

Определение:

Заданы две функции f и g .

Если $f(g(x)) = x$ для каждого значения x из области определения функции g и $g(f(x)) = x$ для каждого значения x из области определения функции f , то функция g является обратной для функции f , обозначается следующим образом: $f^{-1}(x)$.

Таким образом, $f(f^{-1}(x)) = x$ и $f^{-1}f(x) = x$.

Область определения функции f является областью значений функции $f^{-1}(x)$ и область значений функции f является областью определения функции $f^{-1}(x)$.

Функции f и g называют взаимнообратными функциями.

Задание

Найдите функцию, обратную данной:

$$y = 5x + 2$$

$$y = \frac{3}{x - 1}$$

постройте графики этих функций

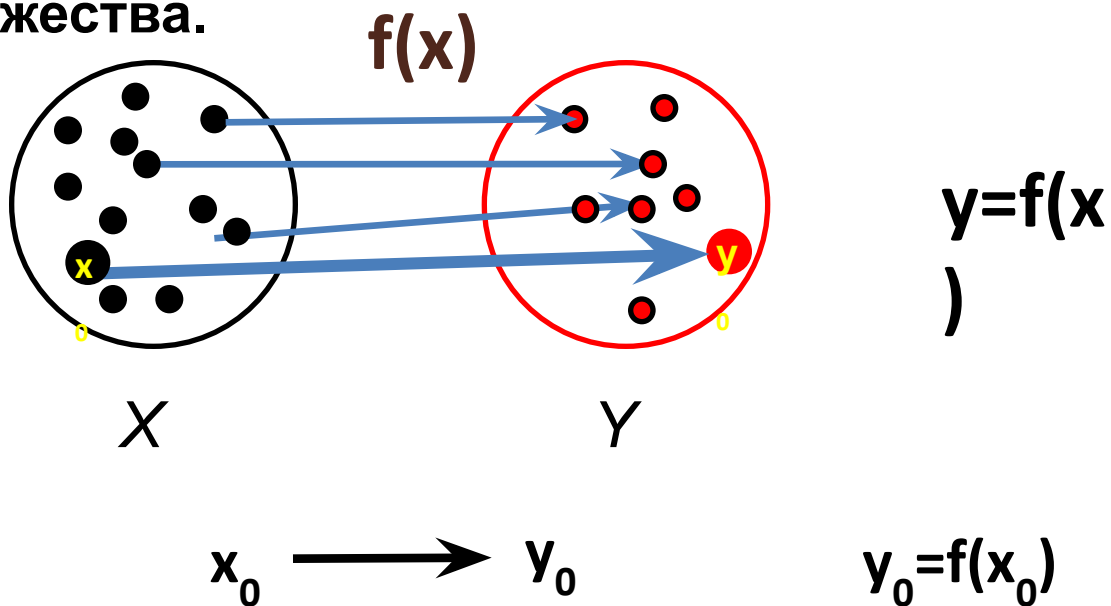


СЛОЖНАЯ ФУНКЦИЯ

*Сложная – не значит
трудная!*

Повторение.

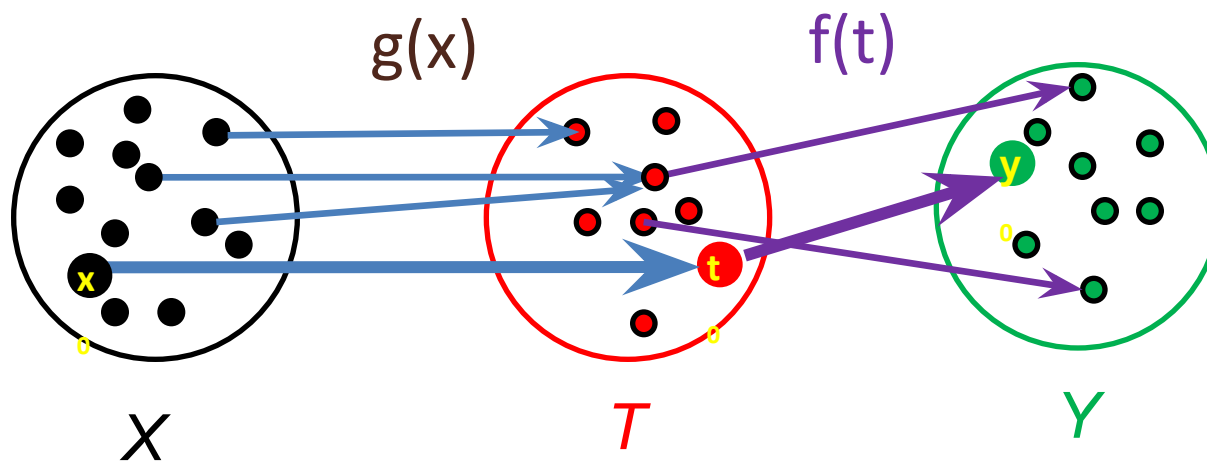
Функция — это соответствие между двумя множествами, при котором каждому элементу одного множества соответствует единственный элемент другого множества.



