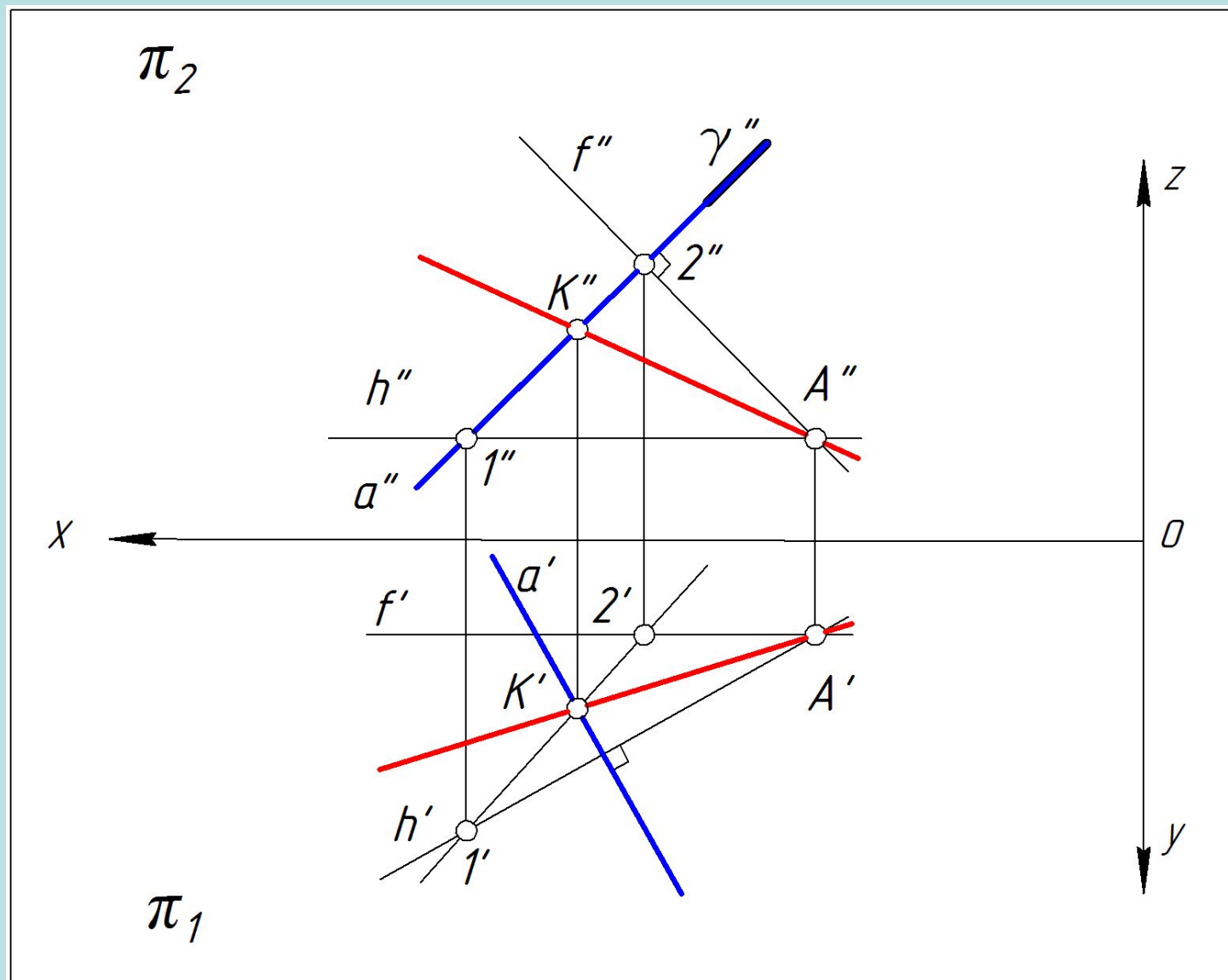
Зададим плоскость α горизонталью h и фронталью f .

Заклучим прямую a в проецирующую плоскость $\gamma \perp \pi_2$.

Плоскость $\gamma \cap \alpha$ (h, f) по прямой $1-2$.

Прямая $a \cap 1-2$ в точке K .

Построим проекции прямой AK , пересекающей прямую a под прямым углом и проходящей через точку A .



Пересечение прямой линии и поверхности

8.14*. Построить проекции точек пересечения прямой a со сферой, используя способ замены плоскостей проекций.

Заклучим прямую a в горизонтально проецирующую плоскость γ .

Чтобы построить проекции линии пересечения плоскости γ со сферой используем способ замены плоскостей проекций.

Расположим новую плоскость проекций π_3 параллельно плоскости γ . Новую ось проекций x_1 расположим параллельно проекции γ' на любом расстоянии от проекции.

