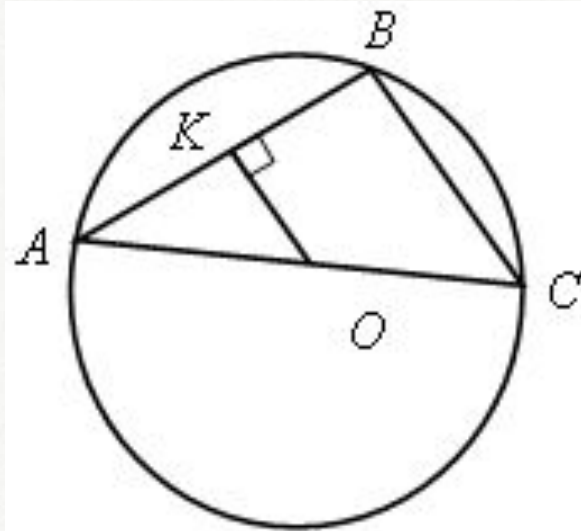


Решение задач по теме «Вписанная и описанная окружность»(8кл)



1. Устная работа

- 1. $OK = 5$, $AB = 24$.
- Найти: R .
- Решение
- 1) AOB – равнобедренный, так как $AO = OB = R$, тогда $AK = KB$.
- 2) В AKO , $K = 90^\circ$.
- $AO = 13$.



Задание 2.

Вершины треугольника ABC лежат на окружности, причем

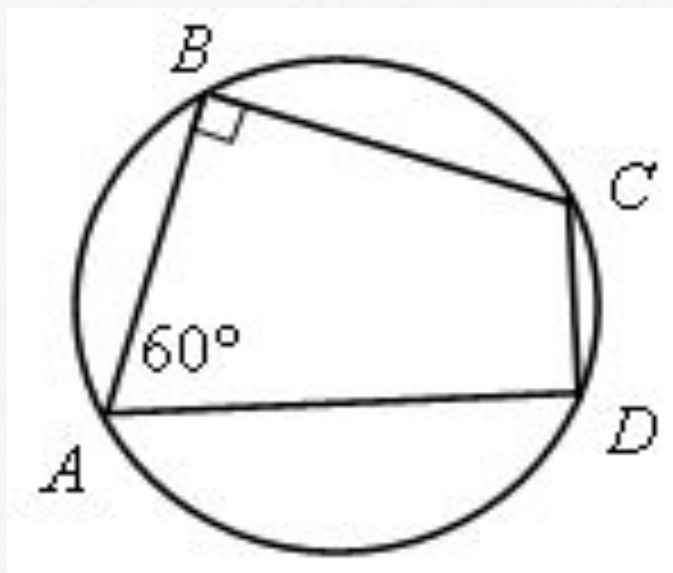
$$AB : BC : CA = 2 : 3 : 4.$$

Найдите углы треугольника ABC .



Задание 3.

Найти углы вписанного
четырехугольника $ABCD$.



Тест

Вопрос № 1

- Центром вписанной в треугольник окружности является точка пересечения:

- ☐ биссектрис
- ☐ Медиан
- ☐ высот
- ☐ серединных перпендикуляров



Вопрос № 2

- Центром описанной около треугольника окружности является точка пересечения:

- ☐ биссектрис
- ☐ медиан
- ☐ высот
- ☐ серединных перпендикуляров



Вопрос № 3

- Около треугольника описана окружность таким образом, что одна сторона треугольника проходит через центр окружности. Этот треугольник...

- ☐ произвольный
- ☐ Остроугольный
- ☐ прямоугольный
- ☐ тупоугольный



Вопрос № 4

- В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна

- ☐ 90^0
- ☐ 120^0
- ☐ 180^0
- ☐ 360^0



Вопрос № 5

- В любом описанном четырехугольнике суммы длин противоположащих сторон
 - ☐ равны между собой
 - ☐ равны радиусу окружности
 - ☐ равны диаметру окружности
 - ☐ равны периметру



Вопрос № 6

- Трапеция описана около окружности. Чему равен ее периметр, если средняя линия равна 7 см?
- 25 см
- 28 см
- 30 см
- 32 см



