

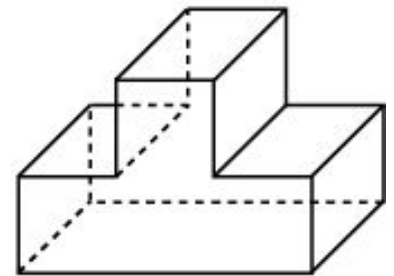
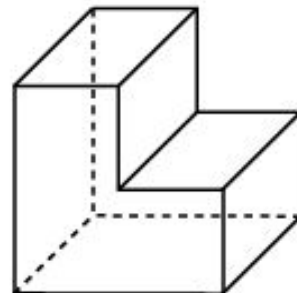
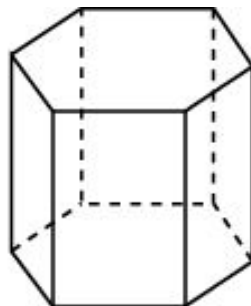
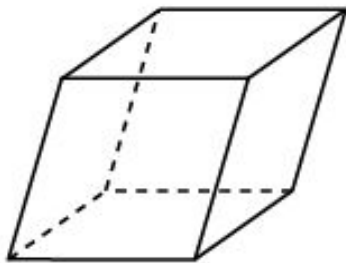
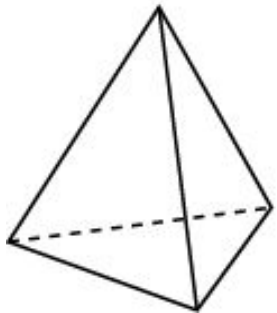
# МНОГОГРАННИКИ

**Многогранником** называется тело, поверхность которого состоит из конечного числа многоугольников, называемых **гранями** многогранника. Стороны и вершины этих многоугольников называются соответственно **ребрами** и **вершинами** многогранника.

Отрезки, соединяющие вершины многогранника, не принадлежащие одной грани, называются **диагоналями** многогранника.

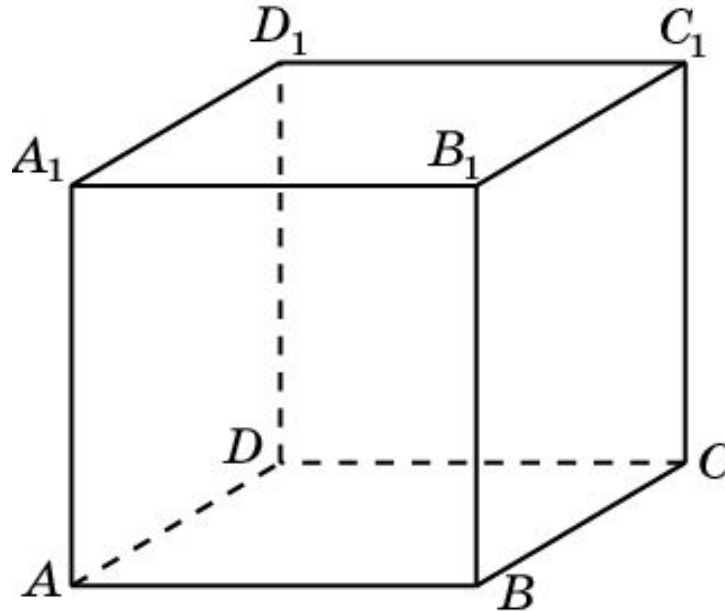
Многогранник называется **выпуклым**, если вместе с любыми двумя своими точками он содержит и соединяющий их отрезок.

На рисунках приведены примеры выпуклых и невыпуклых многогранников



# КУБ 1

**Кубом** называется многогранник, поверхность которого состоит из шести квадратов.

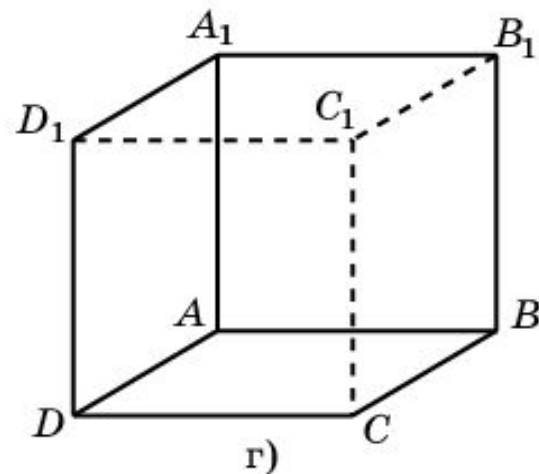
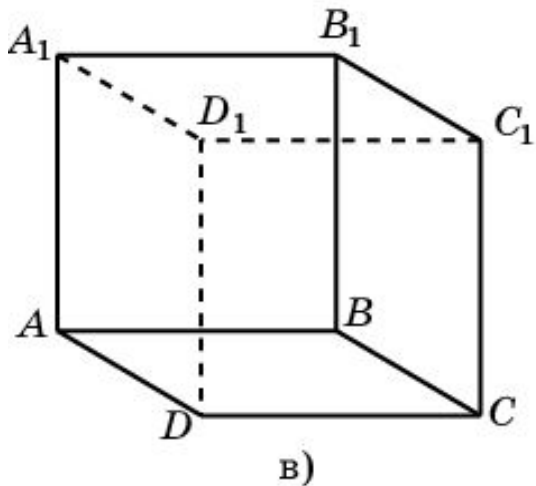
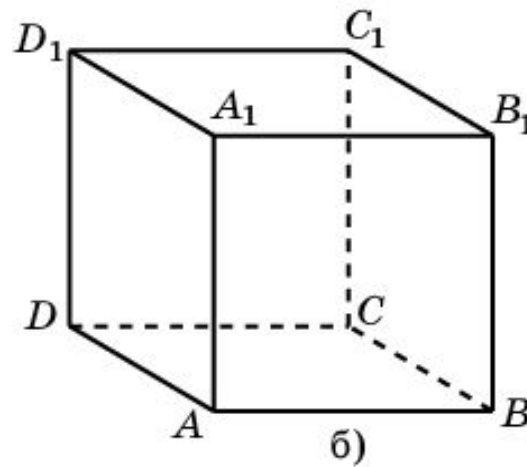
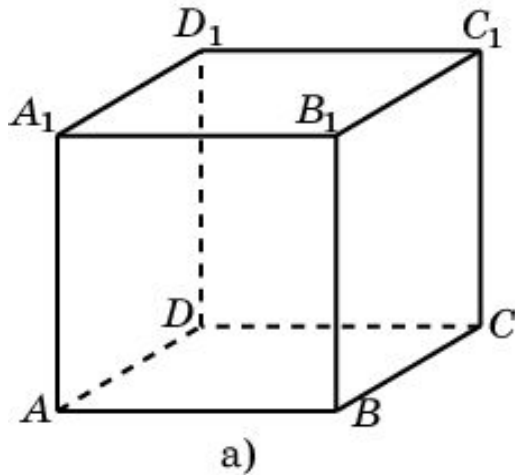


Обычно куб изображается так, как показано на рисунке. А именно, рисуется квадрат  $ABB_1A_1$ , изображающий одну из граней куба, и равный ему квадрат  $DCC_1D_1$ , стороны которого параллельны соответствующим сторонам квадрата  $ABB_1A_1$ . Соответствующие вершины этих квадратов соединяются отрезками. Отрезки, изображающие невидимые ребра куба, проводятся пунктиром.

## КУБ 2

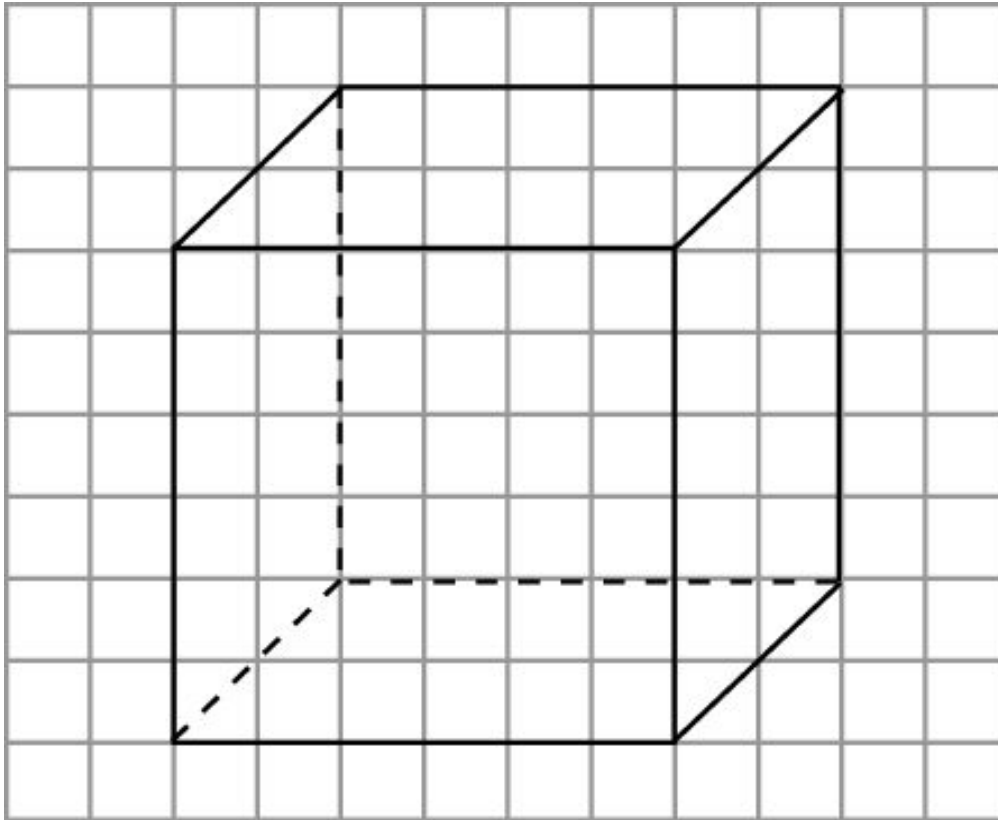
На рисунках показаны несколько изображений куба.

На рисунке а) мы смотрим на куб сверху и справа; б) сверху и слева; в) снизу и справа; г) снизу и слева.



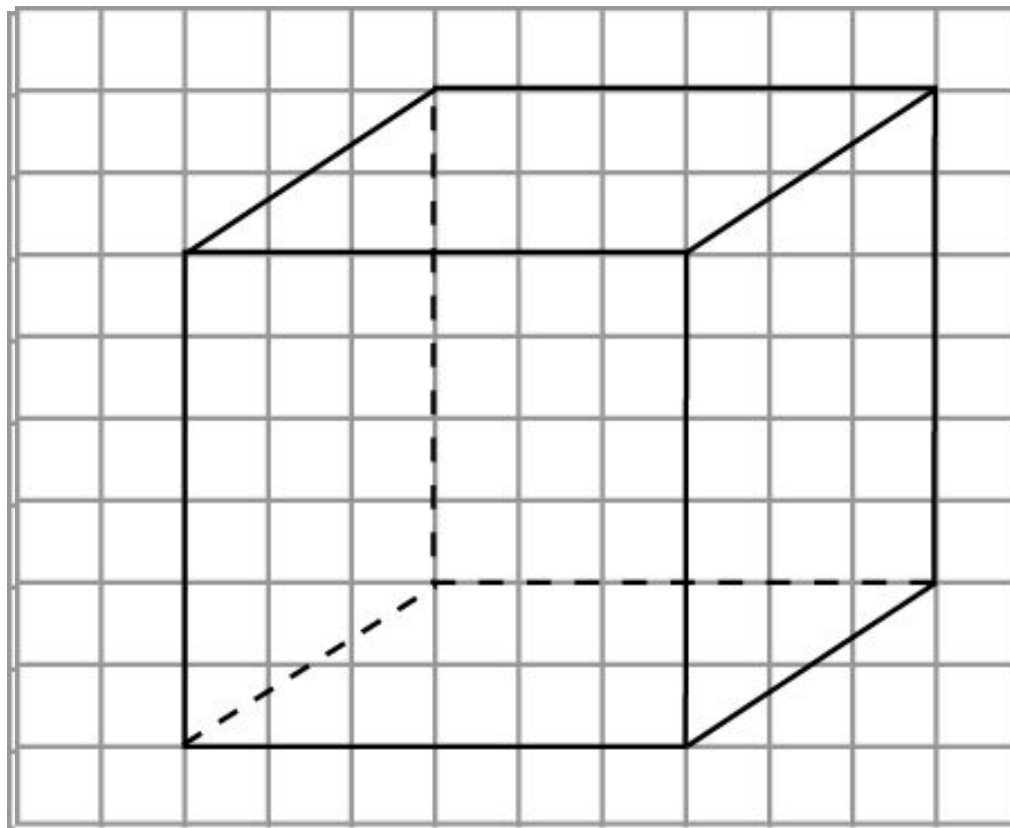
## Упражнение 1

Изобразите куб на клетчатой бумаге, аналогично данному на рисунке.