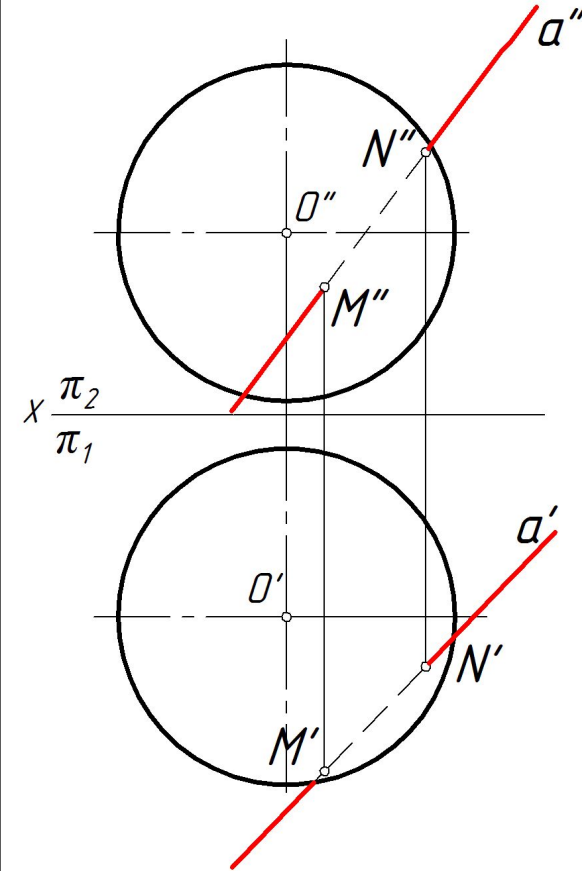
$$x \frac{\pi_2}{\pi_1} \rightarrow x_1 \frac{\pi_3}{\pi_1} ; \quad z = const$$

На плоскость π_3 окружность m пересечения сферы с плоскостью γ проецируется без искажения.

Прямую a ограничим двумя точками 1 и 2 и построим их проекции на новой плоскости проекций.

Так как окружность m и прямая a лежат в одной плоскости γ , то при пересечении их проекций ($m_1'' \cap a_1''$) получим проекции искомых точек на плоскости π_3 : точки M_1'' и N_1'' .

Вернувшись в исходное положение, получим проекции точек пересечения сферы и прямой a в заданной системе плоскостей проекций: точки M и N .



8.15*. Построить проекции точек пересечения прямой a с поверхностью тора, применив способ вращения вокруг проецирующей прямой.

Ось вращения i тора перпендикулярна плоскости π_1 .

Прямая a пересекает ось вращения i в точке A .

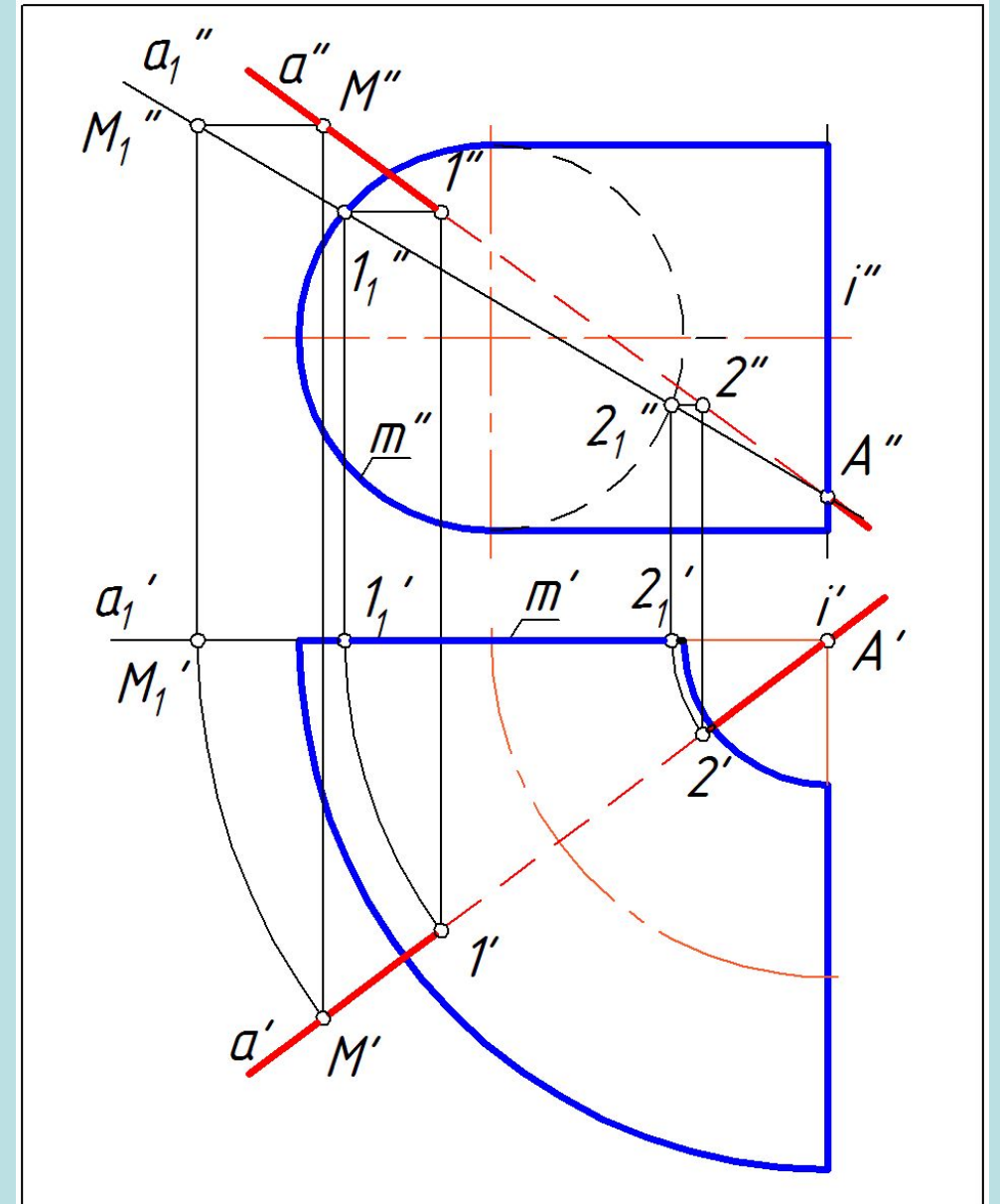
Точка $A \in i$, неподвижна.