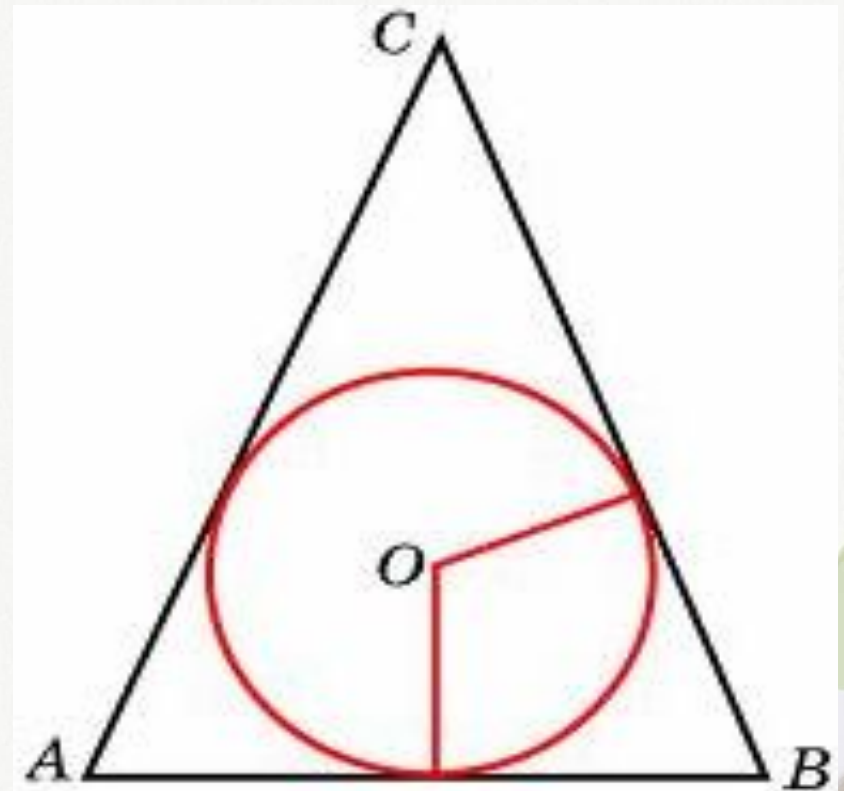
Вопрос № 7

- В прямоугольном треугольнике высота, опущенная из вершины прямого угла, делит гипотенузу на отрезки 9 см и 16 см. Чему равен радиус окружности, вписанной в этот треугольник?
- 3 см
- 4 см
- 5 см
- 6 см