Сложная функция

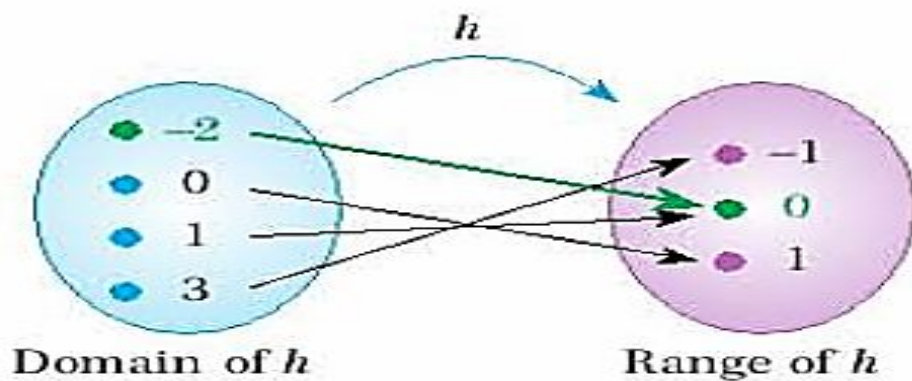
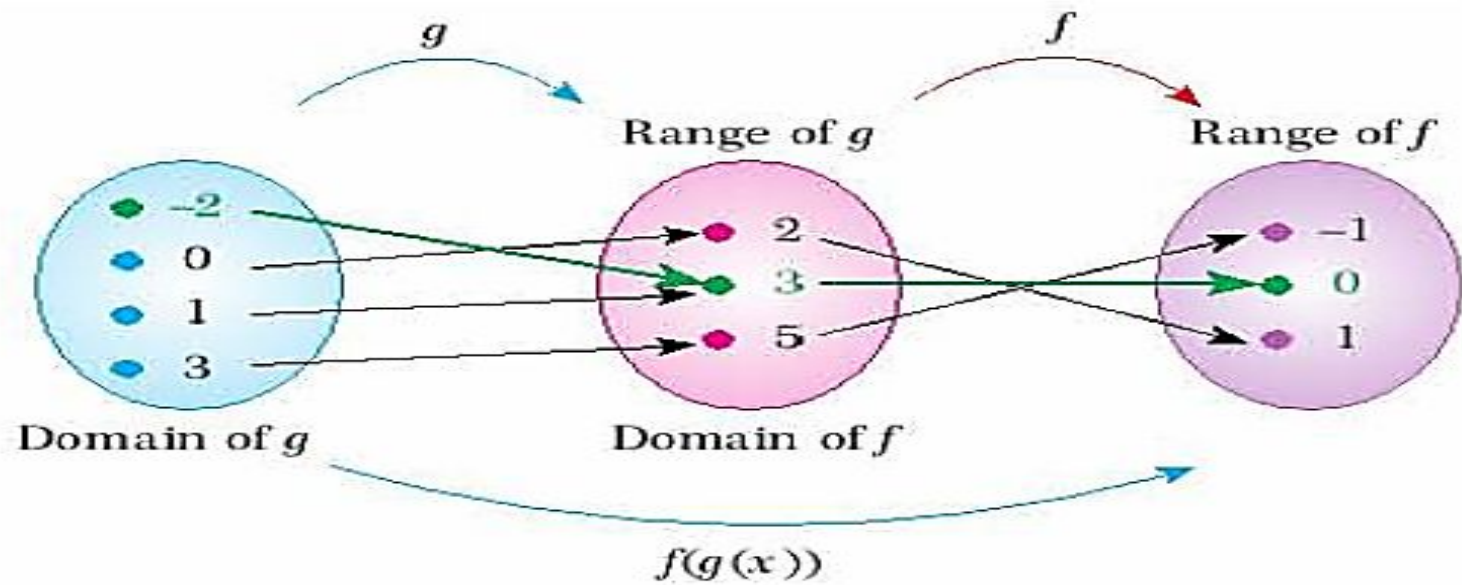
Композиция двух и более функций

$$y=f(g(x))$$



x
o

$$x_0 \rightarrow t_0 \rightarrow y_0$$



$$g(-2) = 3$$

$$f(g(-2)) = f(3) = 0$$

Определение:

Функции, у которых аргумент в свою очередь также является функцией, называются сложной функцией или композицией функций. Сложная функция – функция от функции.

Формула для задания сложной функции

Пример.

$y=f(g(x))$ –
– сложная функция

$$y = \sqrt{x^2 - 4}$$

$g(x)$ – внутренняя
функция

$g(x) = x^2 - 4$ –
внутренняя функция

$f(t)$ – внешняя функция

$f(t) = \sqrt{t}$ – внешняя
функция

Примеры сложной функции $y=f(g(x))$

	внешняя функция $f(t)$	внутренняя функция $g(x)$
1. $y = \sin 2x$	1. $\sin t$	$2x$
2. $y = (x^3 - 1)^5$	2. t^5	$x^3 - 1$
3. $y = \cos(7x + 2)$	3. $\cos t$	$7x + 2$
4. $y = \frac{1}{x^2 - x}$	4. $\frac{1}{t}$	$x^2 - x$
5. $y = \sin^2 x + \sin x$	5. $t^2 + t$	$\sin x$

Составьте сложную функцию ,если

$$f(x)=x^2, g(x)=2x-4, h(x)=\sin x$$

$$\text{например: } y=h(f(x))=\sin x^2$$

- $y_1=f(g(x))$
- $y_2=g(f(x))$
- $y_3=f(h(x))$
- $y_4=h(g(x))$

Примеры построения графиков

Пример 1

$$y = \sqrt{x^2 - 4}$$



Пример 2

$$y = \sin 2x$$



Пример 1

$$y = \sqrt{x^2 - 4}$$

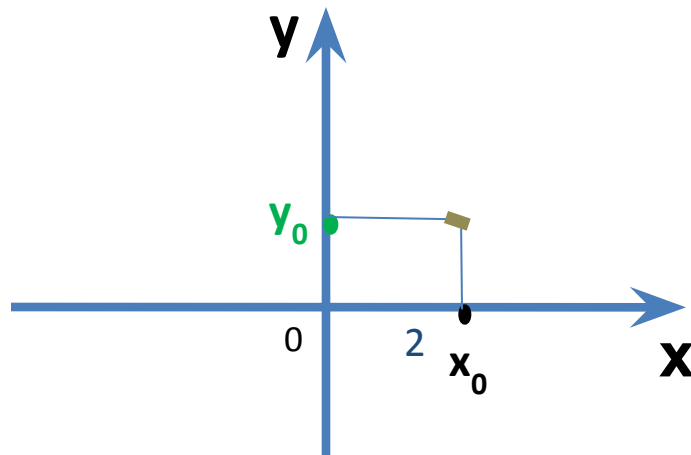
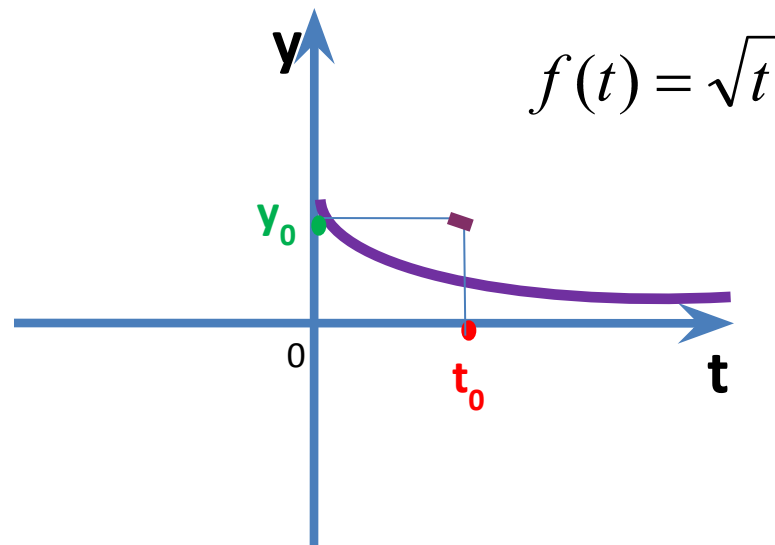
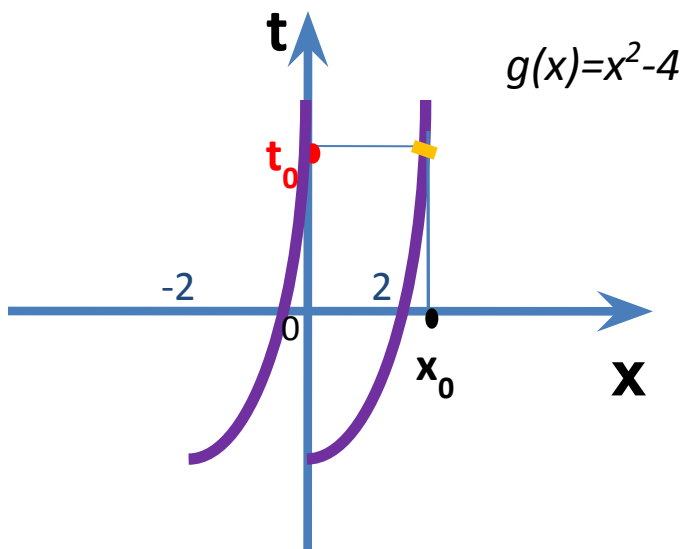
1. Найдем область определения функции:

$$D(y) = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$$

Функция четная.

2. Построим графики

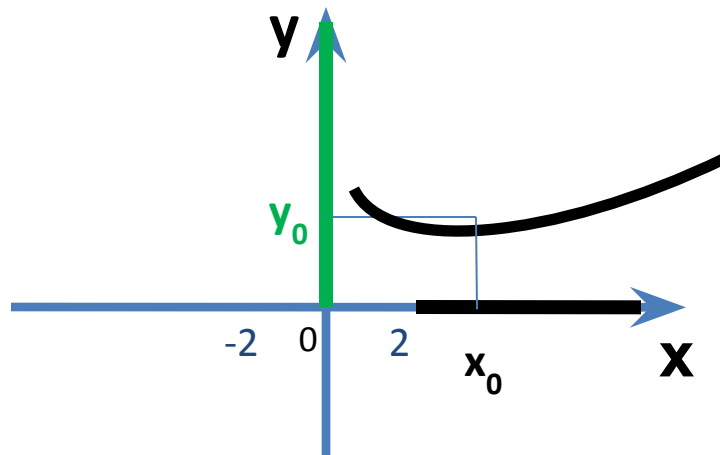
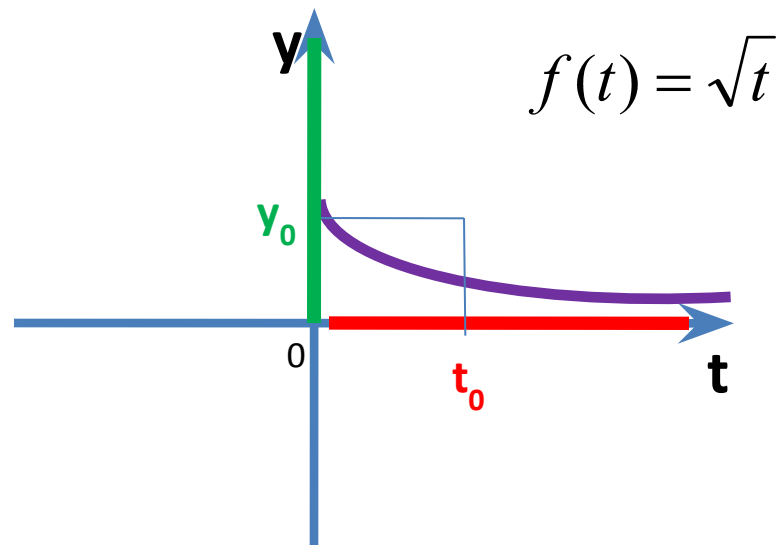
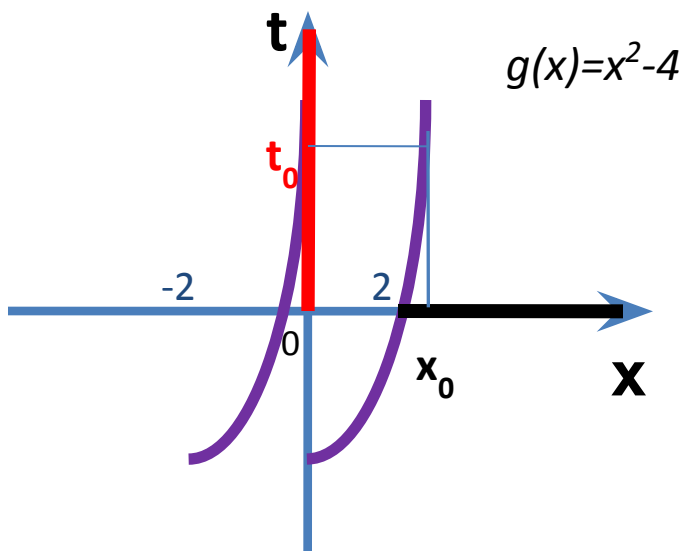
внутренней $g(x) = x^2 - 4$ и внешней функции: $f(t) = \sqrt{t}$



$x \rightarrow t \rightarrow y$

0 0 0
 Как построить
 график

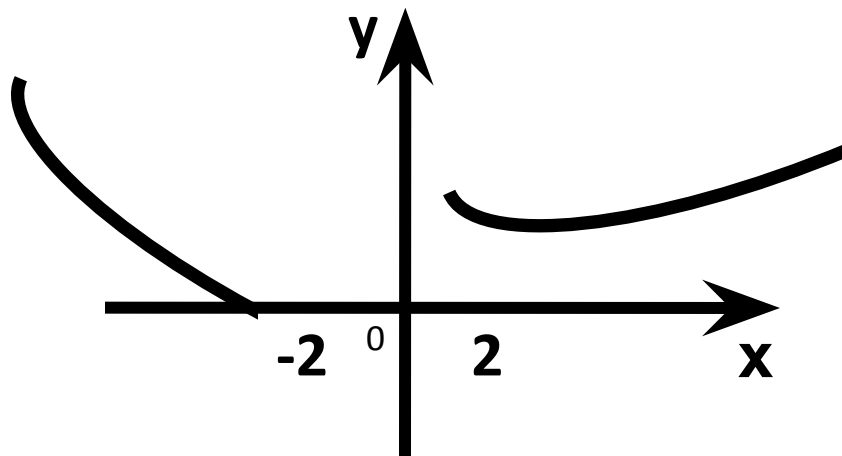
$$y = \sqrt{x^2 - 4} \quad ?$$



Изменение значений

	x, t, y
x	2 ; + ∞
t	0 ; + ∞
y	0 ; + ∞

**Использование четности:
график симметричен
относительно оси ординат**



$$y = \sqrt{x^2 - 4}$$

Пример 2

$$y = \sin 2x$$

1. $D(y) = \mathbb{R}$

Функция нечетная.