Повернем прямую a вокруг оси тора до ее совмещения с плоскостью окружности m .

Для этого возьмем на прямой a произвольно точку M .

Определим проекции точек пересечения прямой a_1 и окружности m – точки 1_1 и 2_1 .

Повернув прямую в первоначальное положение получим искомые проекции точек пересечения 1 и 2 .



Пересечение поверхностей, одна из которых проецирующая

8.16a* Построить проекции линии пересечения сферы и цилиндрической поверхности;

Цилиндрическая поверхность перпендикулярна плоскости проекций π_1 и проецируется на π_1 в окружность. Горизонтальная проекция линии пересечения является дугой этой окружности ($1' - 2'$).

Построим фронтальные проекции точек линии пересечения, которые принадлежат цилиндрической поверхности и сфере.

Фронтальная проекция кривой пересечения симметрична относительно экватора сферы.

Построение начнем с характерных точек. Точки **1** и **2** – крайние точки дуги окружности – принадлежат экватору сферы.

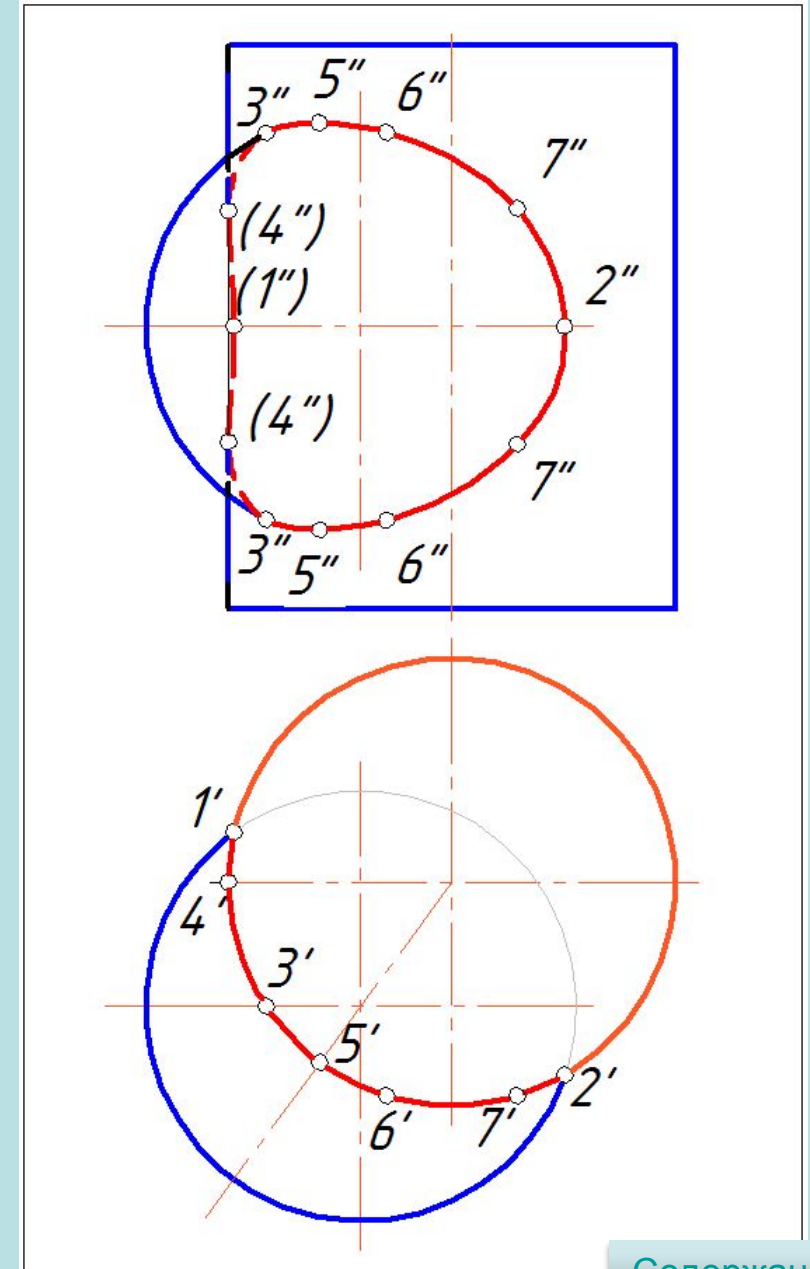
В плоскости γ главного меридиана сферы находятся точки **3** – границы видимости кривой относительно фронтальной плоскости проекций.

Точка **4** принадлежит очерковой линии цилиндрической поверхности.

Точка **5** – самая высокая (низкая) точка кривой пересечения.

Далее строим проекции промежуточных точек, например, точки **6** и **7**.

Соединяем полученные фронтальные проекции точек плавной кривой, учитывая видимость линии пересечения.



Пересечение поверхностей с использованием вспомогательных проецирующих плоскостей

8.17*. Построить проекции линии пересечения сферы и торовой поверхности.

Для построения линии пересечения используем вспомогательные проецирующие плоскости.

Решение задачи начнем с построения характерных точек.

Линия пересечения поверхностей симметрична относительно плоскости γ_1 главного меридиана сферы ($\gamma_1 \parallel \pi_2$).

Очерковые линии на плоскости π_2 совпадают с линиями пересечения плоскости γ_1 со сферой и тором. Поэтому пересечение очерковых линий определяет высшую **1** и низшую **2** точки линии пересечения.