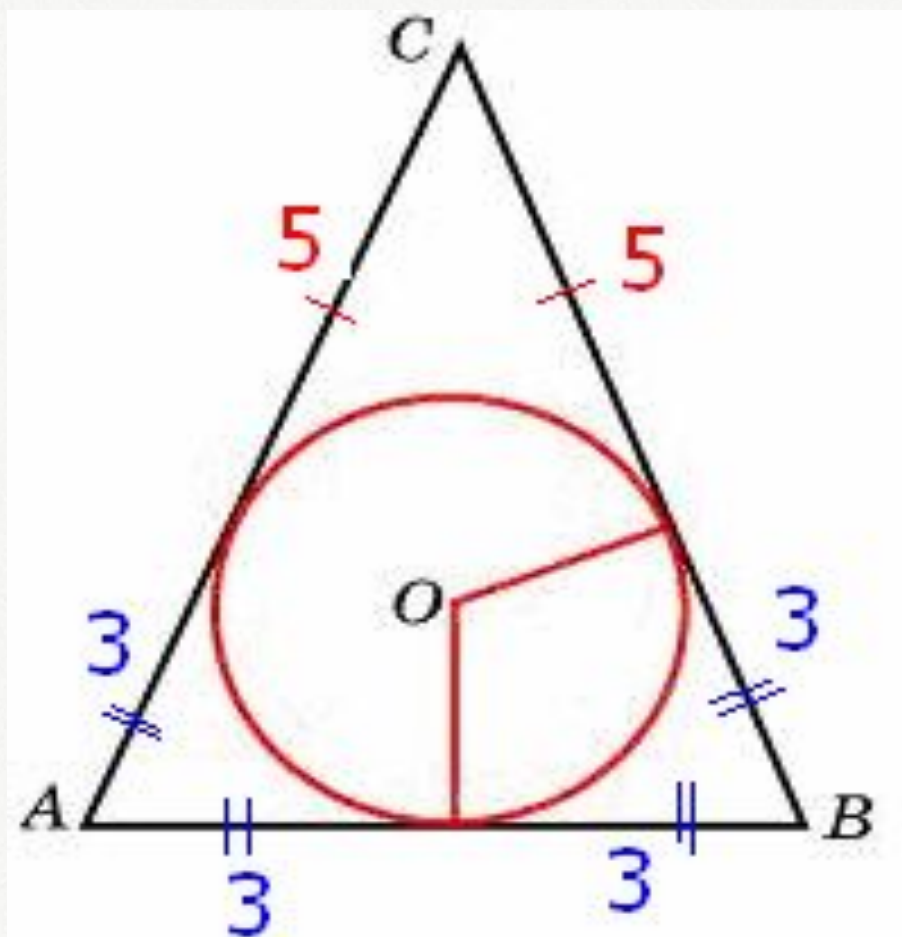


Решить задачи

- 1. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 5 и 3, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника.



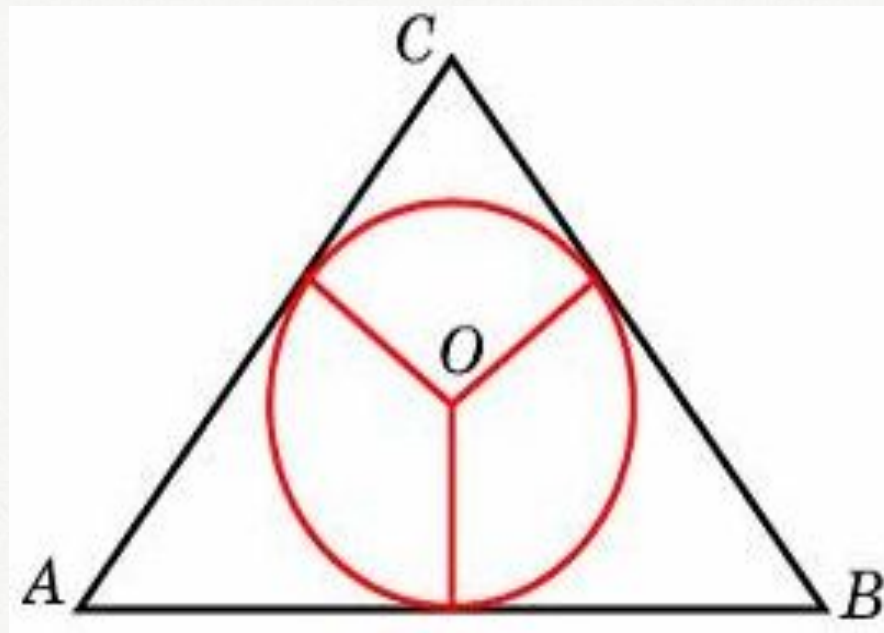
Решение



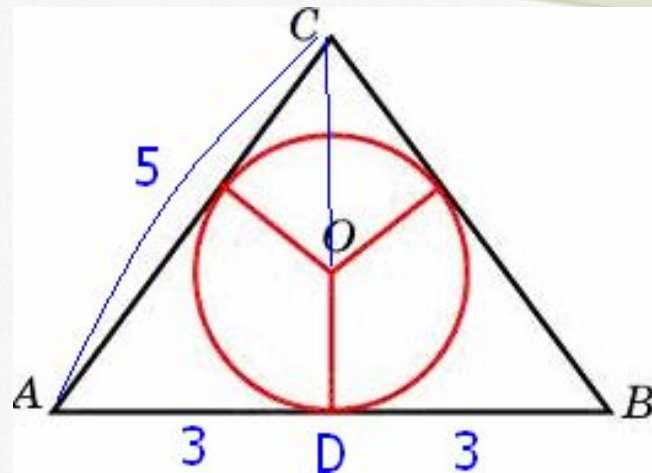
- *Отрезки касательных равны, все они обозначены на чертеже.*
- *Найдем периметр:
 $(5+3)*2 + 3*2 = 22$.*



- Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 5, основание равно 6. Найдите радиус вписанной окружности.



