

Презентация по математике для подготовке к ЕГЭ (профиль)

Презентацию подготовила учитель
математики высшей категории
Сазонова Т.Ф.
г. Москва

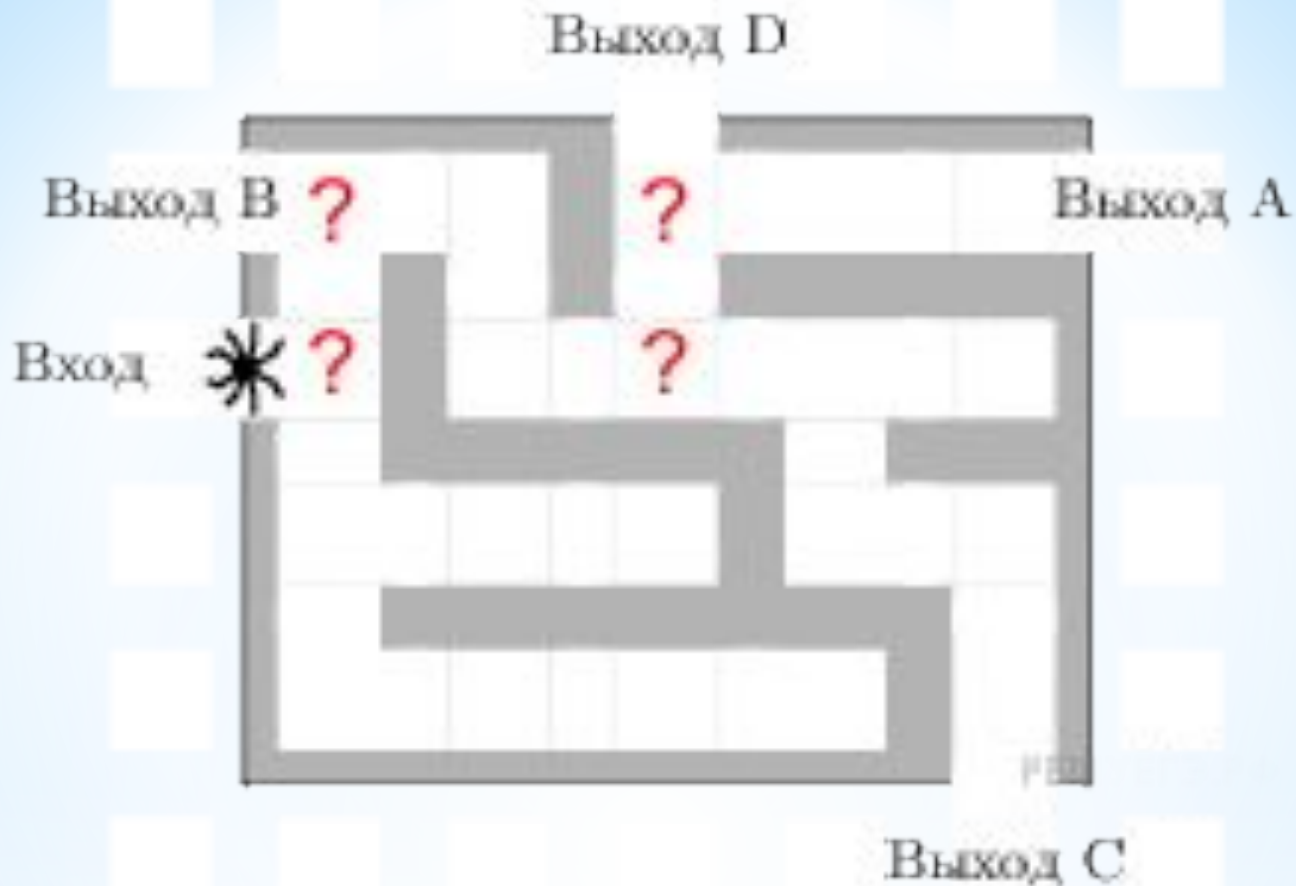
***Задачи по теории
вероятностей**

1. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Вероятность того, что происходит несколько независимых событий, равна **произведению** вероятностей.