Функция периодическая, период:

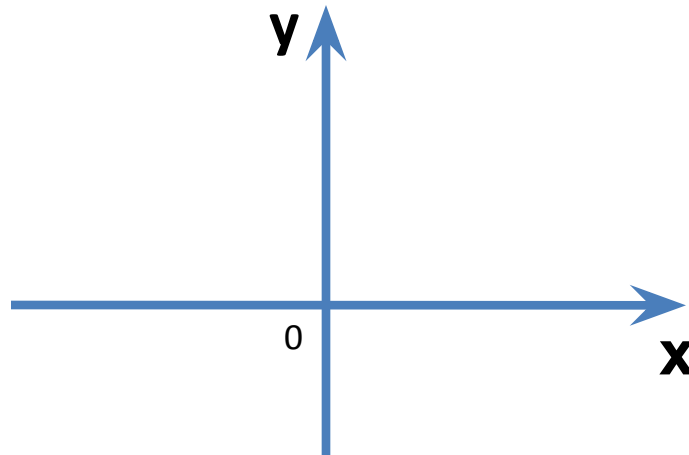
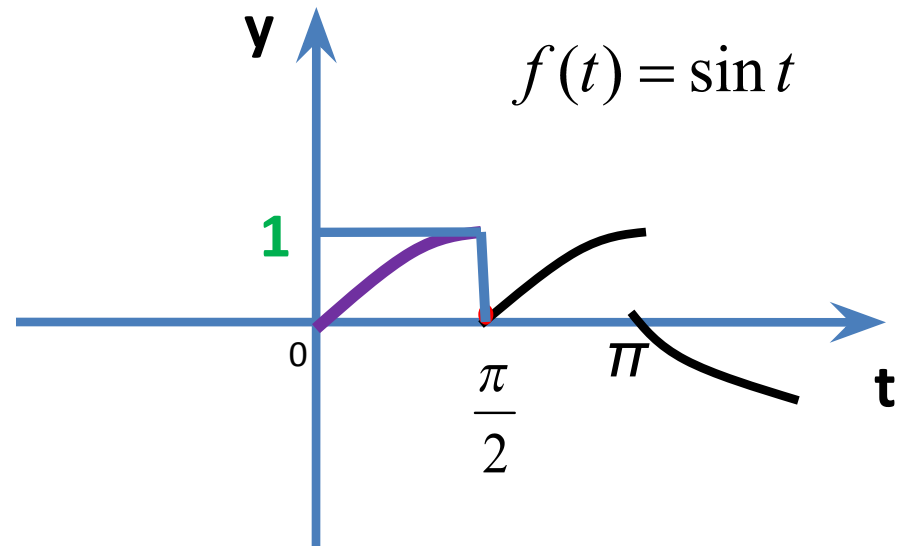
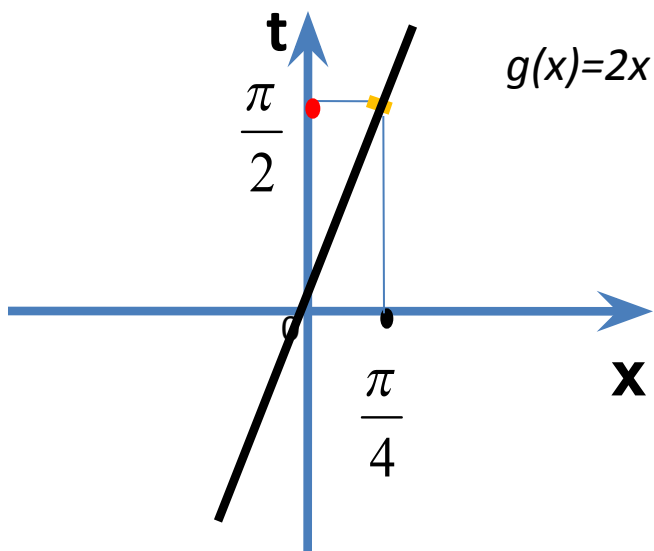
π .

2. Построим графики

внутренней и внешней функции:

