8 класс

Урок алгебры

Решение задач.

Учитель Роздабара И.П.

$3x^2 - 2x - 1 = 0$

$x^2 - 5 = 0$

Решение задач с помощью квадратных уравнений

$x^2 + 2x - 5 = 0$

$6x^2 + 22x - 37 = 0$

Цель урока:

Изучение нового материала

по теме :

«Решение задач с помощью квадратных уравнений».

План урока

I Повторение

а) Определение квадратного уравнения.

б) Неполные квадратные уравнения.

в) Решение квадратных уравнений выделением квадрата двучлена.

г) Решение квадратных уравнений по формуле.

II Изучение новой темы

а) Решение задач из курса геометрии по теореме Пифагора.

б) Решение задач из курса физики про тело, брошенное вертикально вверх.

III Закрепление нового материала, выполнение №№ 556, 558.

IV Подведение итогов

V Домашняя работа

I Повторение

Определение квадратного уравнения.

Как называются уравнения вида:

$$-x^2+6x+1,4=0$$

$$8x^2-7x=0$$

$$x^2-\frac{4}{9}=0$$

То есть это уравнение вида: $ax^2 + bx + c = 0$, где

x - переменная,

a, b, и c - некоторые числа, причем $a \neq 0$.

Числа a,b и c - коэффициенты квадратного уравнения.

Число a называют первым коэффициентом,

b - вторым коэффициентом и

c - свободным членом.

Неполные квадратные уравнения.

Если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ хотя бы один из коэффициентов b или c равен нулю, то такое уравнение называют неполным квадратным уравнением.

Так, уравнения $-2x^2 + 7 = 0$

$$3x^2 - 10x = 0$$

$$4x^2 = 0 \quad -$$

- неполные квадратные уравнения.

В первом из них $b = 0$, во втором $c = 0$, в третьем $b = 0$ и $c = 0$.

Неполные квадратные уравнения бывают трех видов:

1) $ax^2 + c = 0$, где $c \neq 0$

2) $ax^2 + bx = 0$, где $b \neq 0$

3) $ax^2 = 0$

Рассмотрим решение уравнений каждого из этих видов.

Пример 1. Решим уравнение $-3x^2 = -15$

Пример 2. Решим уравнение $4x^2 + 3 = 0$

Пример 3. Решим уравнение $4x^2 + 9x = 0$

Пример 1. $-3x^2 = -15$

$x^2 = 5$

$x = \sqrt{5}$ *или* $x = -\sqrt{5}$

Ответ:

$x_1 = \sqrt{5};$

$x_2 = -\sqrt{5}$

Пример 2. $4x^2 + 3 = 0$

$4x^2 = -3$

$x^2 = -\frac{3}{4}$

Ответ:

корней нет

Пример 3. $4x^2 + 9x = 0$

$x(4x + 9) = 0$

$x = 0$ *или* $4x + 9 = 0$

$4x = -9$

$x = -2\frac{1}{4}$

Ответ:

$x_1 = 0;$

$x_2 = -2\frac{1}{4}$

Решение квадратных уравнений выделением квадрата двучлена.

Рассмотрим пример решения полных квадратных уравнений, то есть таких уравнений, у которых все три коэффициента отличны от нуля, а первый коэффициент равен 1.

Такое уравнение называют приведенным квадратным уравнением.

Решим приведенное квадратное уравнение

$$x^2 + 10x + 25 = 0$$

Представим левую часть в виде квадрата двучлена:

$(x+5)^2=0$

$x+5 = 0$

$x = -5$

ОТВЕТ: **–5**.

Решение квадратных уравнений по формуле.

Решение квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ зависит от выражения $D=b^2-4ac$ - дискриминанта квадратного уравнения.

1) Если D>0, то уравнение имеет два корня:

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}; \qquad x_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a};$$

или $$x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a},$$ *где* $D = b^2 - 4ac$

2) Если D=0, то уравнение имеет один корень

$$x = \frac{-b\pm\sqrt{0}}{2a}$$

3) Если D<0, то уравнение не имеет корней.

Таким образом, при решении квадратного уравнения целесообразно поступать следующим образом:

1) Вычислить дискриминант и сравнить его с нулем.