Решение.

Возможность выиграть первую и вторую партию не зависят друг от друга. Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей: $0,5 \cdot 0,3 = 0,15$. Ответ: 0,15.



На каждой из четырех отмеченных развилок паук с вероятностью 0,5 может выбрать или путь, ведущий к выходу D, или другой путь. Это независимые события, вероятность их произведения (паук дойдет до выхода D) равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность прийти к выходу D равна $(0,5)^4 = 0,0625$. Ответ: 0,0625.

3. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Решение.

Вероятность того, что батарейка исправна, равна

$$1 - 0,06 = 0,94.$$

Вероятность произведения независимых событий (обе батарейки окажутся исправными) равна произведению вероятностей этих событий:

$$0,94 \cdot 0,94 = 0,8836.$$

Ответ: 0,8836.

4. Какова вероятность того, что случайно выбранный телефонный номер оканчивается двумя чётными цифрами?

Решение.

Вероятность того, что на одном из требуемых мест окажется чётное число равна 0,5. Следовательно, вероятность того, что на двух местах одновременно окажутся два чётных числа равна $0,5 \cdot 0,5 = 0,25$.

Ответ: 0,25.

События A , B и C **несовместные**,
вероятность их **суммы**
равна **сумме вероятностей** ЭТИХ
СОБЫТИЙ.

5. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Решение.

Пусть A = «чайник прослужит больше года, но меньше двух лет»,
 B = «чайник прослужит больше двух лет», C = «чайник прослужит ровно два года», тогда $A + B + C$ = «чайник прослужит больше года».

Вероятность события C , состоящего в том, что чайник выйдет из строя ровно через два года — строго в тот же день, час и секунду — равна нулю.
Тогда:

$$P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) = P(A) + P(B),$$

откуда, используя данные из условия, получаем

$$0,93 = P(A) + 0,87.$$

Тем самым, для искомой вероятности имеем:

$$P(A) = 0,93 - 0,87 = 0,06. \quad \text{Ответ: } 0,06.$$

6. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,82. Вероятность того, что окажется меньше 10 пассажиров, равна 0,51. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 10 до 17

Решение.

Рассмотрим события $A = \text{«в автобусе меньше 10 пассажиров»}$ и $B = \text{«в автобусе от 10 до 17 пассажиров»}$. Их сумма — событие $A + B = \text{«в автобусе меньше 18 пассажиров»}$. События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Тогда, используя данные задачи, получаем: $0,82 = 0,51 + P(B)$, откуда

$$P(B) = 0,82 - 0,51 = 0,31.$$

Ответ: 0,31.

7. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Решение.

Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность того, что все три продавца заняты равна $0,3^3$. Ответ: 0,027.

8. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,25. Такая же вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе». Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,15. Найдите вероятность того, что к вечеру дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение.

Рассмотрим события

A = кофе закончится в первом автомате,

B = кофе закончится во втором автомате.

Тогда

$A \cdot B$ = кофе закончится в обоих автоматах,

$A + B$ = кофе закончится хотя бы в одном автомате.

По условию $P(A) = P(B) = 0,25$; $P(A \cdot B) = 0,15$.

События A и B совместные, вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = 0,25 + 0,25 - 0,15 = 0,35.$$

Следовательно, вероятность противоположного события, состоящего в том, что кофе останется в обоих автоматах, равна $1 - 0,35 = 0,65$. Ответ: 0,65.

9. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем $36,8\text{ }^{\circ}\text{C}$, равна $0,81$. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется $36,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ или выше.

Решение.

Указанные события противоположны, поэтому искомая вероятность равна $1 - 0,81 = 0,19$. Ответ: $0,19$.

10. При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.

Решение. По условию, диаметр подшипника будет лежать в пределах от 66,99 до 67,01 мм с вероятностью 0,965. Поэтому искомая вероятность противоположного события равна $1 - 0,965 = 0,035$. Ответ: 0,035.

11. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение.