Относительно π_2 две симметричные части кривой пересечения накладываются друг на друга, и проекция будет видимой.

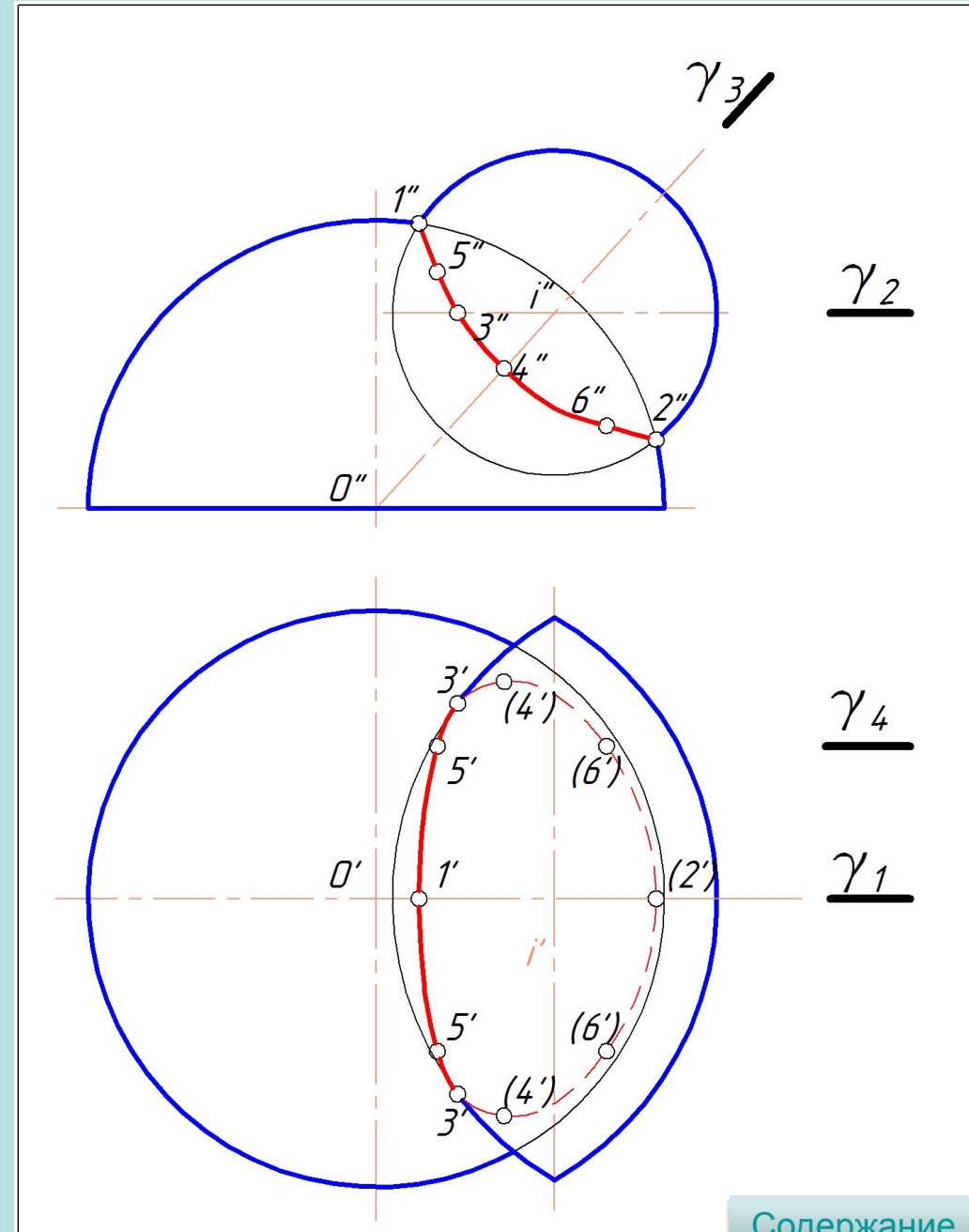
Точки **3** – границы видимости кривой относительно π_1 – принадлежат плоскости γ_2 .

Самая удаленная (близкая) относительно π_2 точки **4** принадлежат плоскости γ_3 .

Определим их положение, повернув плоскость γ_3 относительно фронтально проецирующей оси сферы.

Проекции промежуточных точек кривой, например, **5**, **6** построим с помощью горизонтальной плоскости уровня γ_4 .

Соединим проекции точек плавной линией.



Пересечение поверхностей. Частные случаи

8.20*. Теорема Монжа. Построить проекции линии пересечения двух круговых конусов.