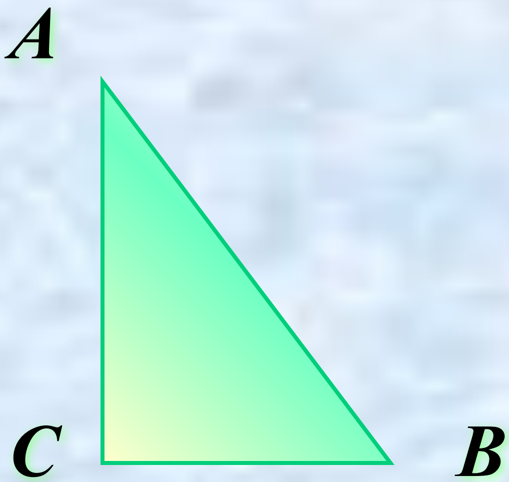
2) Если дискриминант положителен или равен нулю, то воспользоваться формулой корней, если дискриминант отрицателен, то записать, что корней нет.

II Изучение новой темы

Решение задач с помощью квадратных уравнений

Задача 1

Найдите катеты прямоугольного треугольника, если известно, что один из них на 4 см меньше другого, а гипотенуза равна 20 см.



Дано: ΔABC - прямоугольный,
$\angle C = 90°$, $AB = 20$ см,
CB на 4 см меньше AC.

Найти: CB, AC - ?

Пусть CB = x см, тогда AC = $x + 4$ (см).

Так как AB = 20 см, то по теореме Пифагора

$AB^2 = CB^2 + AC^2$.

Решение:

Составим уравнение: $x^2 + (x + 4)^2 = 20^2$

Упростим полученное уравнение:

$x^2 + x^2 + 8x + 16 = 400$

$2x^2 + 8x - 384 = 0$

$x^2 + 4x - 192 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 16 + 4 \cdot 192 = 16 + 768 = 784$ $\sqrt{D} = 28$

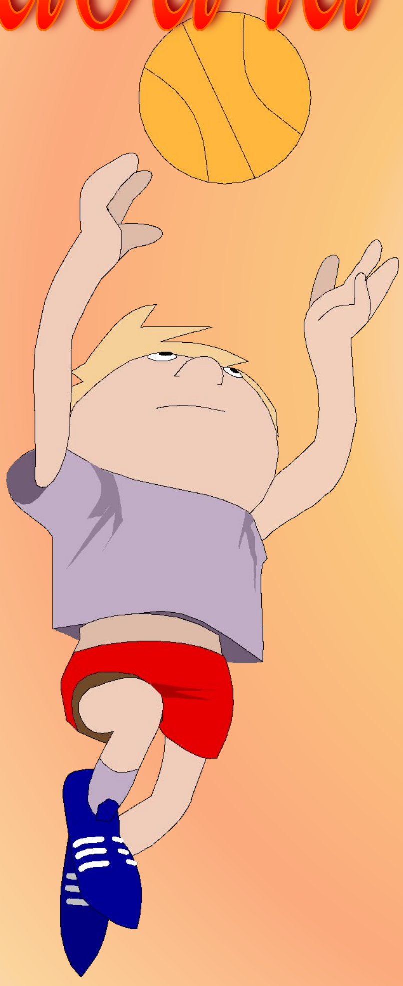
$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4 + 28}{2} = 12; \qquad x_2 = \frac{-4 - 28}{2} = -16.$$

По смыслу задачи значение x должно быть положительным числом. Этому условию удовлетворяет только $x = 12$.