Поскольку биатлонист попадает в мишени с вероятностью 0,8, он промахивается с вероятностью $1 - 0,8 = 0,2$.

События попасть или промахнуться при каждом выстреле независимы, вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей. Тем самым, вероятность события «попал, попал, попал, промахнулся, промахнулся» равна

$$0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,02048 \approx 0,02.$$

Ответ: 0,02.

12. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Решение.

Найдем вероятность того, что перегорят обе лампы. Эти события независимые, вероятность их произведения равно произведению вероятностей этих событий: $0,3 \cdot 0,3 = 0,09$.

Событие, состоящее в том, что не перегорит хотя бы одна лампа, противоположное. Следовательно, его вероятность равна $1 - 0,09 = 0,91$. Ответ: 0,91.

13. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

Решение.

Можно решать задачу «по действиям», вычисляя вероятность уцелеть после ряда последовательных промахов:

$$P(1) = 0,6. \quad P(2) = P(1) \cdot 0,4 = 0,24. \quad P(3) = P(2) \cdot 0,4 = 0,096.$$

$$P(4) = P(3) \cdot 0,4 = 0,0384; \quad P(5) = P(4) \cdot 0,4 = 0,01536.$$

Последняя вероятность меньше 0,02, поэтому достаточно пяти выстрелов по мишени. Ответ: 5.

14. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос по теме «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение.

Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий: $0,2 + 0,15 = 0,35$. Ответ: 0,35.

15 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Решение.

Команда может получить не меньше 4 очков в двух играх тремя способами: 3+1, 1+3, 3+3. Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме их вероятностей. Каждое из этих событий представляет собой произведение двух независимых событий — результата в первой и во второй игре. Отсюда имеем:

Вероятность ничьей равна $1 - 0,4 - 0,4 = 0,2$.

$$\begin{aligned} P(N \geq 4) &= P(3+1) + P(1+3) + P(3+3) = P(3) \cdot P(1) + P(1) \cdot P(3) + P(3) \cdot P(3) = \\ &= 0,4 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,4 = 0,08 + 0,08 + 0,16 = 0,32. \end{aligned}$$

Ответ: 0,32.

16. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

Решение.

Для погоды на 4, 5 и 6 июля есть 4 варианта: ХХО, ХОО, ОХО, ООО (здесь Х — хорошая, О — отличная погода). Найдём вероятности наступления такой погоды:

$$P(\text{ХХО}) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,128;$$

$$P(\text{ХОО}) = 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,128;$$

$$P(\text{ОХО}) = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008$$

$$P(\text{ООО}) = 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,128.$$

Указанные события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(\text{ХХО}) + P(\text{ХОО}) + P(\text{ОХО}) + P(\text{ООО}) = 0,128 + 0,128 + 0,008 + 0,128 = 0,392.$$

Ответ: 0,392.

17. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Решение.

Найдем вероятность того, что неисправны оба автомата. Эти события независимые, вероятность их произведения равна произведению вероятностей этих событий: $0,05 \cdot 0,05 = 0,0025$.

Событие, состоящее в том, что исправен хотя бы один автомат, противоположное. Следовательно, его вероятность равна $1 - 0,0025 = 0,9975$. Ответ: 0,9975.

18. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение.

Рассмотрим события

A = кофе закончится в первом автомате,

B = кофе закончится во втором автомате.

Тогда

$A \cdot B$ = кофе закончится в обоих автоматах,

$A + B$ = кофе закончится хотя бы в одном автомате.

По условию $P(A) = P(B) = 0,3$; $P(A \cdot B) = 0,12$.

События A и B совместные, вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = 0,3 + 0,3 - 0,12 = 0,48.$$

Следовательно, вероятность противоположного события, состоящего в том, что кофе останется в обоих автоматах, равна $1 - 0,48 = 0,52$. Ответ: 0,52.

Приведем другое решение.