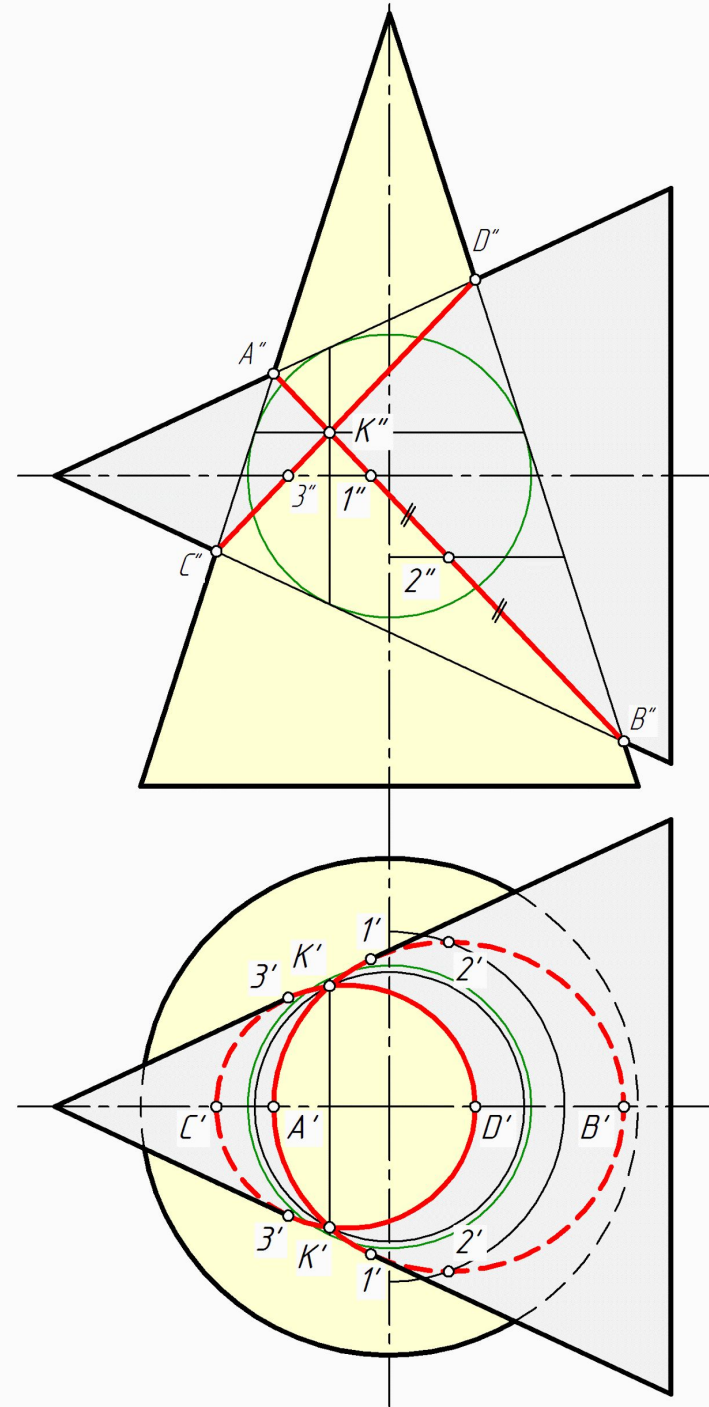
Построим проекции окружностей касания сферы с коническими поверхностями и отметим проекции точек K пересечения окружностей касания.

Отметим фронтальные проекции точек пересечения A, B, C, D , лежащих в общей плоскости симметрии.

В соответствии с теоремой Монжа построим фронтальные проекции линий пересечения конусов – отрезки прямых, являющихся проекциями эллипсов.

Построим горизонтальную проекцию эллипса с большой осью AB , определив точки 1 – границы видимости на горизонтальной проекции и малую ось эллипса $2-2$.

Аналогично построим горизонтальную проекцию эллипса с большой осью CD .



9. ПЛОСКОСТЬ, КАСАТЕЛЬНАЯ К ПОВЕРХНОСТИ, НОРМАЛЬ ПОВЕРХНОСТИ

9.1 а*. В точке A построить касательную плоскость и нормаль поверхности.

Построим горизонтальную проекцию A' точки A с помощью образующей $S1$.

Проекции касательной плоскости.

Заданный конус имеет в горизонтальных плоскостях сечения – окружности. Построим проекции такой окружности m (m' , m'') через точку A .

Прямая t_1 (t_1' , t_1'') касательной плоскости касается окружности в точке A . Вторая прямая t_2 (t_2' , t_2'') касательной плоскости является образующей конуса, проходящей через точку A ($t_2 \equiv S1$).