## Упражнение 2

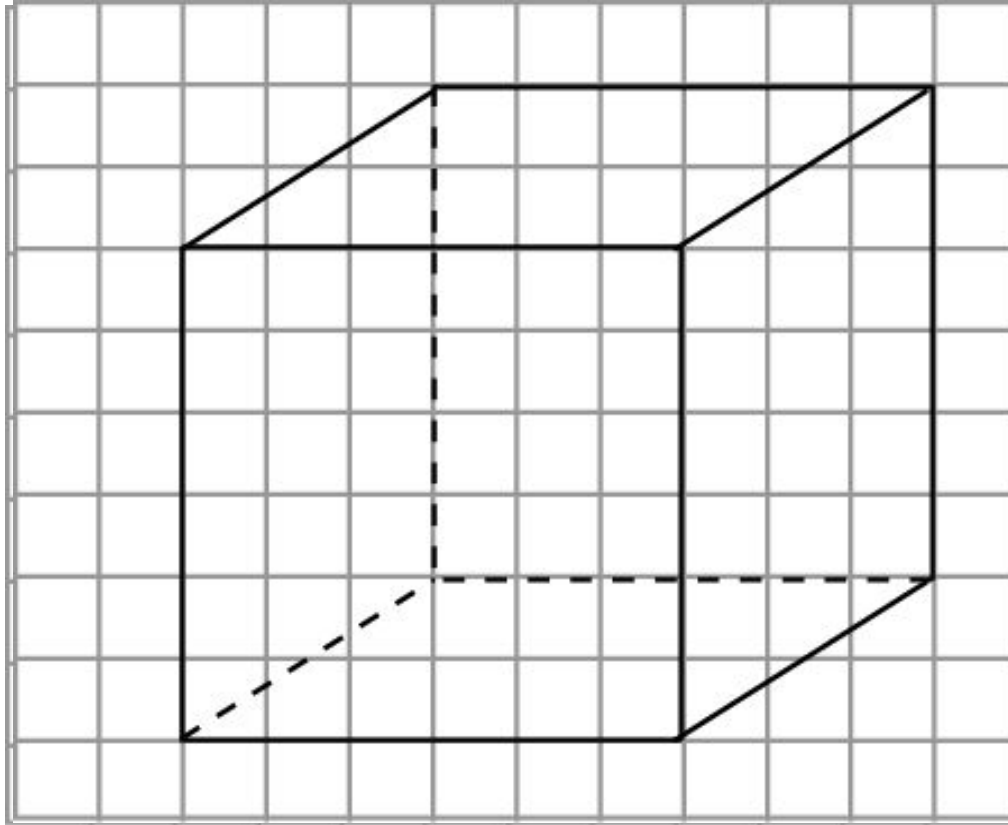
На рисунке изображены три ребра куба. Изобразите весь куб.



Ответ.

### Упражнение 3

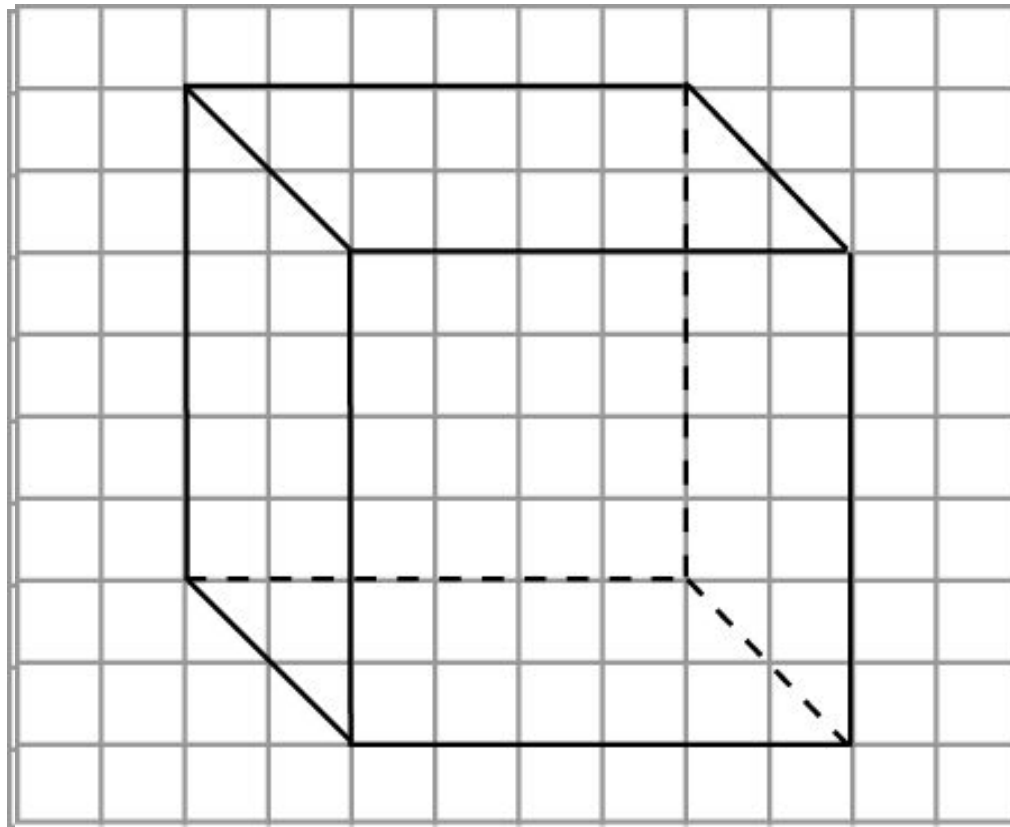
На рисунке изображены три ребра куба. Изобразите весь куб.



Ответ.

## Упражнение 4

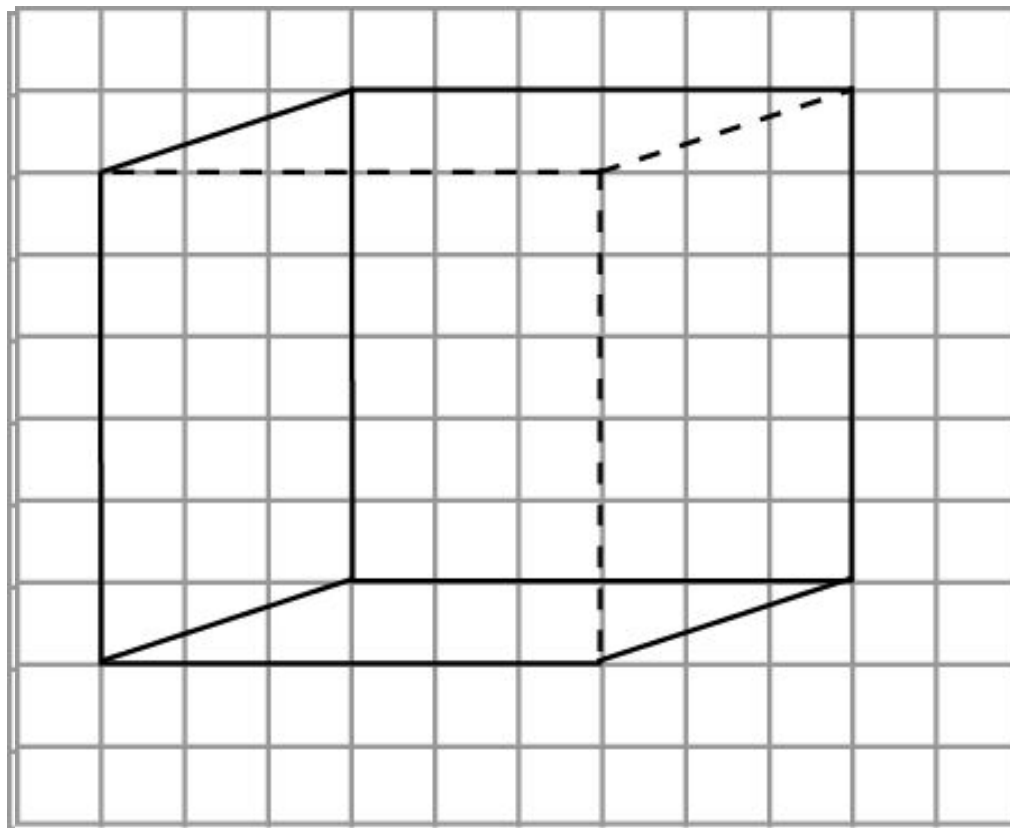
На рисунке изображены три ребра куба. Изобразите весь куб.



Ответ.

## Упражнение 5

На рисунке изображены три ребра куба. Изобразите весь куб.



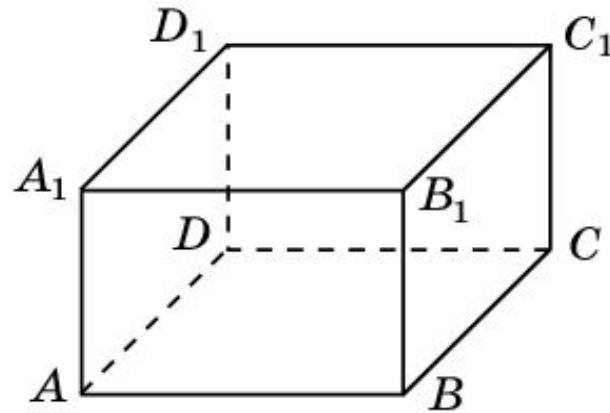
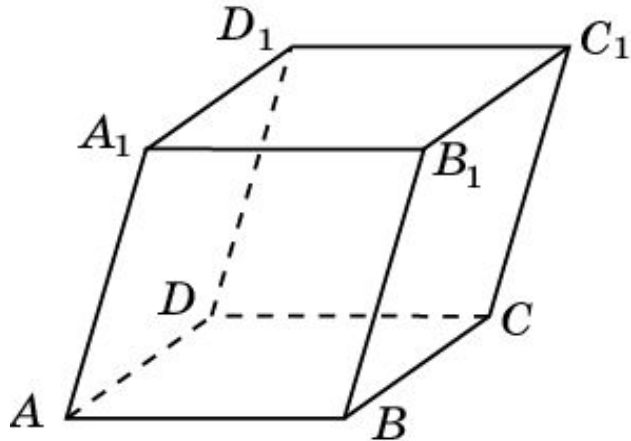
Ответ.



# ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

**Параллелепипедом** называется многогранник, поверхность которого состоит из шести параллелограммов.

**Прямоугольным параллелепипедом** называется параллелепипед, грани которого – прямоугольники.

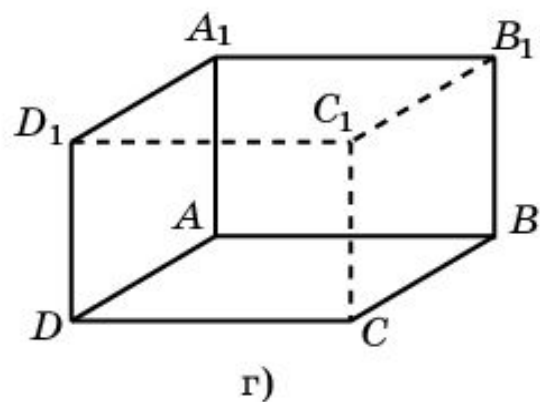
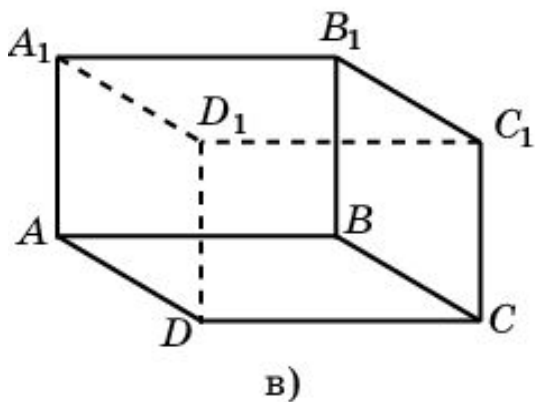
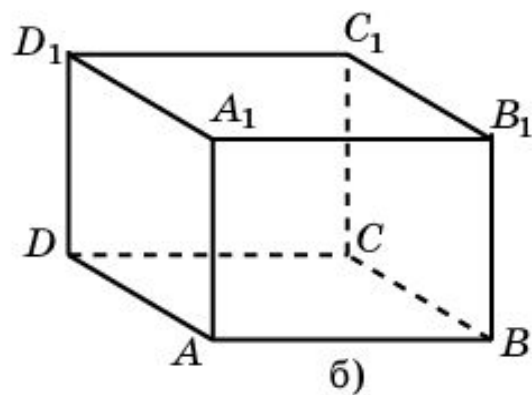
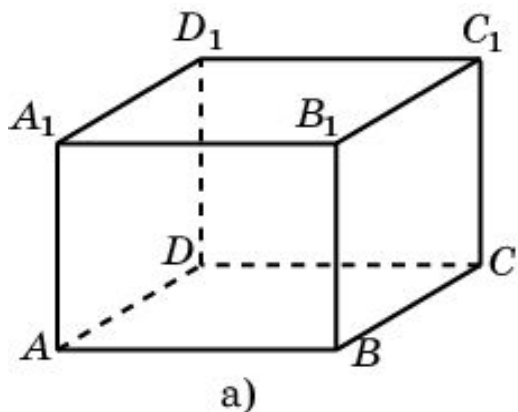


Обычно параллелепипед изображается так, как показано на рисунке. А именно, рисуется параллелограмм  $ABB_1A_1$ , изображающий одну из граней параллелепипеда, и равный ему параллелограмм  $DCC_1D_1$ , стороны которого параллельны соответствующим сторонам параллелограмма  $ABB_1A_1$ . Соответствующие вершины этих параллелограммов соединяются отрезками. Отрезки, изображающие невидимые ребра куба, проводятся пунктиром. В случае прямоугольного параллелепипеда вместо параллелограммов, изображающих две грани, рисуются равные прямоугольники.

# ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

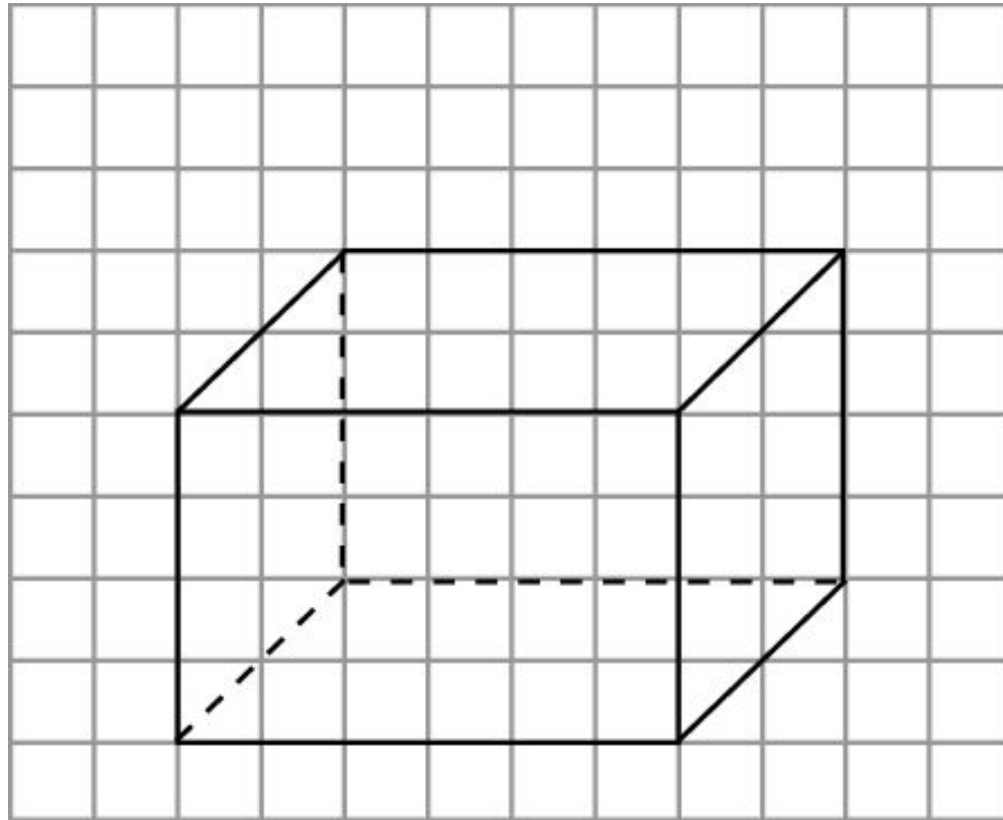
На рисунках показаны несколько изображений прямоугольного параллелепипеда.

На рисунке а) мы смотрим на куб сверху и справа; б) сверху и слева; в) снизу и справа; г) снизу и слева.



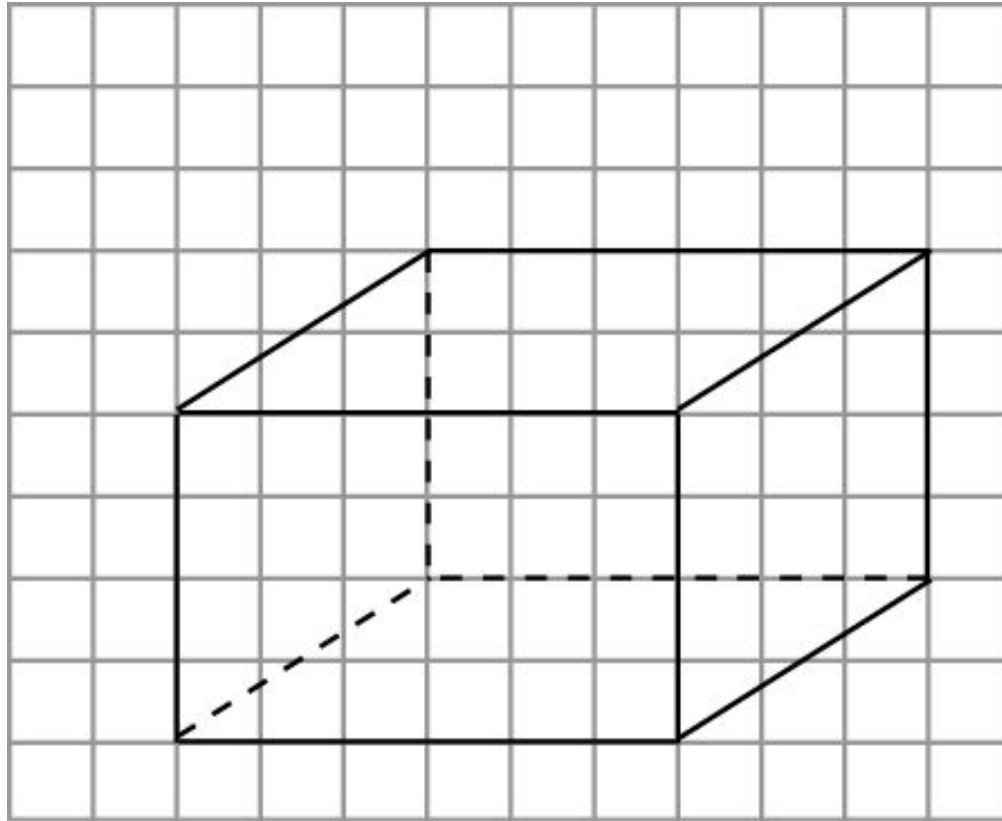
## Упражнение 1

Изобразите прямоугольный параллелепипед на клетчатой бумаге, аналогично данному на рисунке.



## Упражнение 2

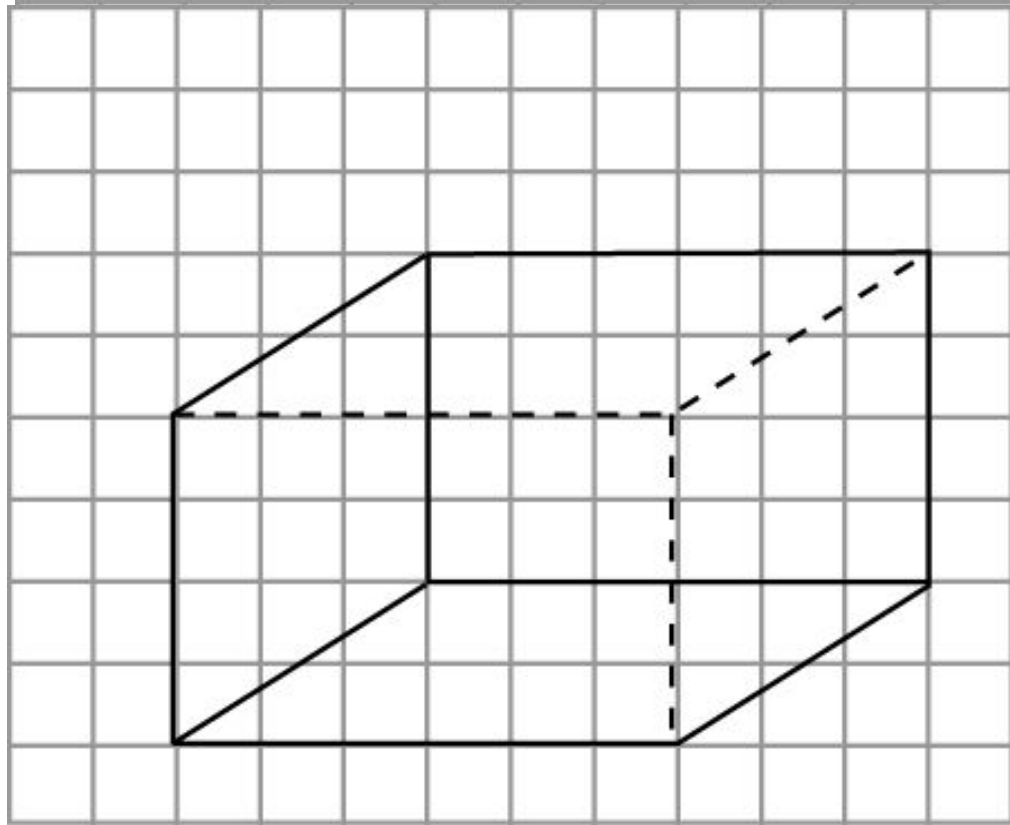
На рисунке изображены три ребра прямоугольного параллелепипеда. Изобразите весь параллелепипед.



Ответ.

### Упражнение 3

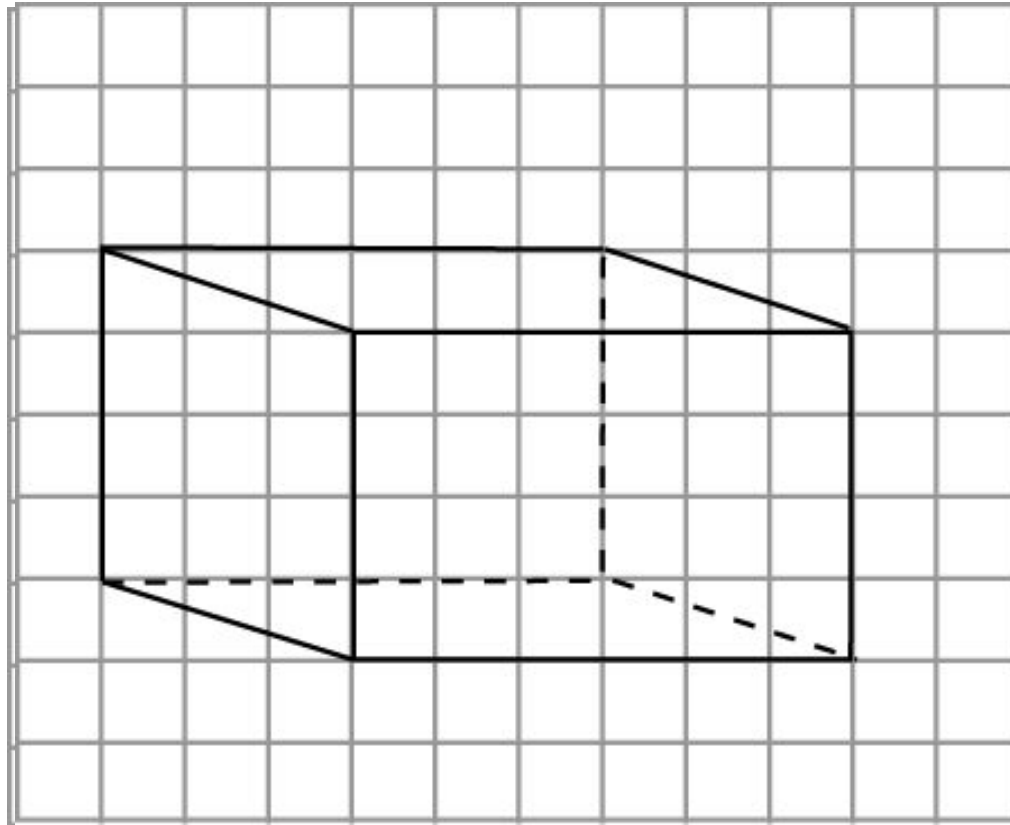
На рисунке изображены три ребра прямоугольного параллелепипеда. Изобразите весь параллелепипед.



Ответ.