Вероятность того, что кофе останется в первом автомате равна $1 - 0,3 = 0,7$. Вероятность того, что кофе останется во втором автомате равна $1 - 0,3 = 0,7$. Вероятность того, что кофе останется в первом или втором автомате равна $1 - 0,12 = 0,88$. Поскольку $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$, имеем: $0,88 = 0,7 + 0,7 - x$, откуда искомая вероятность $x = 0,52$.

Примечание.

Заметим, что события A и B не являются независимыми. Действительно, вероятность произведения независимых событий была бы равна произведению вероятностей этих событий: $P(A \cdot B) = 0,3 \cdot 0,3 = 0,09$, однако, по условию, эта вероятность равна $0,12$.

19. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Решение.

Вероятность того, что стекло сделано на первой фабрике и оно бракованное: $0,45 \cdot 0,03 = 0,0135$.

Вероятность того, что стекло сделано на второй фабрике и оно бракованное: $0,55 \cdot 0,01 = 0,0055$.

Поэтому по формуле полной вероятности вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным равна $0,0135 + 0,0055 = 0,019$. Ответ: 0,019.

20. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнется.

Решение.

Джон промахнется, если схватит пристрелянный револьвер и промахнется из него, или если схватит непристрелянный револьвер и промахнется из него. По формуле условной вероятности, вероятности этих событий равны соответственно $0,4 \cdot (1 - 0,9) = 0,04$ и $0,6 \cdot (1 - 0,2) = 0,48$. Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $0,04 + 0,48 = 0,52$.

Ответ: 0,52.

Приведем другое решение.

Джон попадает в муху, если схватит пристрелянный револьвер и попадет из него, или если схватит непристрелянный револьвер и попадает из него. По формуле условной вероятности, вероятности этих событий равны соответственно $0,4 \cdot 0,9 = 0,36$ и $0,6 \cdot 0,2 = 0,12$. Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $0,36 + 0,12 = 0,48$. Событие, состоящее в том, что Джон промахнется, противоположное. Его вероятность равна $1 - 0,48 = 0,52$.

21. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Решение.

Это решение можно записать коротко. Пусть x — искомая вероятность того, что куплено яйцо, произведенное в первом хозяйстве. Тогда $1-x$ — вероятность того, что куплено яйцо, произведенное во втором хозяйстве. По формуле полной вероятности имеем: $0,4x + 0,2(1-x) = 0,35 \Leftrightarrow 0,2x = 0,15 \Leftrightarrow x = 0,75.$

Ответ: 0,75.

22. Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5. Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

Решение. В силу независимости событий, вероятность успешно сдать экзамены на лингвистику: $0,6 \cdot 0,8 \cdot 0,7 = 0,336$, вероятность успешно сдать экзамены на коммерцию: $0,6 \cdot 0,8 \cdot 0,5 = 0,24$, вероятность успешно сдать экзамены и на «Лингвистику», и на «Коммерцию»: $0,6 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,5 = 0,168$. Успешная сдача экзаменов на «Лингвистику» и на «Коммерцию» — события совместные, поэтому вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения. Тем самым, поступить хотя бы на одну из этих специальностей абитуриент может с вероятностью $0,336 + 0,24 - 0,168 = 0,408$.
Ответ: 0,408.

23. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

Пусть завод произвел n тарелок. В продажу поступят все качественные тарелки и 20% невыявленных дефектных тарелок: $0,9n + 0,2 \cdot 0,1n = 0,92n$ тарелок. Поскольку качественных из них $0,9n$, вероятность купить качественную тарелку равна

$$\frac{0,9n}{0,92n} = \frac{90}{92} \approx 0,98.$$

24. Вероятность того, что на тестировании по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

Решение.

Рассмотрим события $A = \text{«учащийся решит 11 задач»}$ и $B = \text{«учащийся решит больше 11 задач»}$. Их сумма — событие $A + B = \text{«учащийся решит больше 10 задач»}$. События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $P(A + B) = P(A) + P(B)$. Тогда, используя данные задачи, получаем: $0,74 = P(A) + 0,67$, откуда $P(A) = 0,74 - 0,67 = 0,07$. Ответ: 0,07.

25. По отзывам покупателей Иван Иванович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,9. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

Решение.