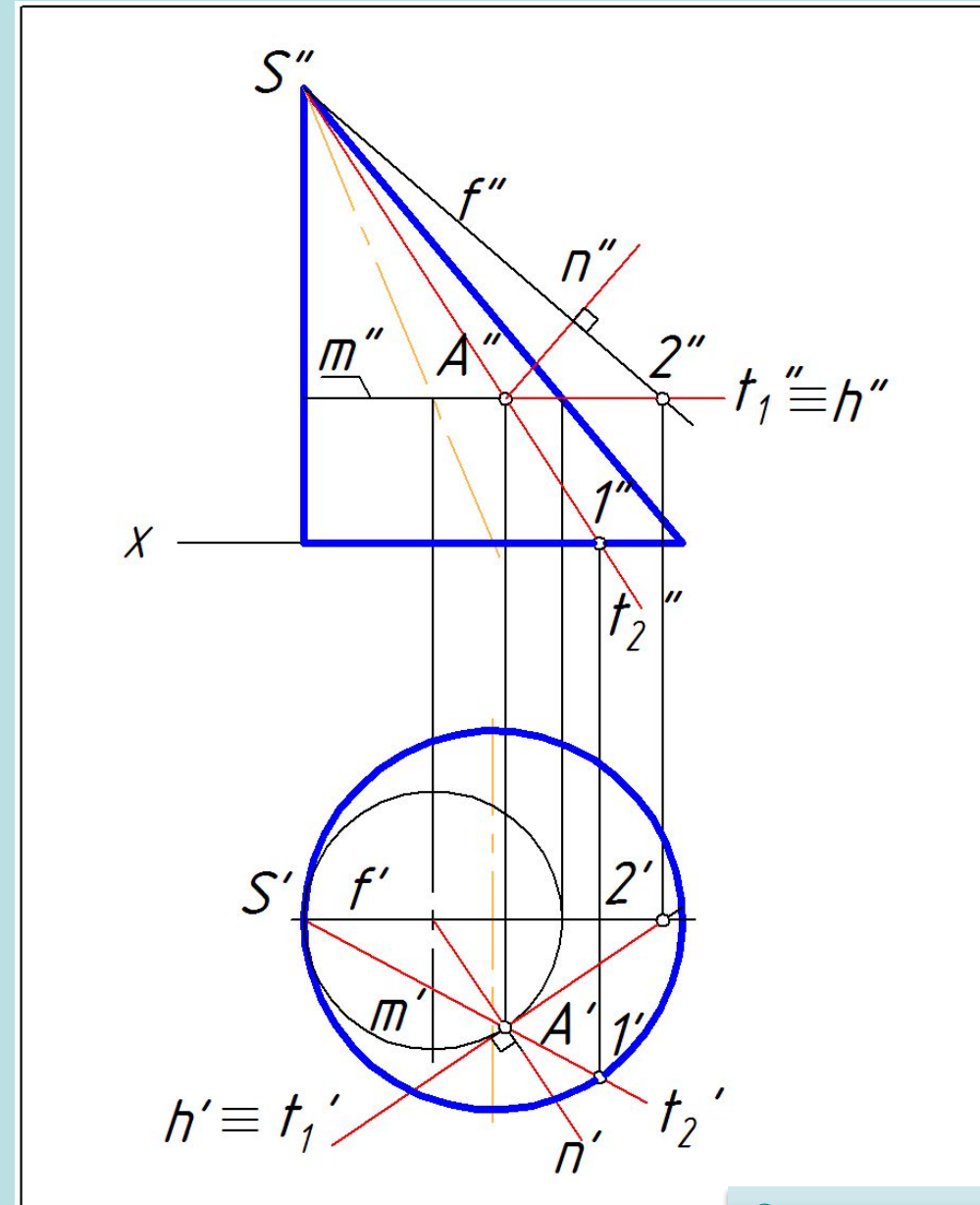
Проекции нормали.

Прямая t_1 – горизонталь касательной плоскости, поэтому горизонтальная проекция нормали $n' \perp t_1'$.

Фронтальная проекция нормали n'' должна быть перпендикулярна фронтальной проекции фронтали касательной плоскости.

Построим произвольную фронталь касательной плоскости. Например, фронтали $S2$.

Проекция нормали $n'' \perp S''2''$.



9.3*. В точке A построить касательную плоскость и нормаль поверхности тора.

Проекция касательной плоскости. Построим фронтальную проекцию A'' точки A , используя параллель (окружность m) тора.

Через точку A построим проекцию второй окружности l кругового сечения тора, проходящего через ось тора. Отметим, что на фронтальную плоскость π_2 окружность m проецируется в прямую m'' , а окружность l – в эллипс l'' .

Построим касательные t_m и t_l к этим окружностям в точке A .

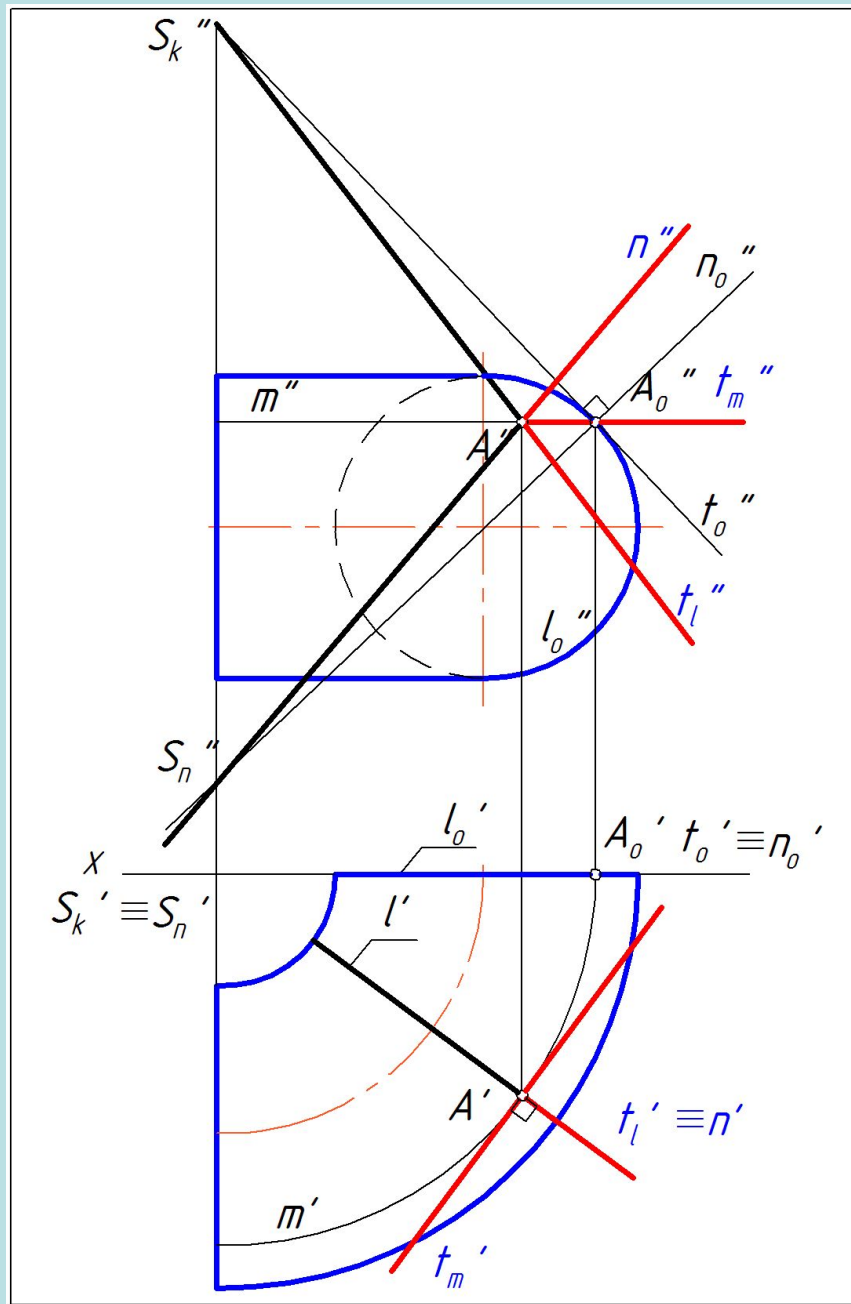
Горизонтальные проекции прямых t_m' и t_l' , соответственно касательные к окружностям m и l в точке A , образуют горизонтальную проекцию касательной плоскости.