## Упражнение 4

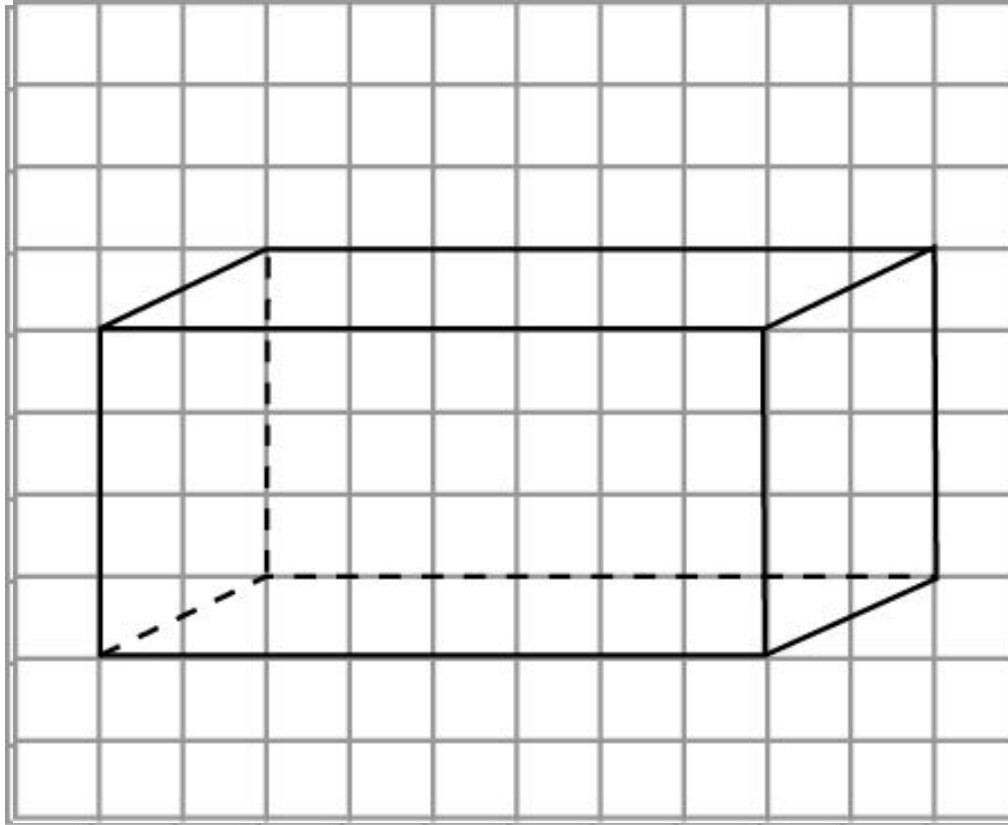
На рисунке изображены три ребра прямоугольного параллелепипеда. Изобразите весь параллелепипед.



Ответ.

## Упражнение 5

На рисунке изображены три ребра прямоугольного параллелепипеда. Изобразите весь параллелепипед.

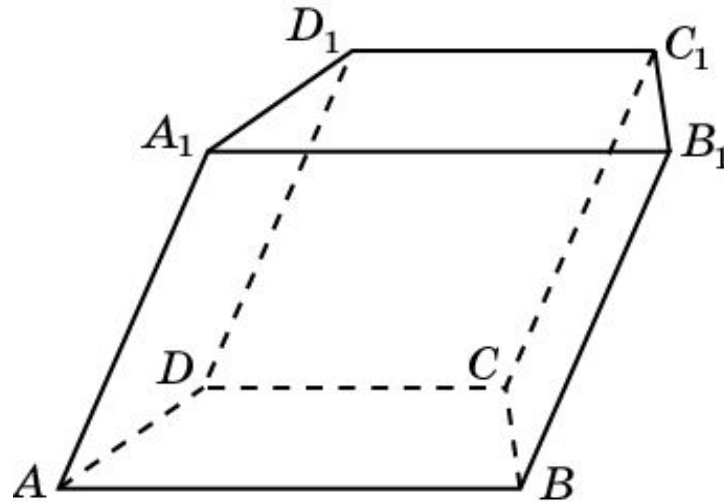


Ответ.

# ПРИЗМА

**Призмой** называется многогранник, поверхность которого состоит из двух равных многоугольников, называемых основаниями призмы, и параллелограммов, имеющих общие стороны с каждым из оснований и называемых боковыми гранями призмы. Стороны боковых граней называются боковыми ребрами призмы.

Призма называется ***n*-угольной**, если ее основаниями являются *n*-угольники.

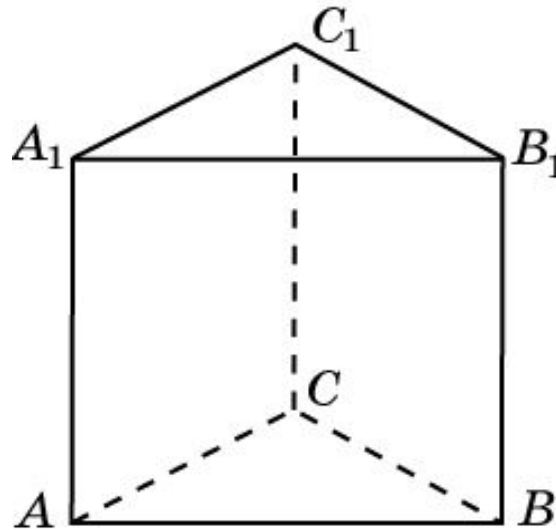


На рисунке изображена четырехугольная призма.  $ABCD$  и  $A_1B_1C_1D_1$  – равные четырехугольники с соответственно параллельными сторонами. Соответствующие вершины этих четырехугольников соединены отрезками. Отрезки, изображающие невидимые ребра призмы, проводятся пунктиром.



# ПРЯМАЯ ПРИЗМА

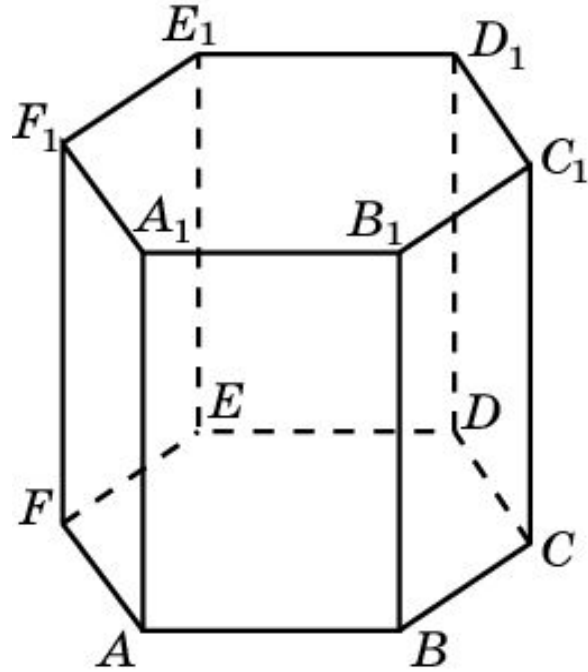
Призма называется **прямой**, если её боковые грани – прямоугольники.



На рисунке изображена прямая треугольная призма,  $ABB_1A_1$  – прямоугольник.

# ПРАВИЛЬНАЯ ПРИЗМА

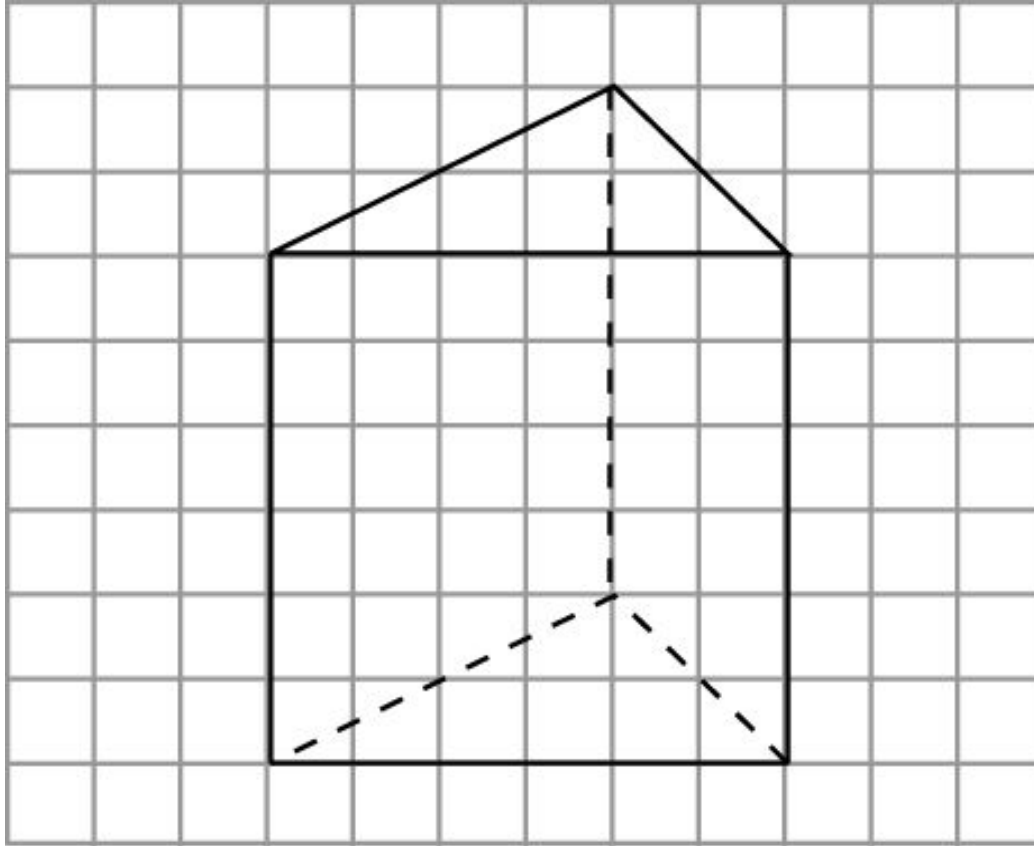
Прямая призма называется **правильной**, если её основания – правильные многоугольники.



На рисунке изображена правильная шестиугольная призма. Ее основания изображаются шестиугольниками, противоположные стороны которых равны и параллельны. Боковые грани  $ABB_1A_1$  и  $DEE_1D_1$  изображаются прямоугольниками.

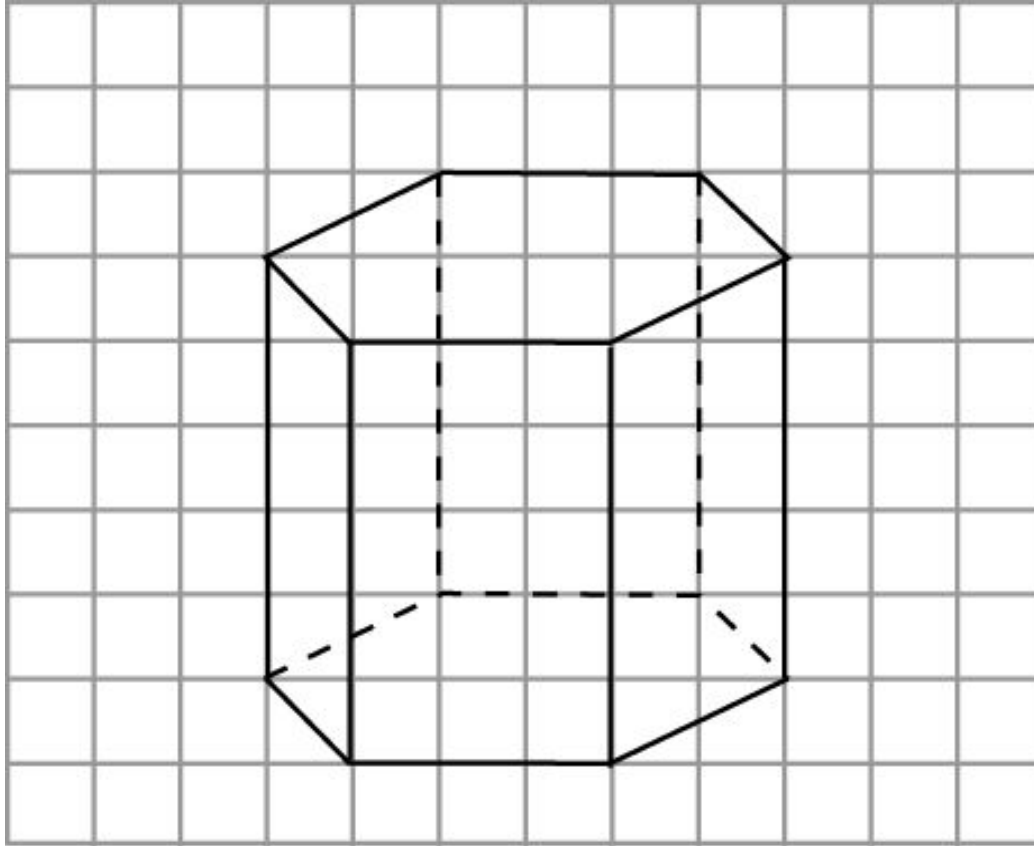
## Упражнение 1

Изобразите треугольную призму на клетчатой бумаге, аналогично данной на рисунке.