$$g(x) = 2x$$

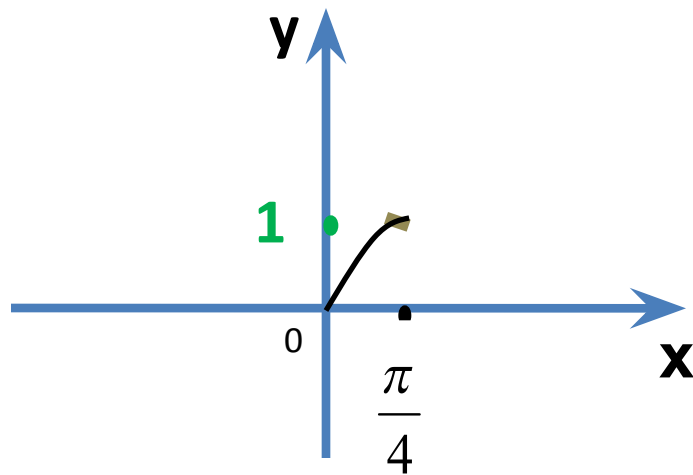
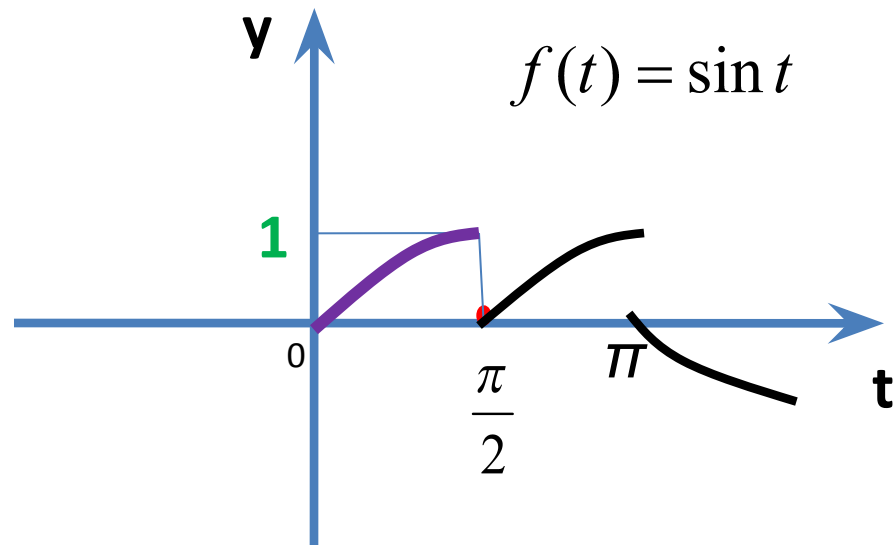
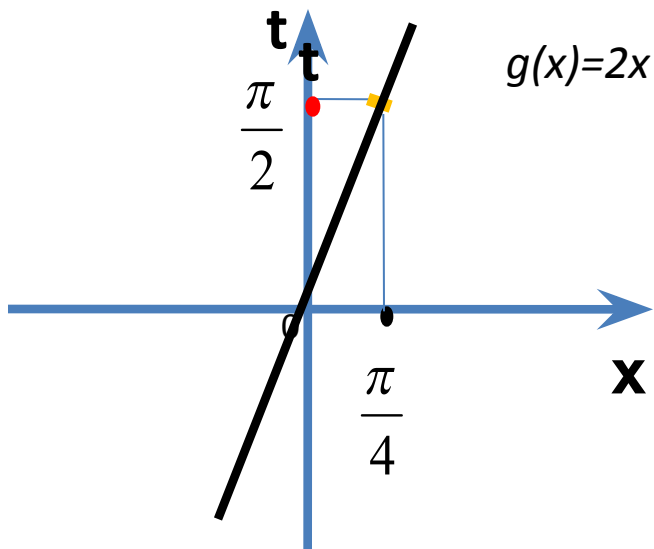
$$f(x) = \sin x$$



Как построить график $y = \sin 2x$?

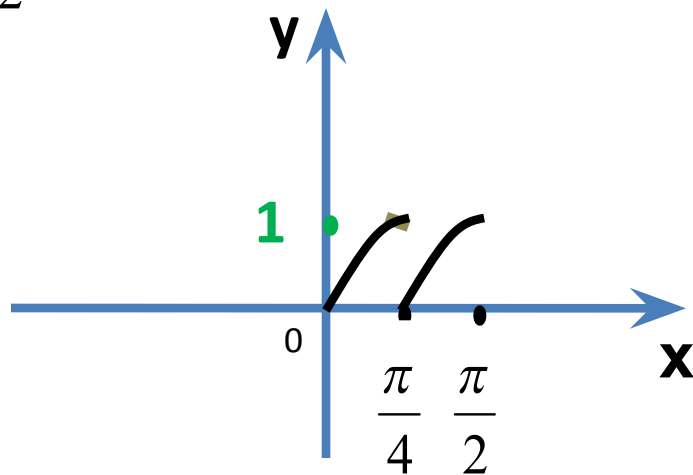
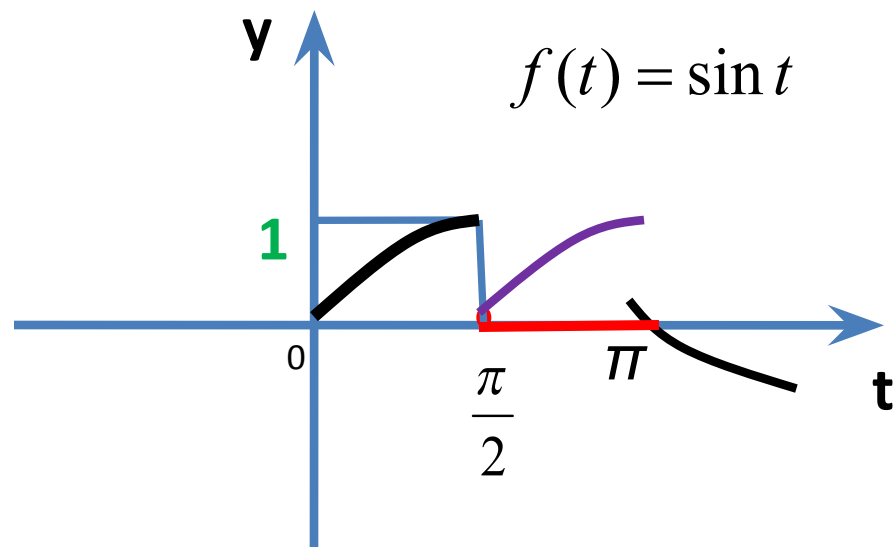
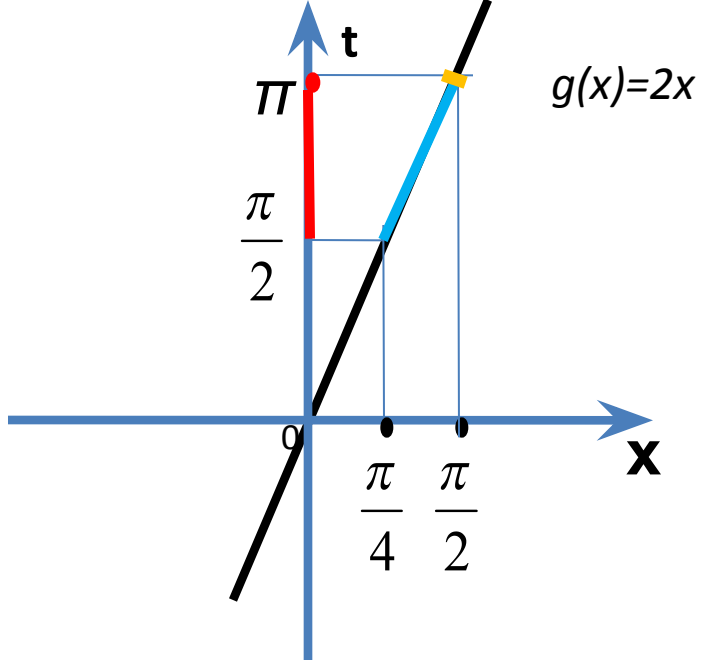
Таблица изменений значений x, t, y

x	$0 ; \frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4} ; \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4} ; \pi$
t				
y				