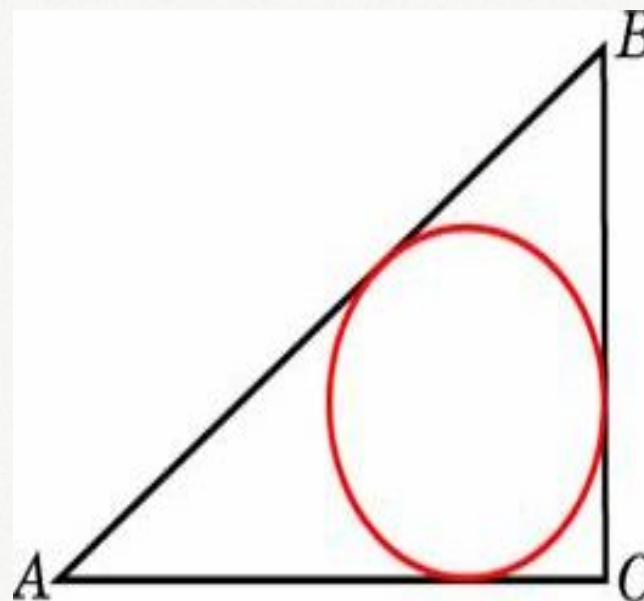
- *Треугольник ACD египетский, значит, $CD = 4$.
 $S_{ABC} = 1/2(6 \cdot 4) = 12$
Воспользуемся формулой для вычисления радиуса.*



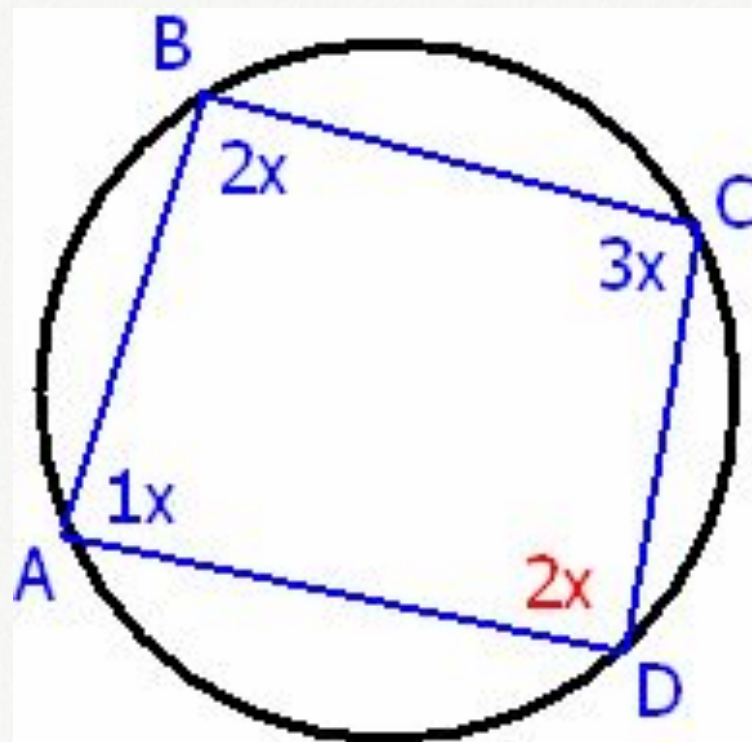
$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} Pr$$
$$12 = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot r$$
$$r = \frac{12}{8}$$
$$r = 1,5$$



- В треугольнике ABC $AC=4$, $BC=3$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.



- Углы A , B и C четырехугольника $ABCD$ относятся как $1 : 2 : 3$. Найдите угол D , если около данного четырехугольника можно описать окружность. Ответ дайте в градусах.



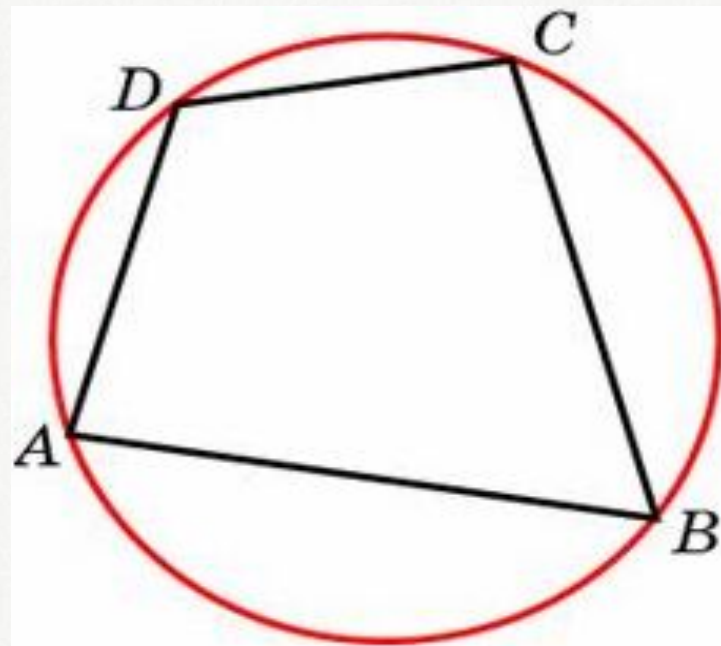
Решение

- Пусть углы $1x$, $2x$, $3x$.
По условию около
данного
четырехугольника
можно описать
окружность
- $A+C = D+B$.
- Тогда угол $D=2x$.
- Сумма
противоположных
углов описанного
четырехугольника
 180 .
 $1x+3x=180$ (или
 $2x+2x=180$)
 $x=45$ (1 часть)
Угол $D=90$