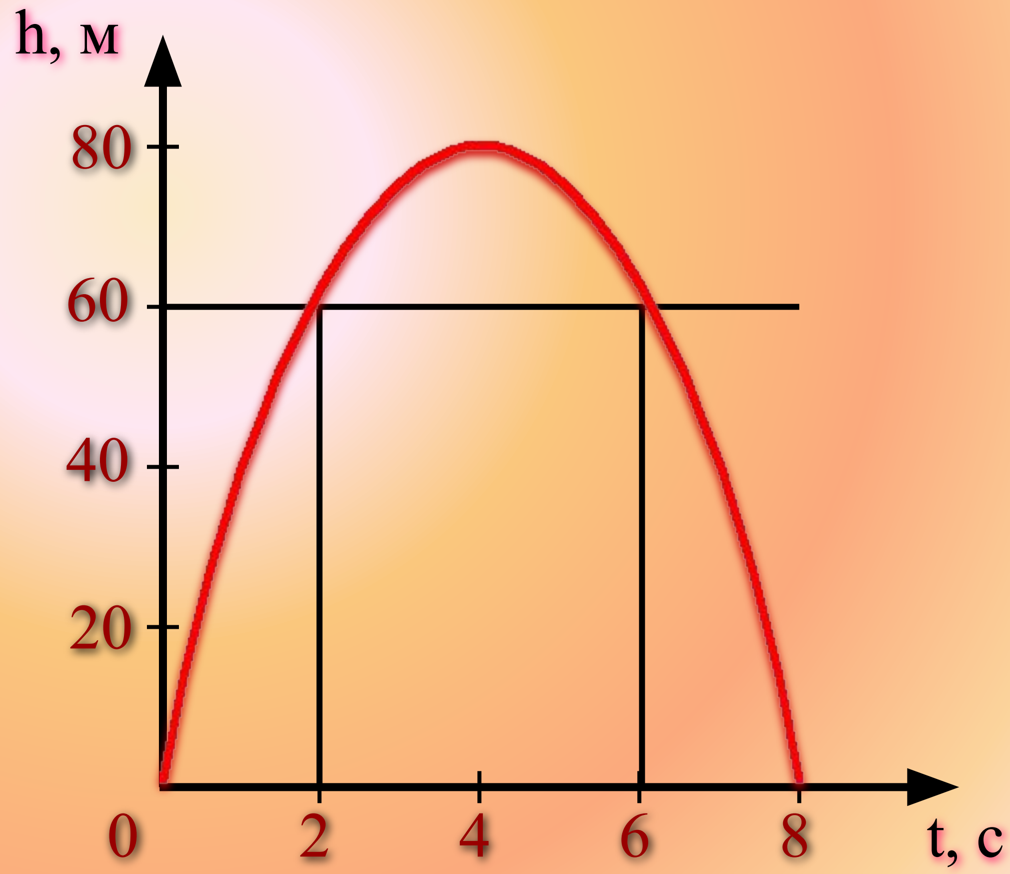
Если $x = 12$, то $x + 4 = 16$.

Ответ: CB = 12 см; AB = 16 см.

Задача 2



Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью 4 м/с. Через сколько секунд оно окажется на высоте 60 м?



Решение:

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

v_0 - начальная скорость (в м/с)

g - ускорение свободного падения, приближенно равно 10 м/с^2.

Подставив значения h и v_0 в формулу, получим:

$60 = 40\,t - 5\,t^2$

$5\,t^2 - 40\,t + 60 = 0$

$t^2 - 8\,t + 12 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 64 - 4*12 = 64 - 48 = 16 \qquad \sqrt{D} = 4$

$$t_1 = \frac{8-4}{2} = 2 \qquad t_2 = \frac{8+4}{2} = 6$$

Условию задачи удовлетворяют оба найденных корня.

Ответ: **2с, 6с.**

III Закрепление нового материала

№ 556

Произведение двух натуральных чисел, одно из которых на 6 больше другого равно 187. Найдите эти числа.

Решение:

Пусть ***n*** - меньшее натуральное число. Тогда ***n*+6** - большее натуральное число. Так как их произведение равно 187, то составим уравнение:

$$n\,(\,n + 6\,) = 187$$

$$n^2 + 6n = 187$$

$$D = b^2 - 4\,ac = 36 + 4*187 = 36 + 748 = 784$$

$$\sqrt{D} = 28$$

$$n_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{-6+28}{2} = 11; \qquad n_2 = \frac{-6-28}{2} = -17;$$

По смыслу задачи $n = 11$.

Если $n = 11$, то $n + 6 = 17$.

Ответ: **11; 17.**

№ 558

Найдите периметр прямоугольника, длина которого на 4 см больше ширины, а площадь равна 60 см^2.

Дано:

ABCD - прямоугольник,
AD на 4 см больше AB,
$S_{ABCD} = 60 см^2$.

Найти: P_{ABCD} - ?

Решение:

Пусть AB = x см, тогда AD = $x + 4$ (см).

Так как $S_{ABCD} = 60$ см^2, то составим уравнение:

$$x\,(x + 4) = 60$$

$$x^2 + 4x - 60 = 0$$

$$D = b^2 - 4\,ac = 16 + 4*60 = 16 + 240 = 256 \quad \sqrt{D} = 28$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4 + 16}{2} = 6; \qquad x_2 = \frac{-4 - 16}{2} = -5;$$

По смыслу задачи $x = 6$.