Для упрощения построений фронтальной проекции касательной плоскости воспользуемся вращением вокруг проецирующей прямой – оси тора. Переместим окружность l в положение, параллельное плоскости π_2 (l_o' , l_o''). В этом положении построим проекции прямой t_o , касательной к окружности l_o .

Фронтальную проекцию касательной t_l'' построим, используя вершину S_k конуса касательных.

Проекция нормали. Прямая t_m является горизонтальной касательной плоскости, поэтому горизонтальная проекция нормали $n' \perp t_m'$ и $n' \equiv t_l'$.

Фронтальную проекцию нормали n'' построим, используя вершину S_n конуса нормалей



10. РАЗВЕРТКА ПОВЕРХНОСТЕЙ

10.2*. Построить развертку призмы с использованием нормальных сечений.

Развертку призмы можно выполнить, используя нормальное сечение (сечение перпендикулярное боковым ребрам и граням призмы).

Боковые ребра призмы расположены параллельно плоскости проекций π_2 .

Задаем плоскость нормального сечения $\gamma \perp \pi_2$.

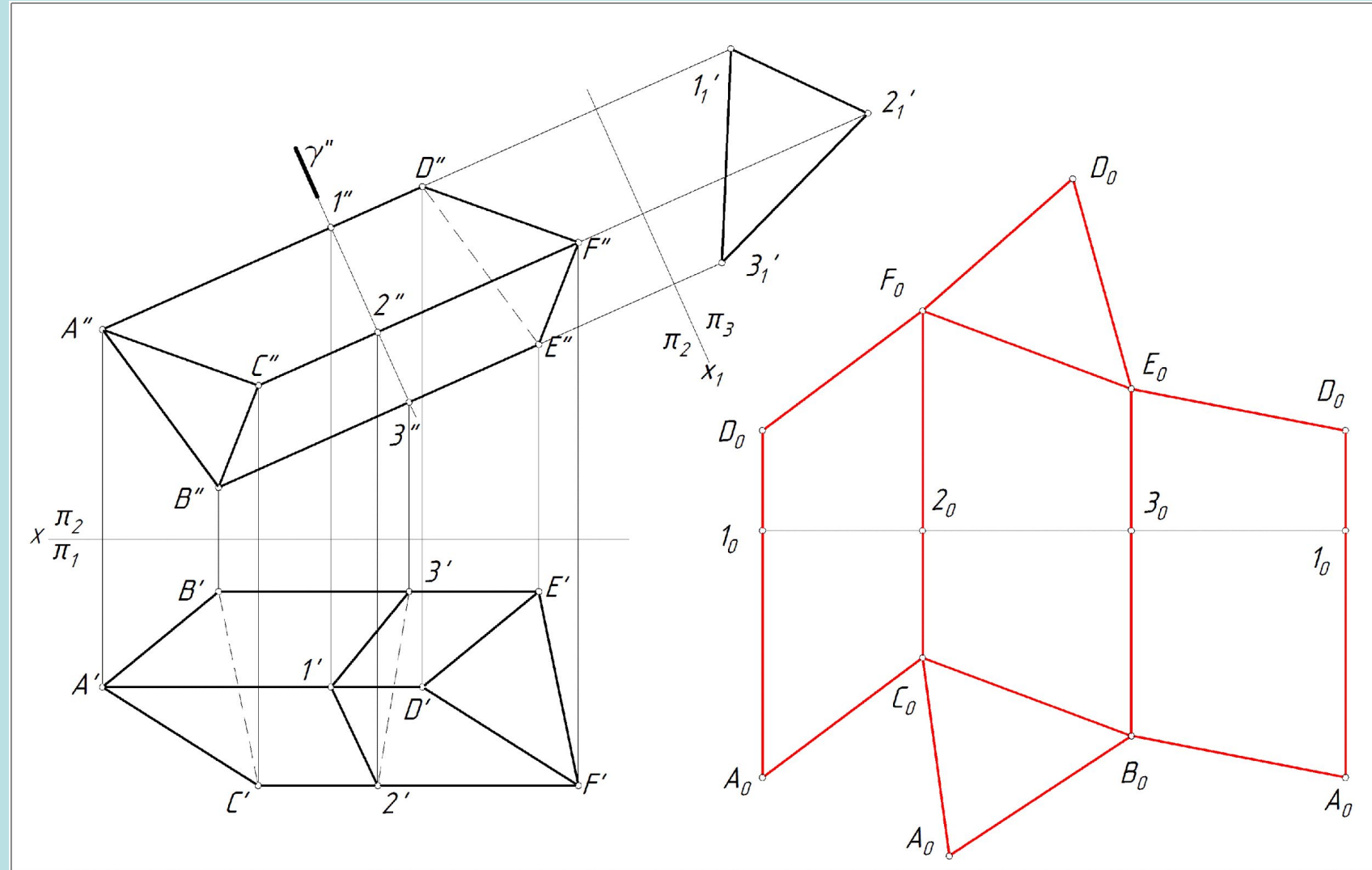
Истинный вид нормального сечения получим, используя способ замены плоскостей проекций.