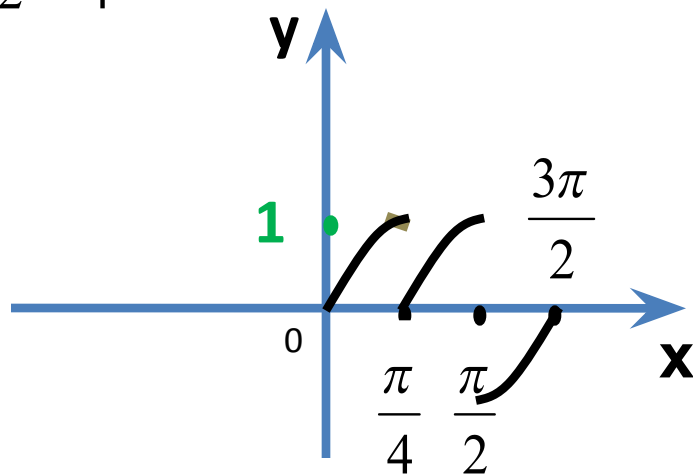
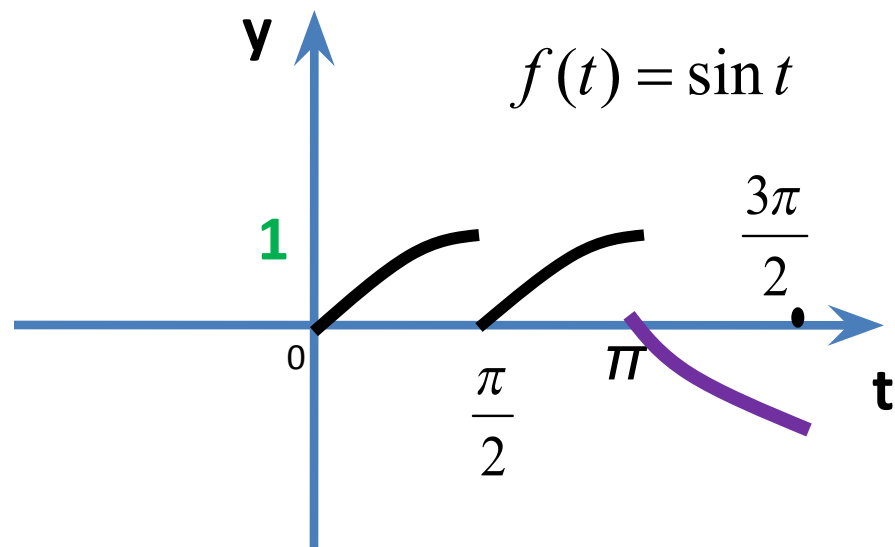
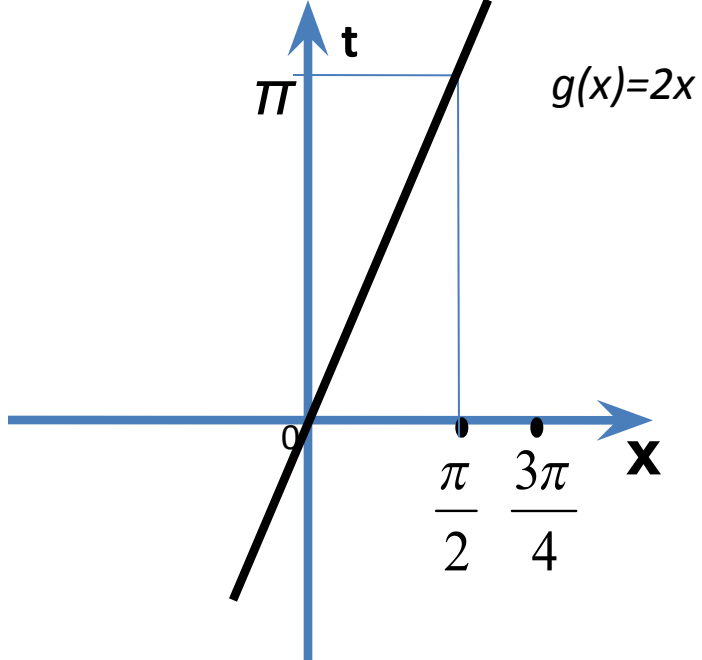
Изменение значений

	x, t, v
x	0 ; $\frac{\pi}{4}$
t	0 ; $\frac{\pi}{2}$
y	0 ; 1



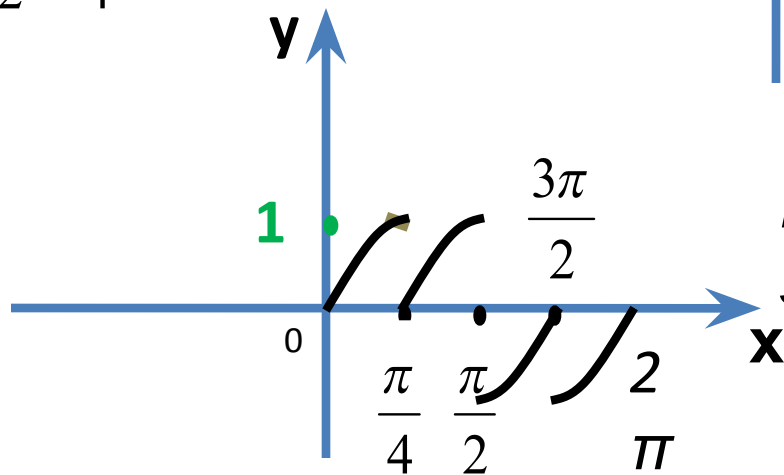
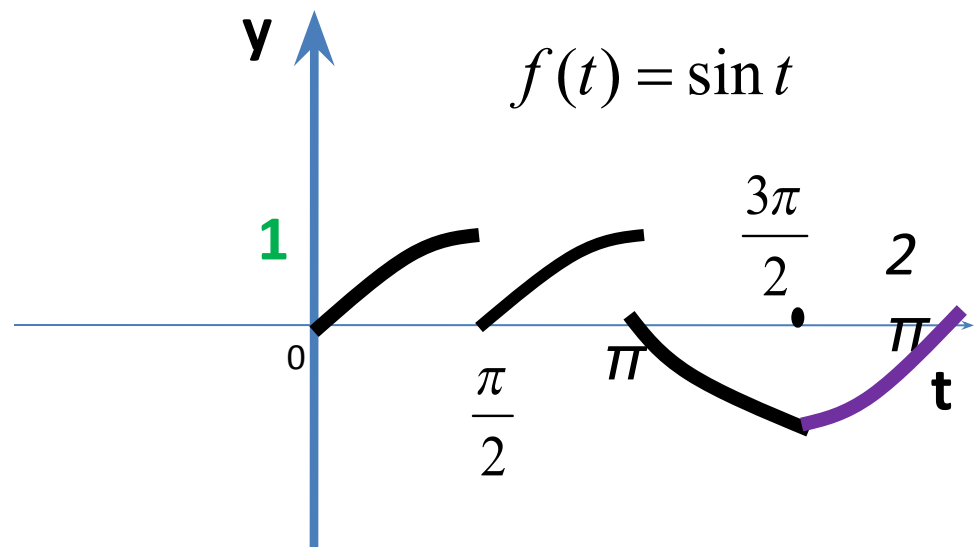
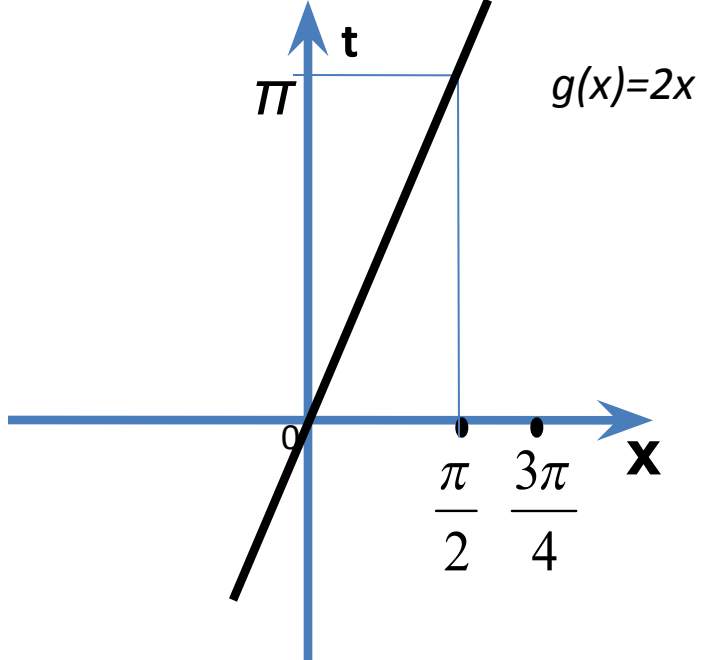
Изменение значений