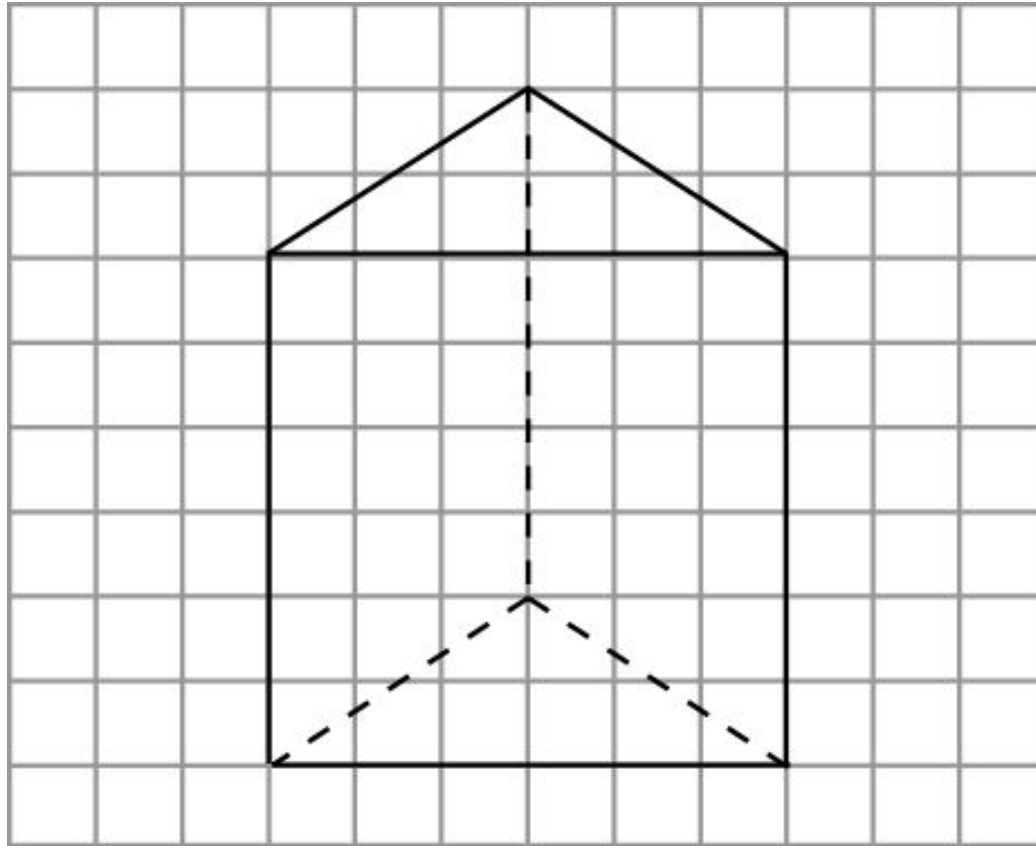
## Упражнение 2

Изобразите правильную шестиугольную призму на клетчатой бумаге, аналогично данной на рисунке.



### Упражнение 3

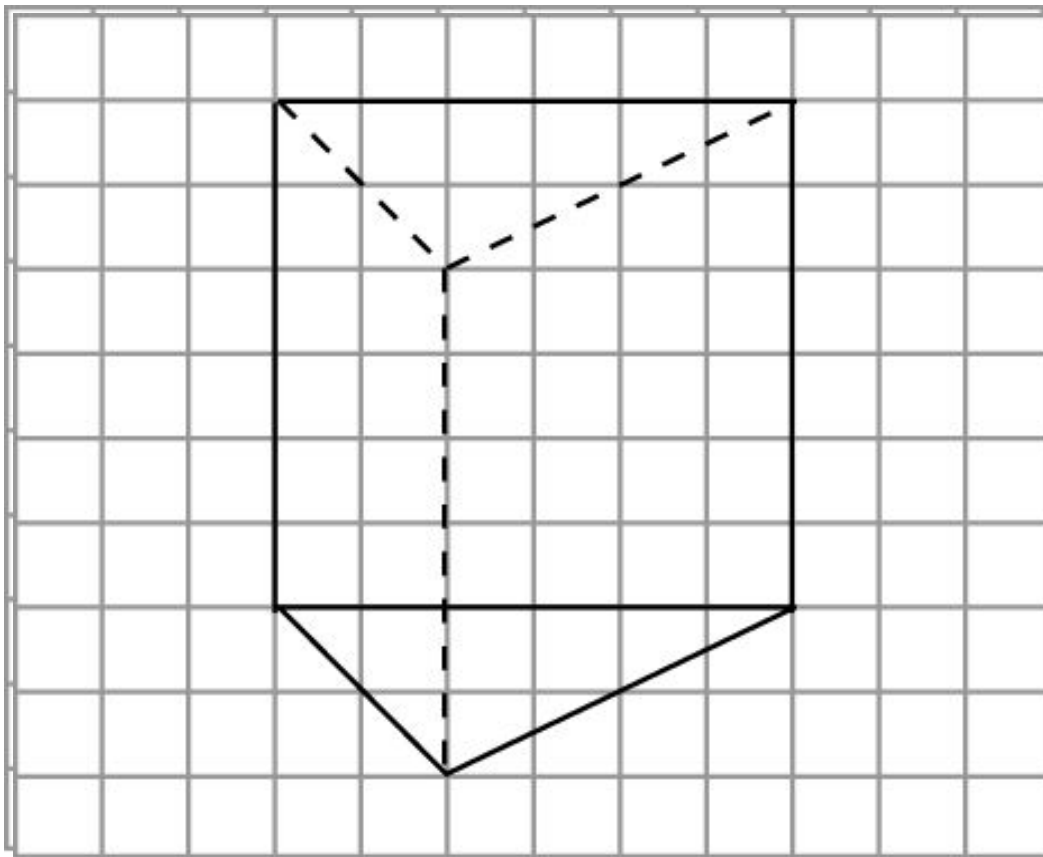
На рисунке изображены три ребра треугольной призмы. Изобразите всю призму.



Ответ.

## Упражнение 4

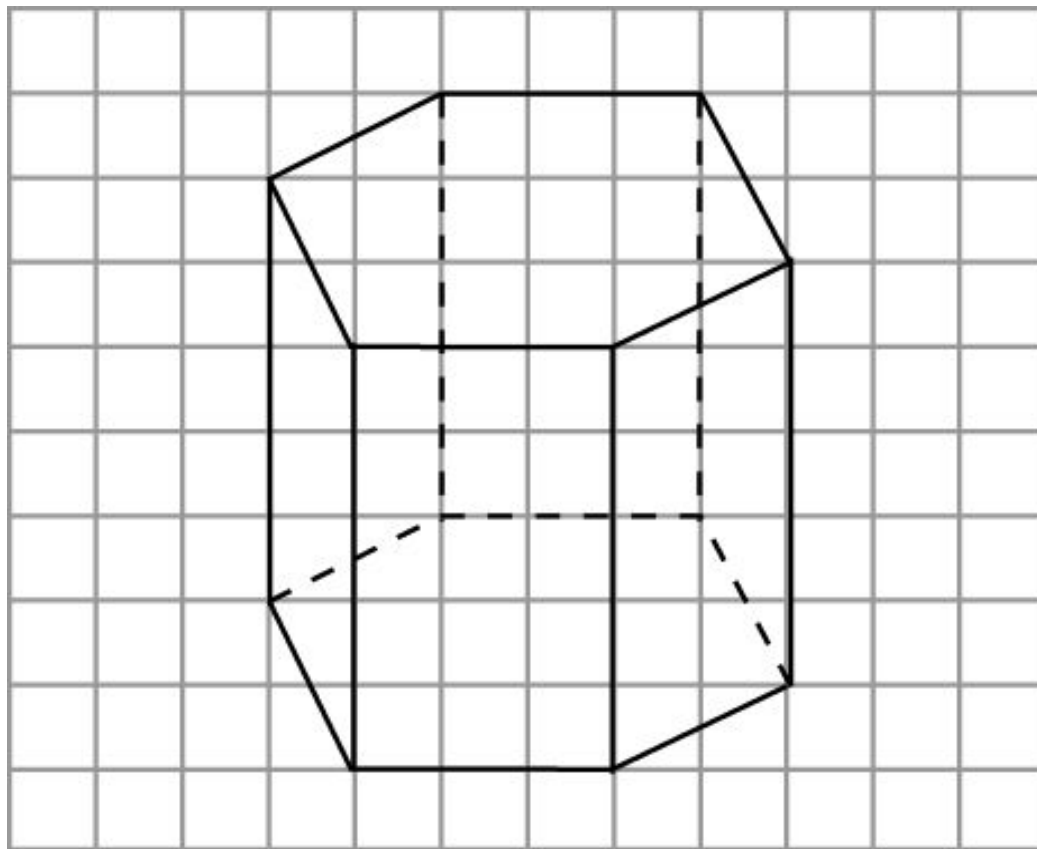
На рисунке изображены три ребра треугольной призмы. Изобразите всю призму.



Ответ.

## Упражнение 5

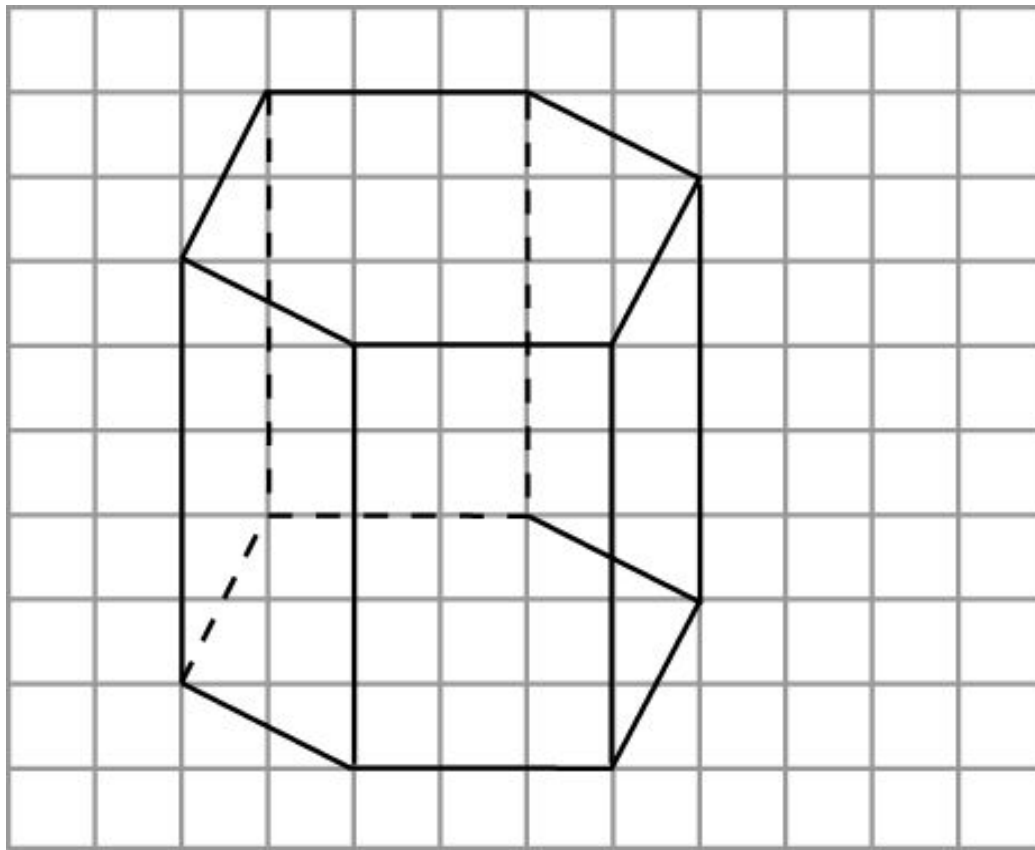
На рисунке изображены четыре ребра шестиугольной призмы. Изобразите всю призму.



Ответ.

## Упражнение 6

На рисунке изображены четыре ребра шестиугольной призмы. Изобразите всю призму.



Ответ.



## Упражнение 7

Существует ли призма, которая имеет:

а) 4 ребра?

Ответ: Нет.

б) 6 рёбер?

Ответ: Нет.

в) 12 рёбер?

Ответ: Да.

г) 21 ребро?

Ответ: Да.

## Упражнение 8

Какой многоугольник лежит в основании призмы,  
которая имеет:

а) 18 рёбер?

**Ответ:** Шестиугольник.

б) 24 вершины?

**Ответ:** Двенадцатиугольник.

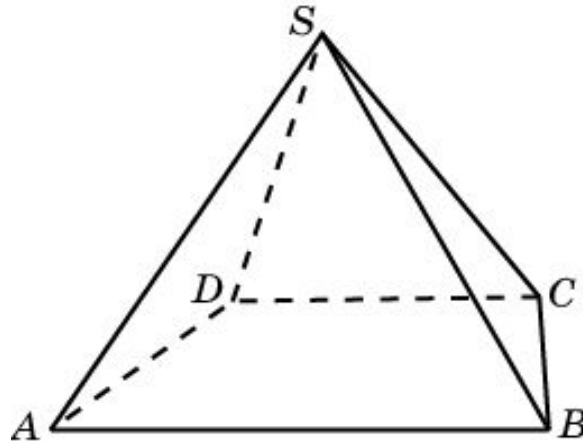
в) 36 граней?