На горизонтальной прямой «разложим» действительные величины сторон треугольника сечения 1-2-3

На вертикальных прямых отложим величины ребер, используя их фронтальные проекции.

Соединим конечные точки.

Построим треугольники оснований.



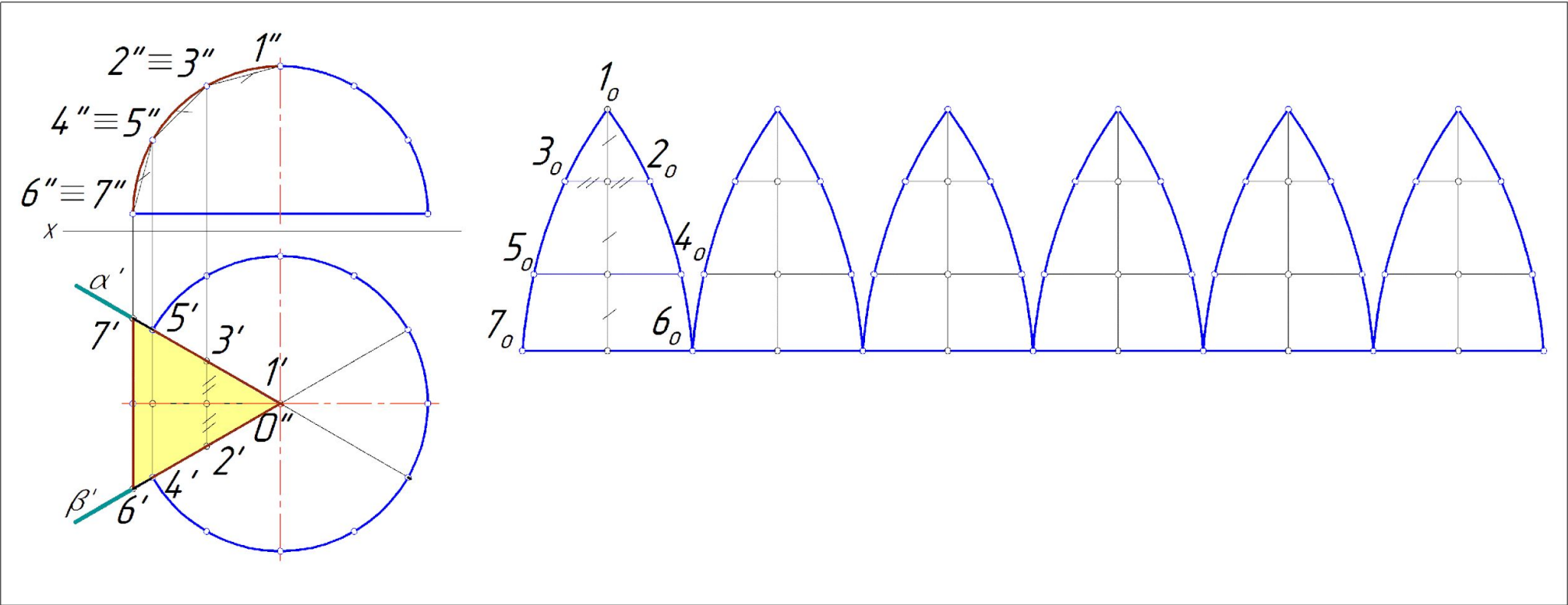
10.3*. Построить условную развертку полусферы с использованием цилиндрических поверхностей.

Построим условную развертку сферы, используя аппроксимацию сферы отсеками цилиндрических поверхностей.

Пересечем сферу горизонтально проецирующими плоскостями, проходящими через центр сферы. Сфера таким образом может быть «разрезана» на 6, 8, 12 равных частей.

Каждую часть сферы заменим отсеком цилиндрической поверхности, касательной к экватору сферы и перпендикулярной фронтальной плоскости проекций. Фронтальная проекция цилиндрической поверхности совпадает с главным меридианом сферы.

Развернем участок цилиндрической поверхности, заменяя дуги окружности цилиндрической поверхности хордами и откладывая соответствующие образующие цилиндра.



11. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

11.1*. Достроить горизонтальную проекцию пирамиды и построить ее изометрическую проекцию.

Достроим горизонтальную проекцию пирамиды (треугольник сечения **1-2-3**).

Построим проекцию высоты пирамиды и точки **S**.

Используя координаты **x** и **y**, построим аксонометрическую проекцию основания **ABC**.

Аксонометрическую проекцию треугольника сечения строим, используя координаты **x** и **y** точек **1, 2, 3**.

Через полученные вторичные проекции точек **1, 2, 3** проводим прямые, параллельные оси **z** до пересечения с соответствующими ребрами пирамиды. Соединяем проекции точек **1, 2, 3**.