	x, t, v
x	$\frac{\pi}{4} ; \frac{\pi}{2}$
t	$\frac{\pi}{2} ; \pi$
y	1 ; 0



Изменение значений

	x	t	v
x	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	
t	π	$\frac{3\pi}{2}$	
y	0	-1	

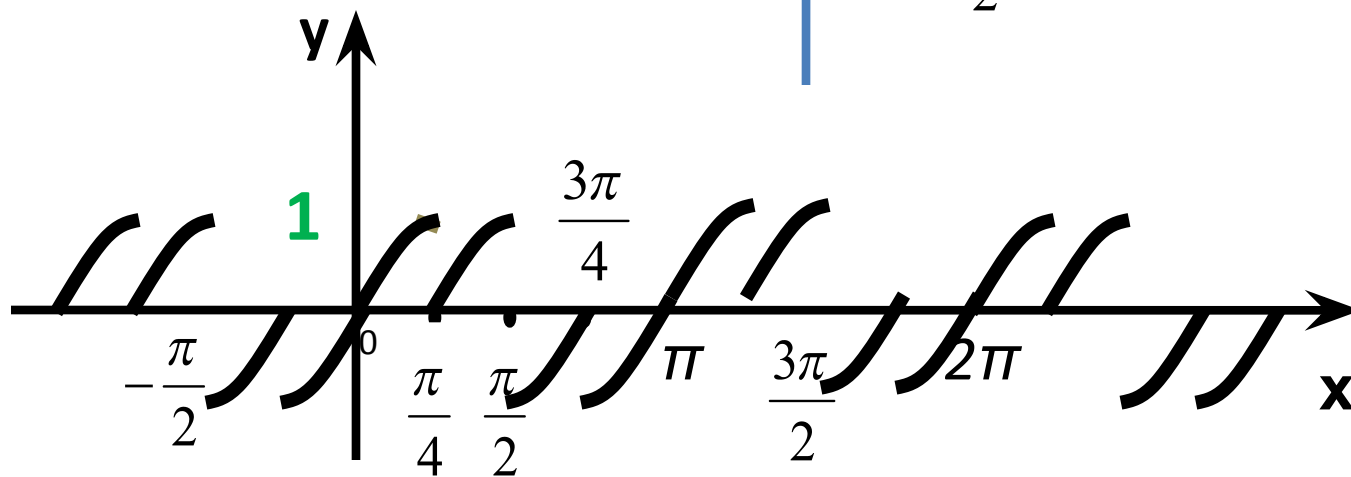
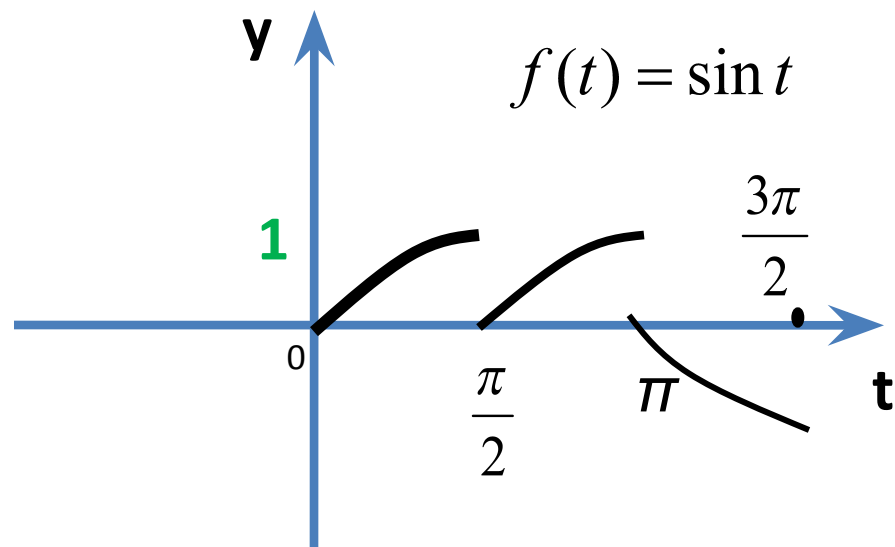
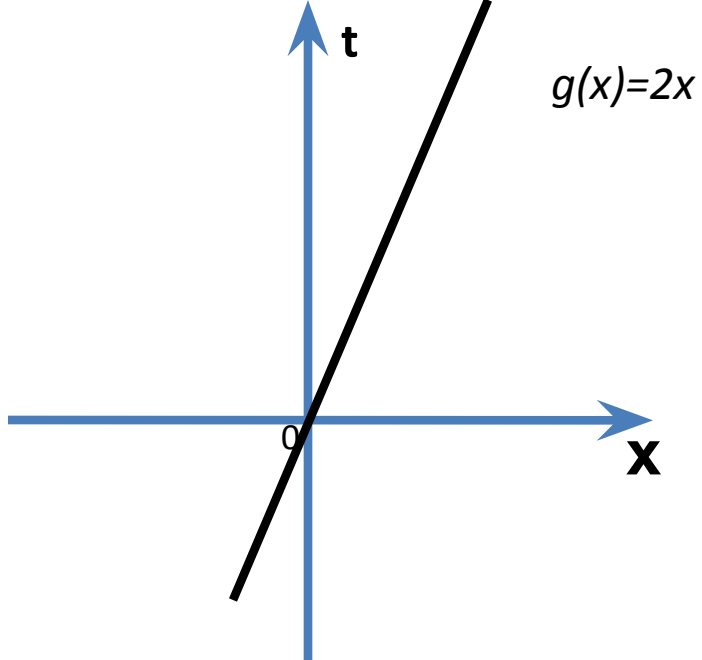