**Ответ:** Тридцатичетырёхугольник.

# ПИРАМИДА

**Пирамидой** называется многогранник, поверхность которого состоит из многоугольника, называемого основанием пирамиды, и треугольников с общей вершиной, называемых боковыми гранями пирамиды. Стороны боковых граней называются боковыми ребрами пирамиды. Общая вершина боковых граней называется вершиной пирамиды

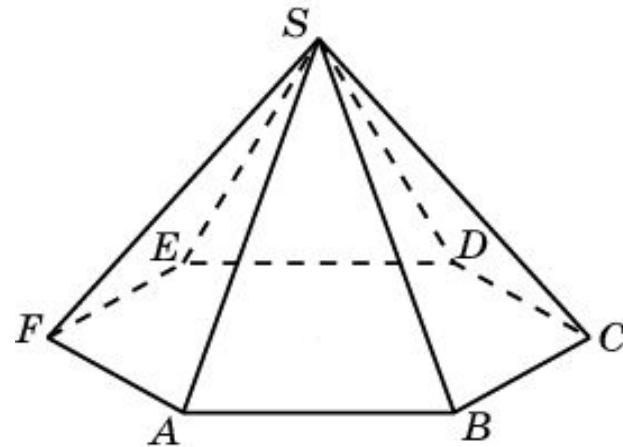
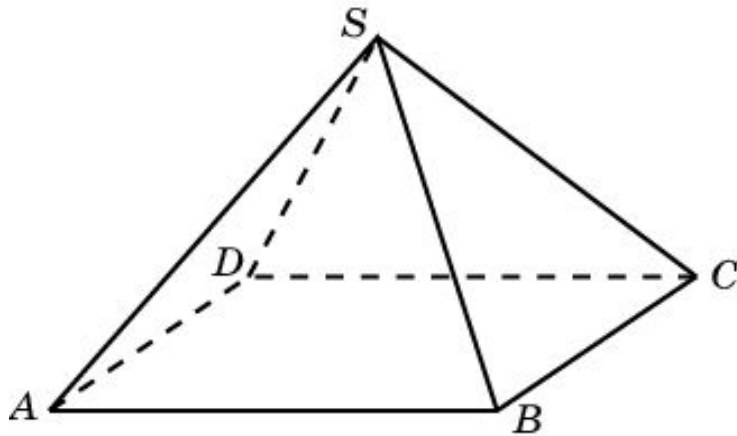
Пирамида называется ***n*-угольной**, если ее основанием является *n*-угольник.



На рисунке изображена четырехугольная пирамида. Четырехугольник  $ABCD$  – основание,  $S$  – вершина пирамиды.

# ПРАВИЛЬНАЯ ПИРАМИДА

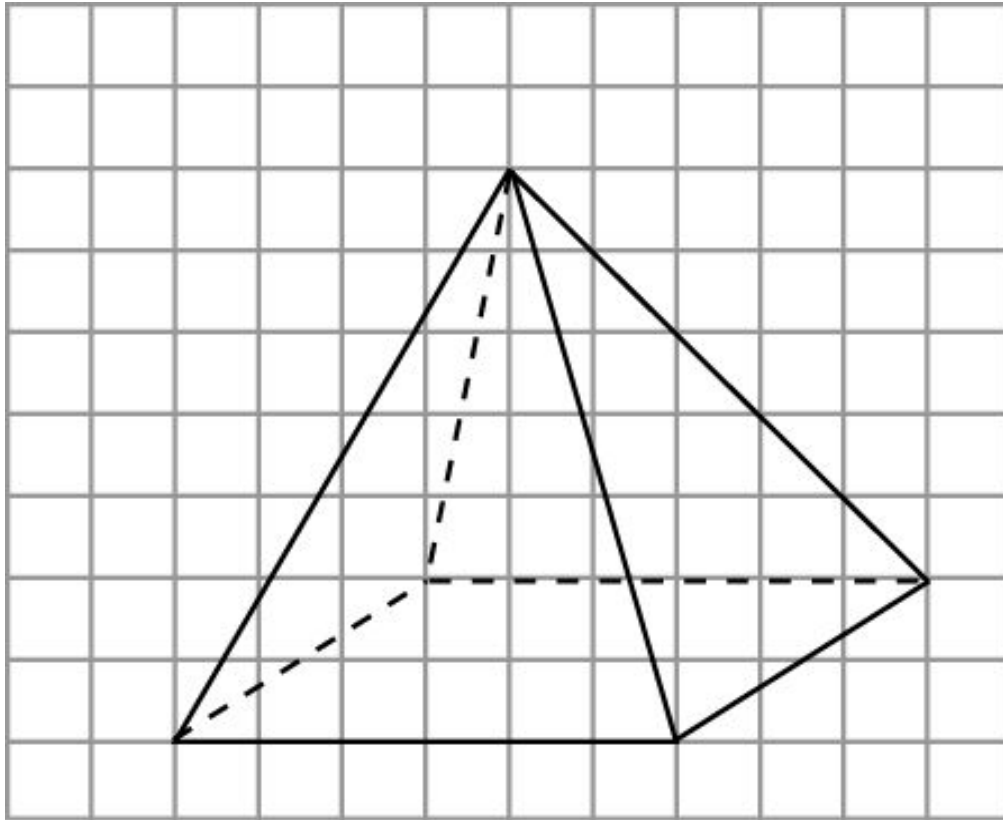
Пирамида называется **правильной**, если её основание — правильный многоугольник и все боковые ребра равны.



На рисунках изображены правильная четырехугольная и правильная шестиугольная пирамиды. Их основания изображаются соответственно параллелограммом и шестиугольником, противоположные стороны которого равны и параллельны.

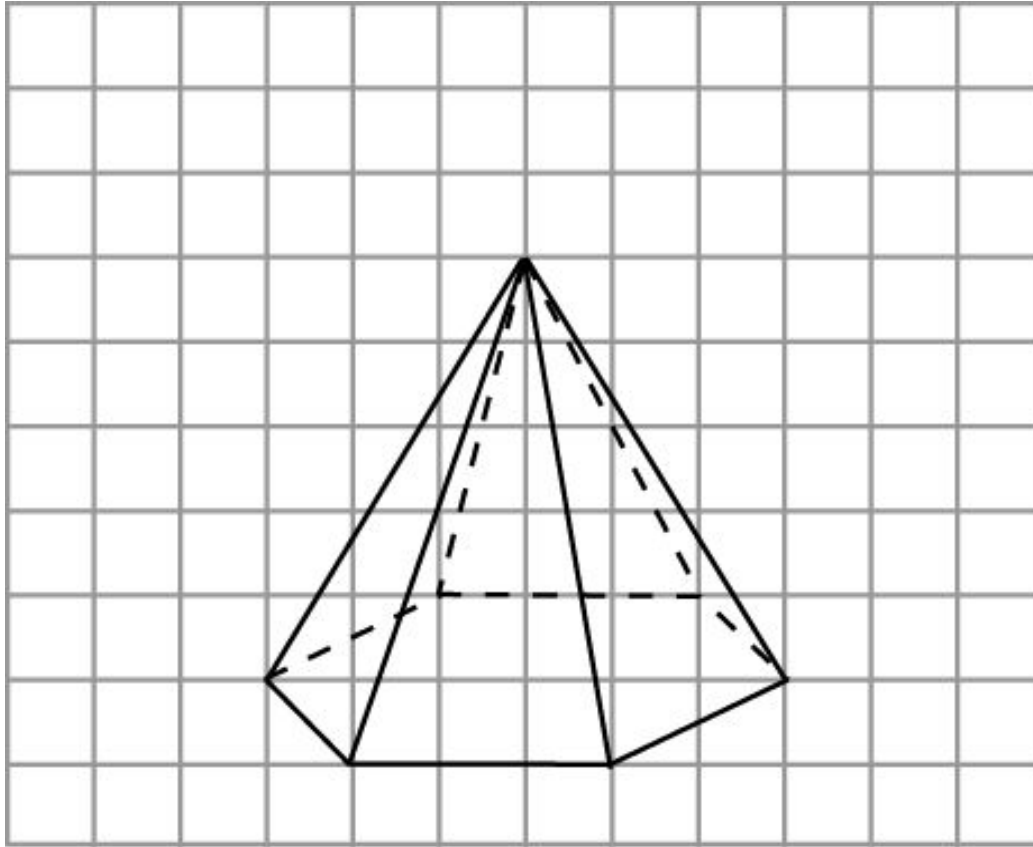
## Упражнение 1

Изобразите правильную четырехугольную пирамиду на клетчатой бумаге, аналогично данной на рисунке.



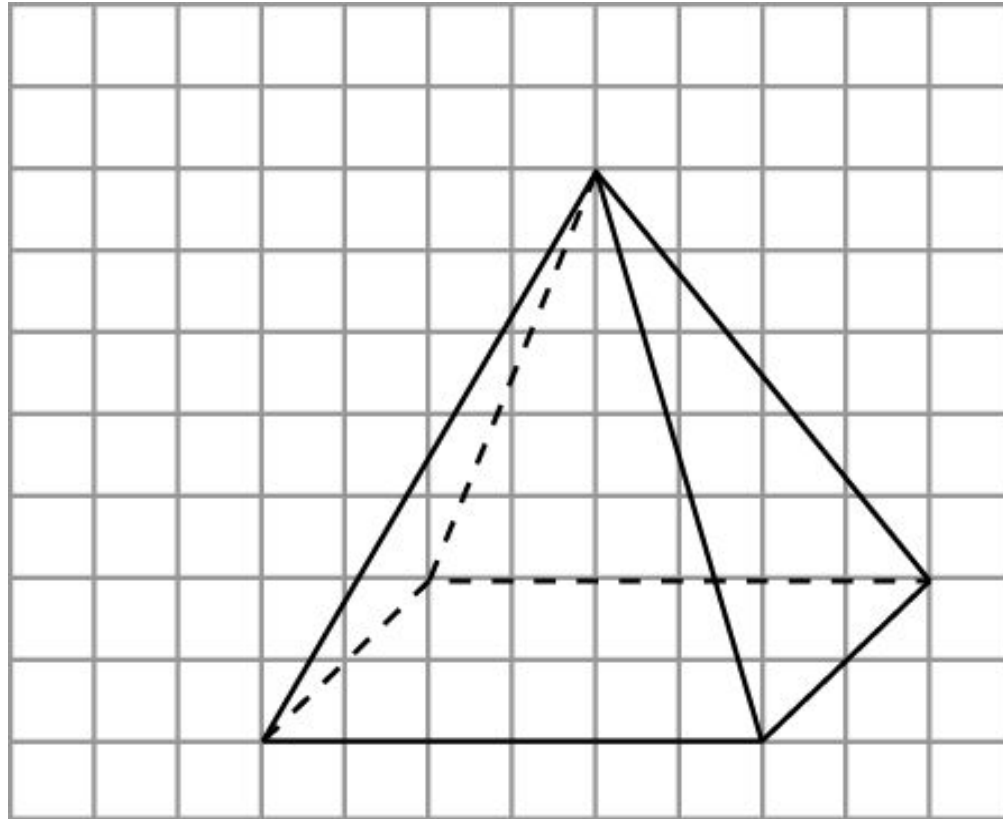
## Упражнение 2

Изобразите правильную шестиугольную пирамиду на клетчатой бумаге, аналогично данной на рисунке.



## Упражнение 3

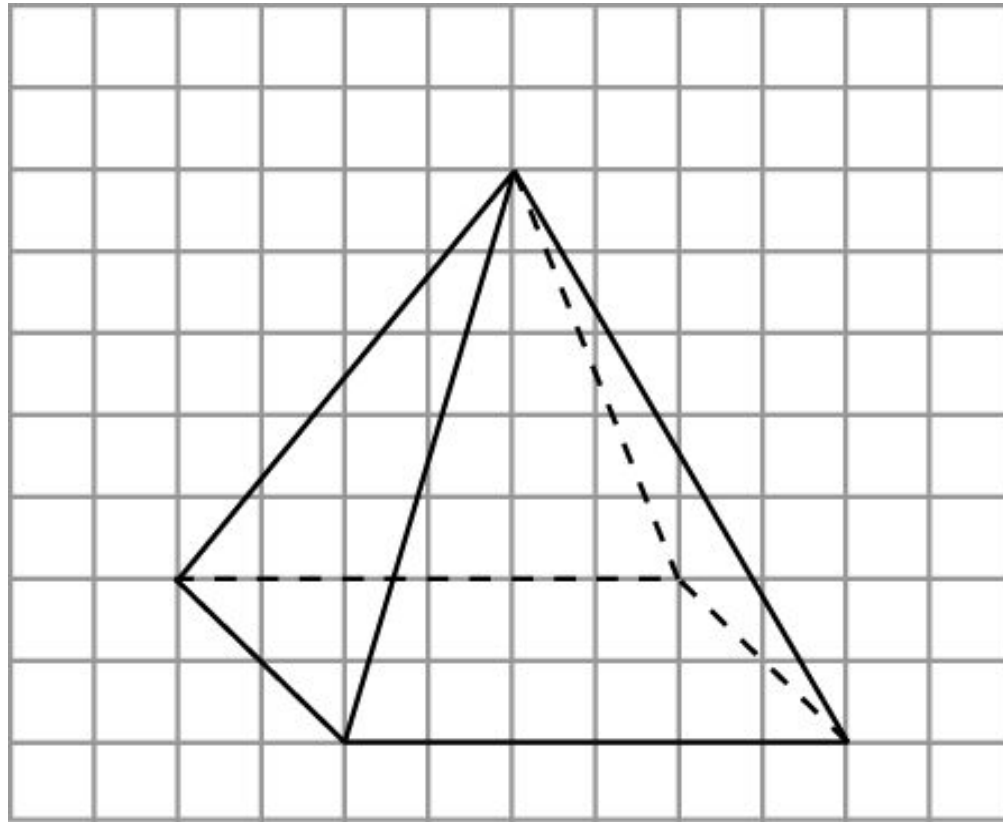
На рисунке изображены три ребра четырехугольной пирамиды. Изобразите всю пирамиду.



Ответ.

## Упражнение 4

На рисунке изображены три ребра четырехугольной пирамиды. Изобразите всю пирамиду.