Вероятность того, что первый магазин не доставит товар равна $1 - 0,9 = 0,1$. Вероятность того, что второй магазин не доставит товар равна $1 - 0,8 = 0,2$. Поскольку эти события независимы, вероятность их произведения (оба магазина не доставят товар) равна произведению вероятностей этих событий: $0,1 \cdot 0,2 = 0,02$.
Ответ: 0,02.

26. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и последнюю игры.

Решение.

Требуется найти вероятность произведения трех событий: «Статор» начинает первую игру, не начинает вторую игру, начинает третью игру. Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Вероятность каждого из них равна 0,5, откуда находим: $0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125$. Ответ: 0,125.

27. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется *положительным*. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

Решение.

Анализ пациента может быть положительным по двум причинам: А) пациент болеет гепатитом, его анализ верен; В) пациент не болеет гепатитом, его анализ ложен. Это несовместные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий. Имеем:

$$P(A) = 0,9 \cdot 0,05 = 0,045,$$

$$P(B) = 0,01 \cdot 0,95 = 0,0095,$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B) = 0,045 + 0,0095 = 0,0545.$$

Ответ: 0,0545.

28. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.

Решение.

Ситуация, при которой батарейка будет забракована, может сложиться в результате событий: A = батарейка действительно неисправна и забракована справедливо или B = батарейка исправна, но по ошибке забракована. Это несовместные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий.

$$P(A+B) = P(A) + P(B) = 0,02 \cdot 0,99 + 0,98 \cdot 0,01 = 0,0198 + 0,0098 = 0,0296.$$

Ответ: 0,0296.

29. В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.

Решение.

Чтобы пятирублевые монеты оказались в разных карманах, Петя должен взять из кармана одну пятирублевую и две десятирублевые монеты. Это можно сделать тремя способами: 5, 10, 10; 10, 5, 10 или 10, 10, 5. Эти события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$\frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{5} \text{ Ответ: } 0,6.$$

30 Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (либо первым, либо вторым выстрелом).

Решение.

Пусть A — событие, состоящее в том, что мишень поражена стрелком с первого выстрела, B — событие, состоящее в том, что мишень поражена со второго выстрела. Вероятность события A равна $P(A) = 0,7$. Событие B наступает, если, стреляя первый раз, стрелок промахнулся, а, стреляя второй раз, попал. Это независимые события, их вероятность равна произведению вероятностей этих событий: $P(B) = 0,3 \cdot 0,7 = 0,21$. События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) = 0,7 + 0,21 = 0,91. \quad \text{Ответ: } 0,91.$$

31. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 4 часа.

Решение.

На циферблате между десятью и четырьмя часами шесть часовых делений. Всего на циферблате 12 часовых делений. Поэтому искомая вероятность равна: $6:12=0,5$

Ответ: 0,5.

32. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,6. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Решение.

Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность того, что все три продавца заняты равна $0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 0,216$. Ответ: 0,216.

33. При изготовлении подшипников диаметром 68 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,968. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 67,99 мм, или больше, чем 68,01 мм.

Решение.

По условию, диаметр подшипника будет лежать в пределах от 67,99 до 68,01 мм с вероятностью 0,968.

Поэтому искомая вероятность противоположного события равна $1 - 0,968 = 0,032$. Ответ: 0,032.

34. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шахматистов, среди которых 14 спортсменов из России, в том числе Егор Косов. Найдите вероятность того, что в первом туре Егор Косов будет играть с каким-либо шахматистом из России.

Решение.

В первом туре Егор Косов может сыграть с $26-1=25$ шахматистами, из которых $14-1=13$ из России. Значит вероятность того, что в первом туре Егор Косов будет играть с каким-либо шахматистом из России, равна $13:25=0,52$. Ответ: 0,52.

35. За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

Решение.

Всего мест для посадки 9. Назовем девочек А и В. Посадим А на любое место. Тогда для В будет 8 вариантов для посадки, а из них только 2 благоприятных - справа от А и слева от А. $P = 2/8 = 1/4$ Ответ: 0,25.