Изменение значений

	x	t	v
x	$\frac{3\pi}{4}$	π	
t	$\frac{3\pi}{2}$	2	
y	-1	0	

Таблица изменений значений x, t, y

x	$0 ; \frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4} ; \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4} ; \pi$
t	$0 ; \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} ; \pi$	$\pi ; \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2} ; 2\pi$
y	$0 ; 1$	$1 ; 0$	$0 ; -1$	$-1 ; 0$



Нахождение множества значений сложной функции

Пример. Дана функция $y = \frac{1}{3 + \sin x}$

Найдите E
(y).

Решение.

Внутренняя функция принимает значения от 2 до 4, так как $2 \leq 3 + \sin x \leq 4$.

Рассмотрим внешнюю функцию: $f(t) = \frac{1}{t}$

Заметим, что она определена только при тех значениях t , для которых

$$2 \leq t \leq 4.$$

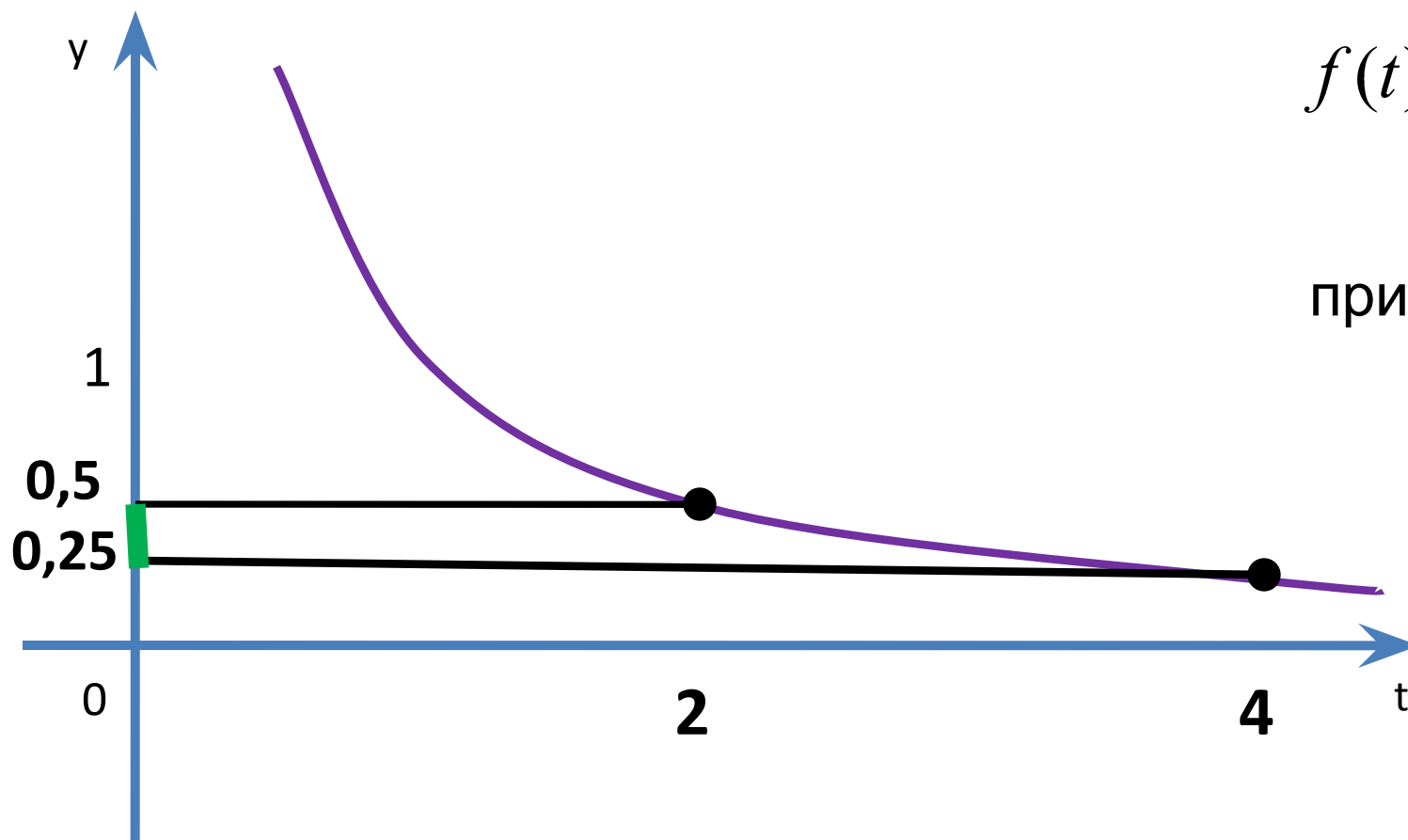
Множество значений сложной функции

$$y = \frac{1}{3 + \sin x}$$

как множество значений внешней функции

$$f(t) = \frac{1}{t}$$

при $2 \leq t \leq 4$



$$2 \leq t \leq 4, \quad 0,25 \leq y \leq 0,5$$

$$E(y) = [0,25; 0,5]$$

- РЕФЛЕКСИЯ

- Я..... ознакомился.

- Мне было нелегко.

- Я усвоил

- Язапомнил.