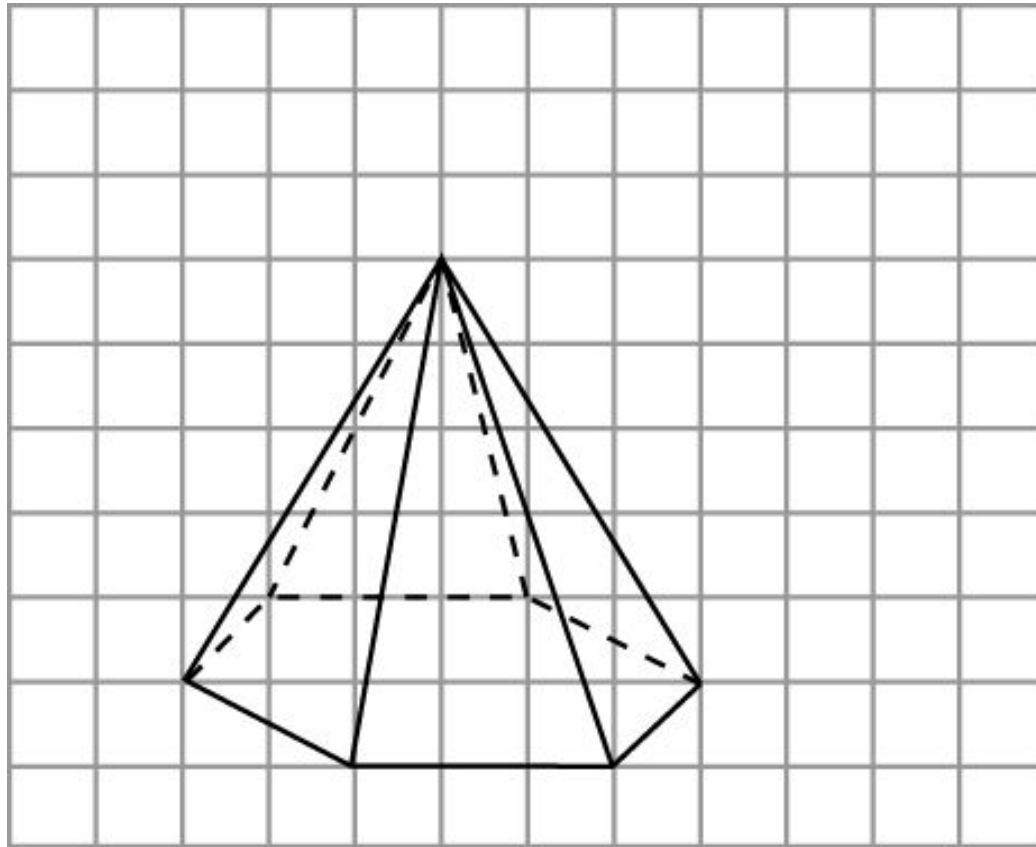


Ответ.



## Упражнение 5

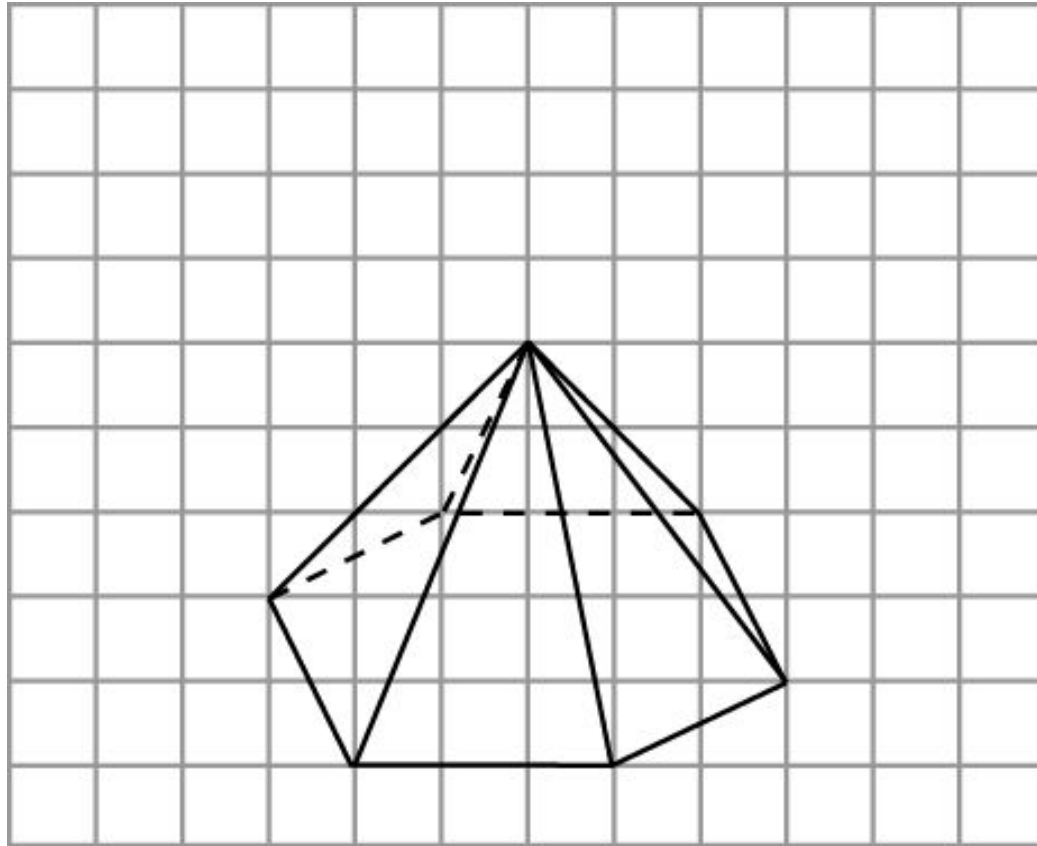
На рисунке изображены четыре ребра шестиугольной пирамиды. Изобразите всю пирамиду.



Ответ.

## Упражнение 6

На рисунке изображены четыре ребра шестиугольной пирамиды. Изобразите всю пирамиду.



Ответ.

## Упражнение 7

Существует ли пирамида, которая имеет:

а) 10 ребер?

Ответ: Да.

б) 6 рёбер?

Ответ: Да.

в) 24 ребра?

Ответ: Да.

г) 33 ребра?

Ответ: Нет.

## Упражнение 8

Какой многоугольник лежит в основании пирамиды,  
которая имеет:

а) 8 рёбер?

Ответ: 4-угольник.

б) 22 вершины?

Ответ: 21-угольник.

в) 60 граней?

Ответ: 59-угольник.

## Многогранники 1

У многогранника шесть вершин и в каждой из них сходится четыре ребра. Сколько у него рёбер?

Ответ:  $\frac{6 \cdot 4}{2} = 12.$

## Многогранники 2

У многогранника двенадцать граней и все они пятиугольные. Сколько у него рёбер?

Ответ:  $\frac{12 \cdot 5}{2} = 30.$

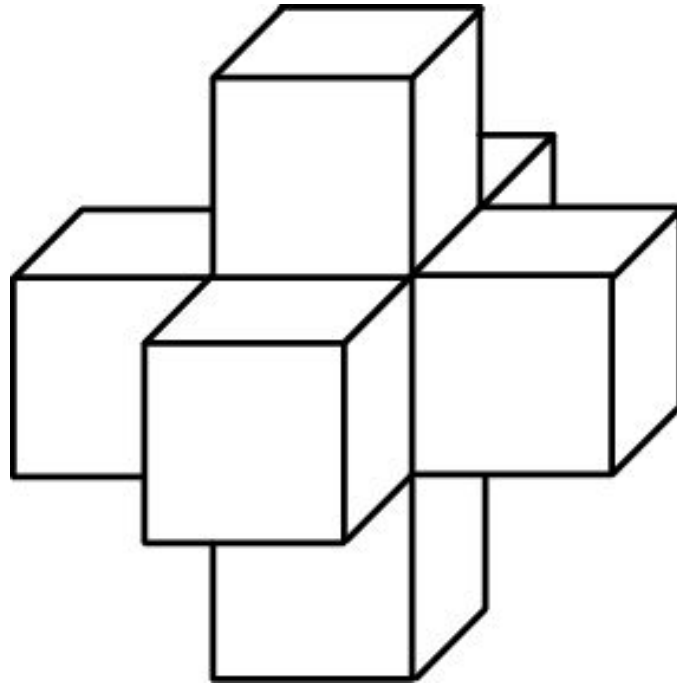
## Многогранники 3

Сколько рёбер может сходиться в вершине многогранника?

**Ответ:** Любое число, не меньшее 3.

## Многогранники 4

Существуют ли многогранники, отличные от куба, все грани которых – квадраты?

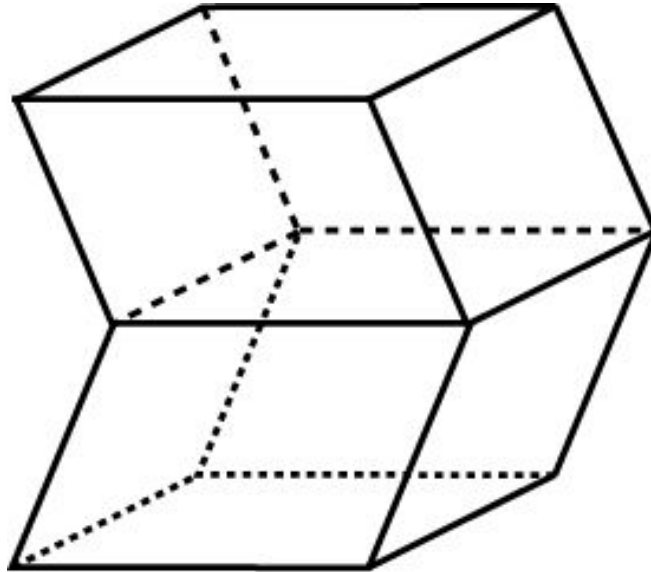


**Ответ:** Да, например, пространственный крест.



## Многогранники 5

Существуют ли многогранники, отличные от параллелепипеда, все грани которых – параллелограммы?



Ответ: Да.

## Многогранники 6

Существуют ли многогранник, у которого:

а) 5 ребер?

Нет.

б) 6 ребер?

Да, тетраэдр.

в) 7 ребер?

Нет.

г) 8 ребер?

Да, четырехугольная пирамида.

д) 9 ребер?

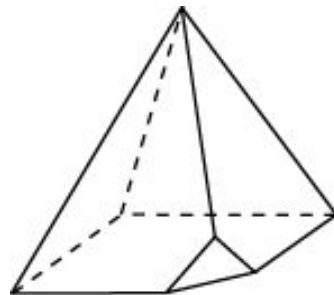
Да, треугольная призма.

е) 10 ребер?

Да, пятиугольная пирамида.

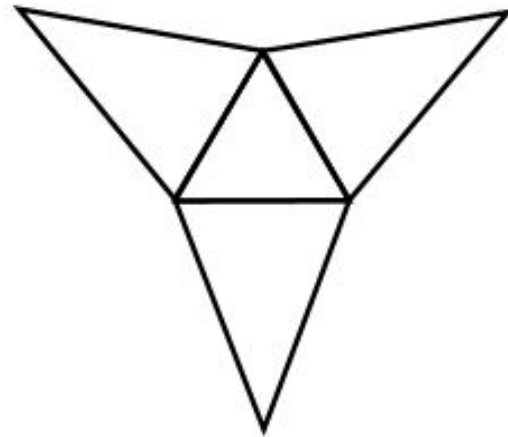
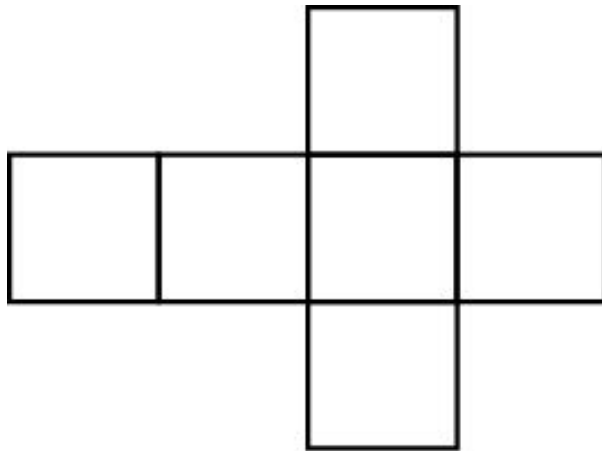
ж)\* 11 ребер?

Да, пример такого многогранника изображен на рисунке.