Если $x = 6$, то $x + 4 = 10$.

Так как $P_{ABCD} = 2$ (AB + AD), получим

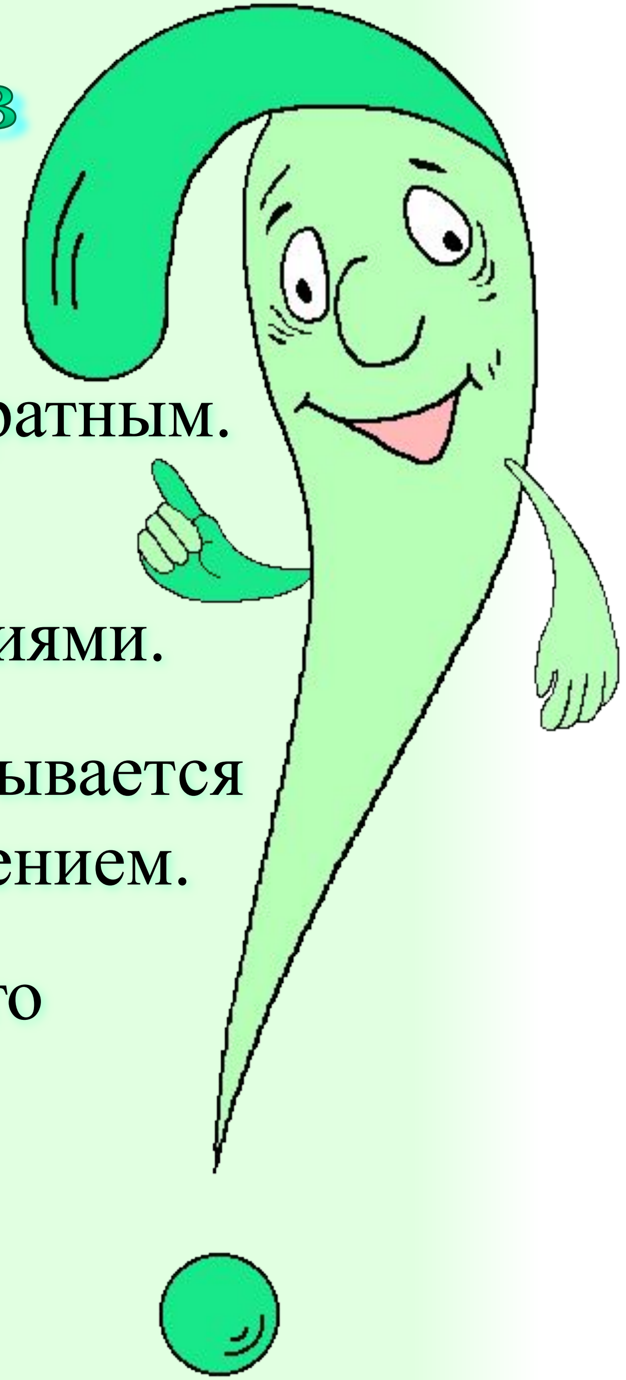
$P_{ABCD} = 2\,(6 + 10) = 32$ (см).

Ответ: 32 см.

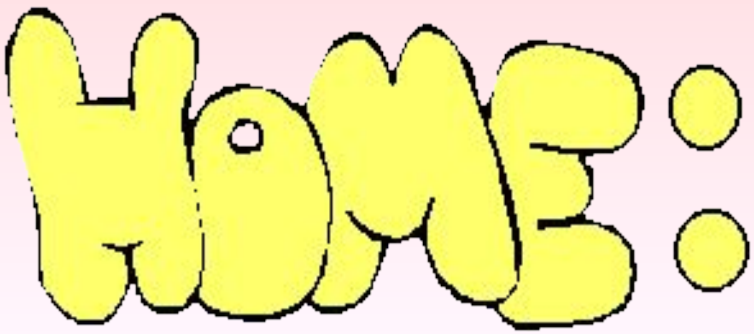
IV Подведение итогов

В о п р о с ы :

1) Какое уравнение называется квадратным.
2) Какие уравнения называются неполными квадратными уравнениями.
3) Какое квадратное уравнение называется приведенным квадратным уравнением.
4) Как зависит решение квадратного уравнения от дискриминанта.
5) Назовите формулу корней квадратного уравнения.



V Домашняя работа



№ 557,
№ 559.