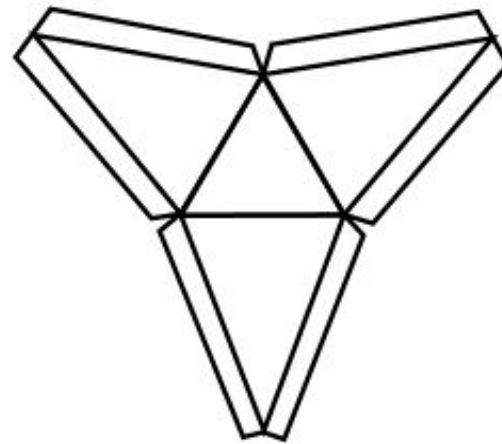
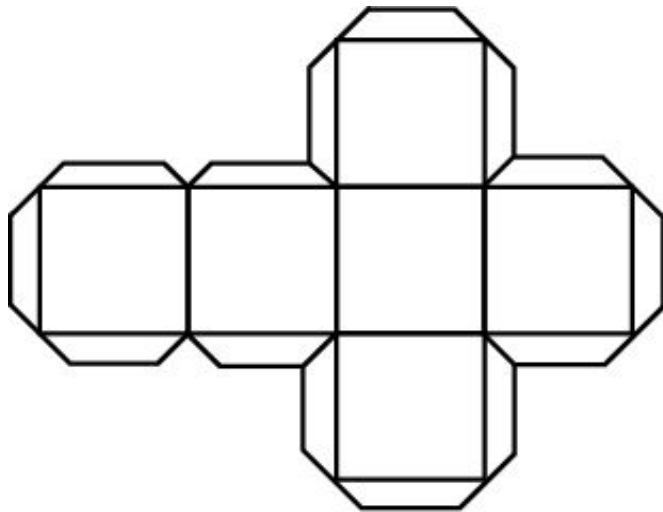
## РАЗВЕРТКА МНОГОГРАННИКА

Если поверхность многогранника разрезать по некоторым ребрам и развернуть ее на плоскость так, чтобы все многоугольники, входящие в эту поверхность, лежали в данной плоскости, то полученная фигура на плоскости называется **разверткой** многогранника. Например, на рисунке изображены развертки куба и треугольной пирамиды.



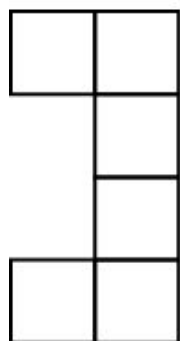
## РАЗВЕРТКА МНОГОГРАННИКА

Для изготовления модели многогранника из плотной бумаги, картона или другого материала достаточно изготовить его развертку и затем склеить соответствующие ребра. Для удобства склейки развертку многогранника изготавливают с клапанами, по которым и производится склейка.

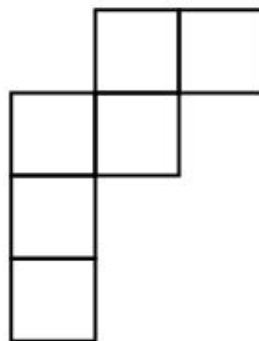


# Упражнение 1

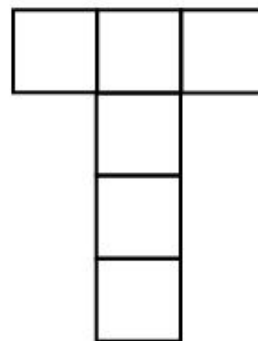
Укажите развертки куба.



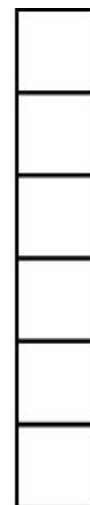
а)



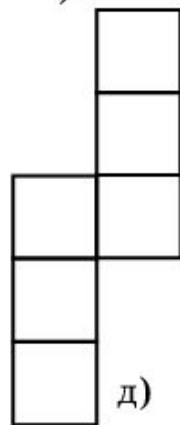
б)



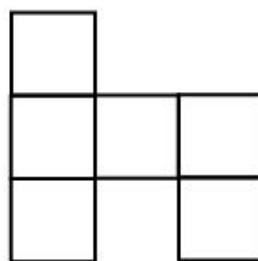
в)



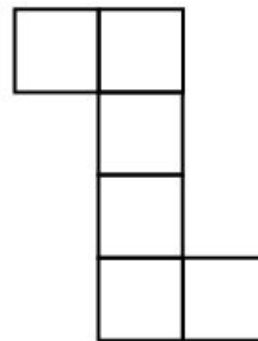
г)



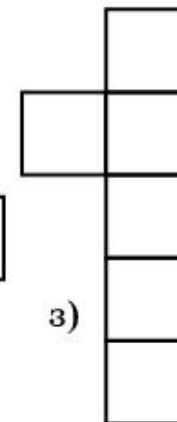
д)



е)



ж)

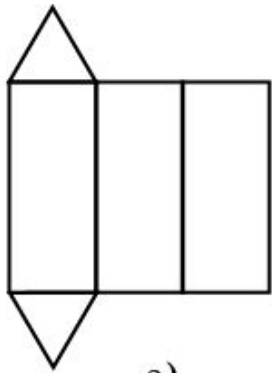


з)

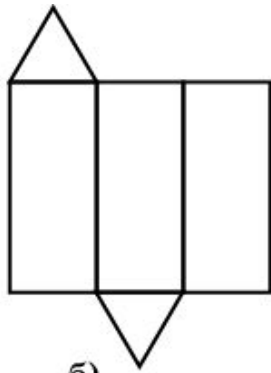
Ответ. в), д), ж).

## Упражнение 2

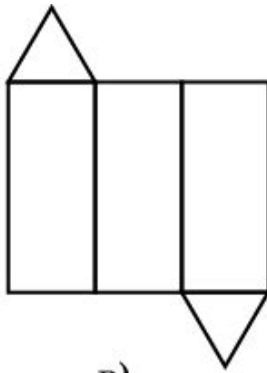
Укажите развертки треугольной призмы.



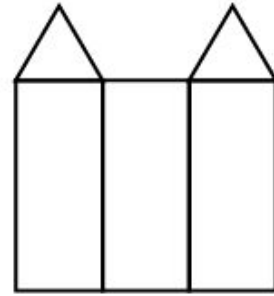
а)



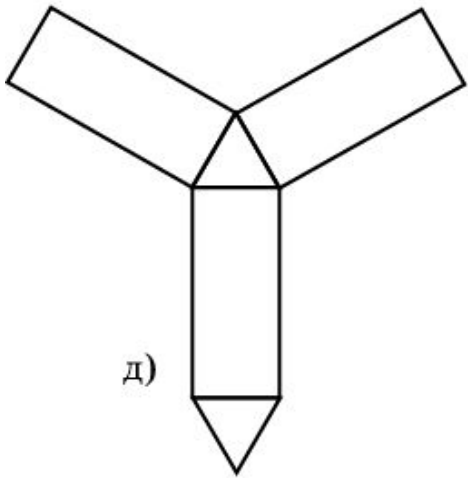
б)



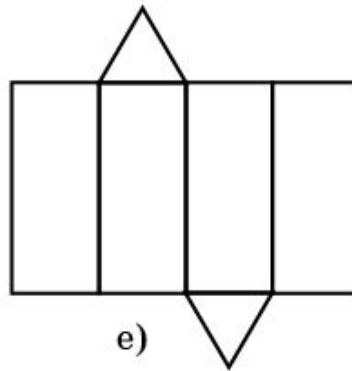
в)



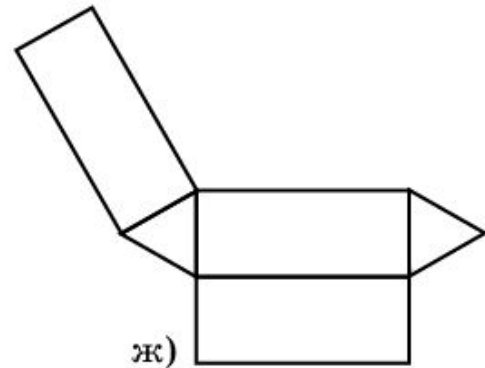
г)



д)



е)

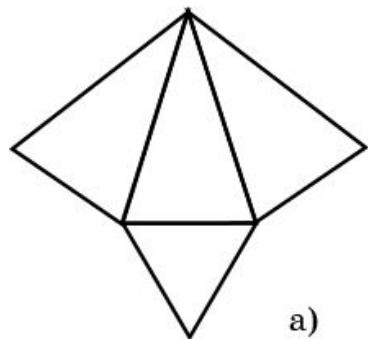


ж)

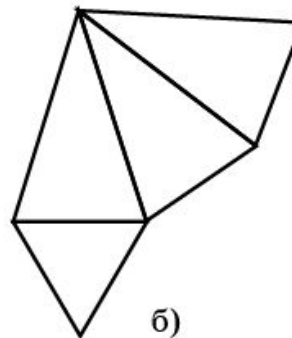
Ответ. а), б), в), д), ж).

## Упражнение 3

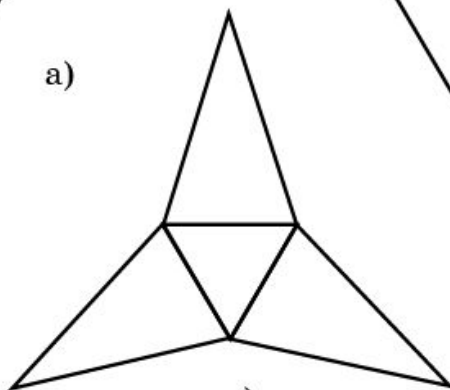
Укажите развертки треугольной пирамиды.



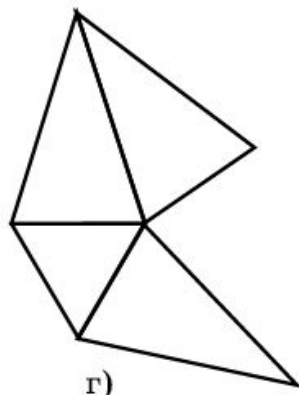
а)



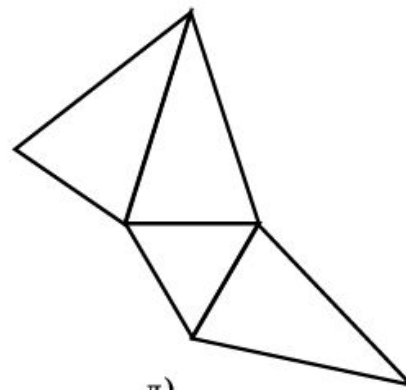
б)



в)



г)

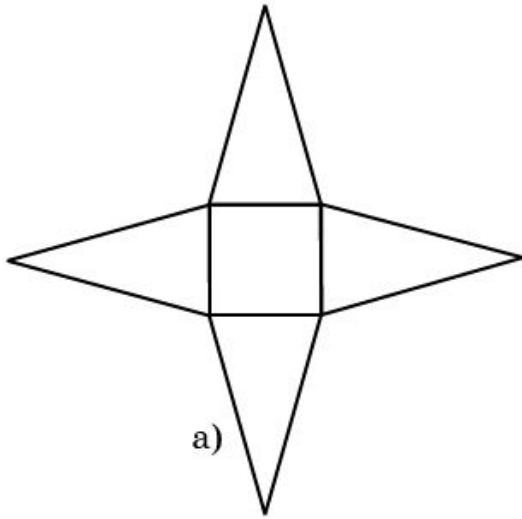


д)

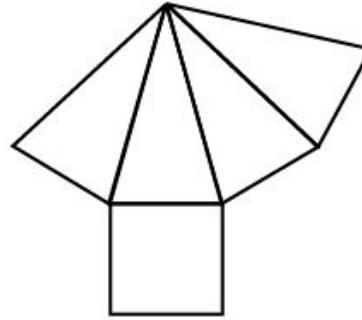
Ответ. а), б), в), д).

## Упражнение 4

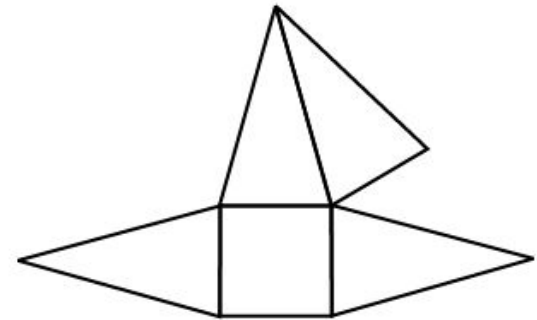
Укажите развертки четырехугольной пирамиды.



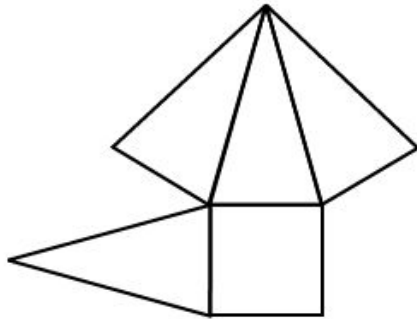
а)



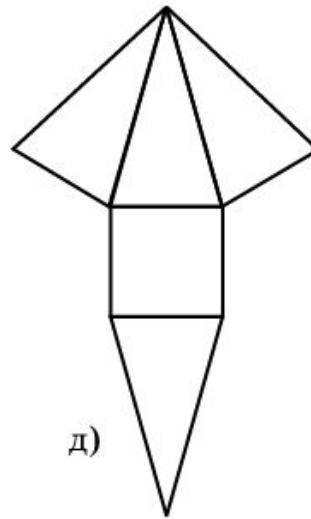
б)



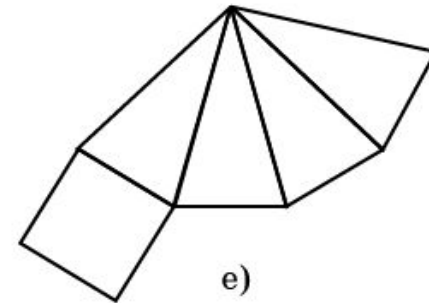
в)



г)



д)



е)

Ответ. а), б), д), е).