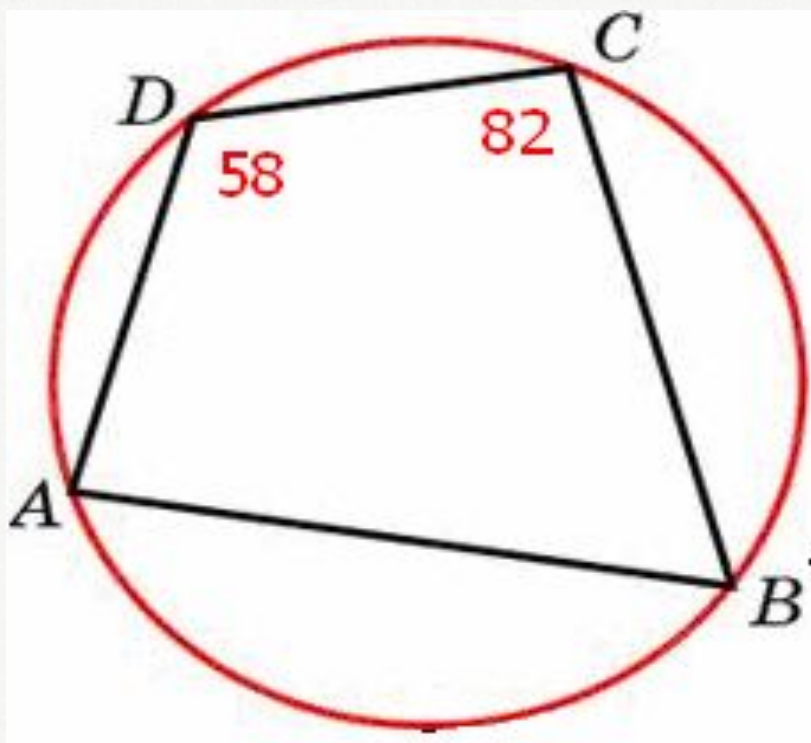


Задача

- Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 82° и 58° .
Найдите больший из оставшихся углов.



Решение



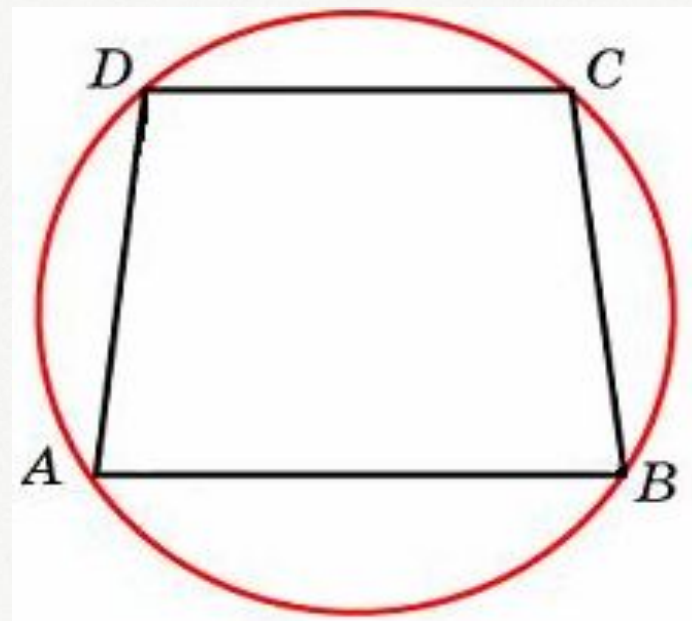
Это не противолежащие углы, т.к. в описанном четырехугольнике их сумма равнялась бы 180 градусов.

- Значит, - это углы соседние. Теперь воспользуемся свойством углов вписанного четырехугольника
- $A + C = D + B = 180$.
 - 1) $180 - 58 = 122$ - это угол B.
 - 2) $180 - 82 = 98$ - это угол A.

Больший из них - 122



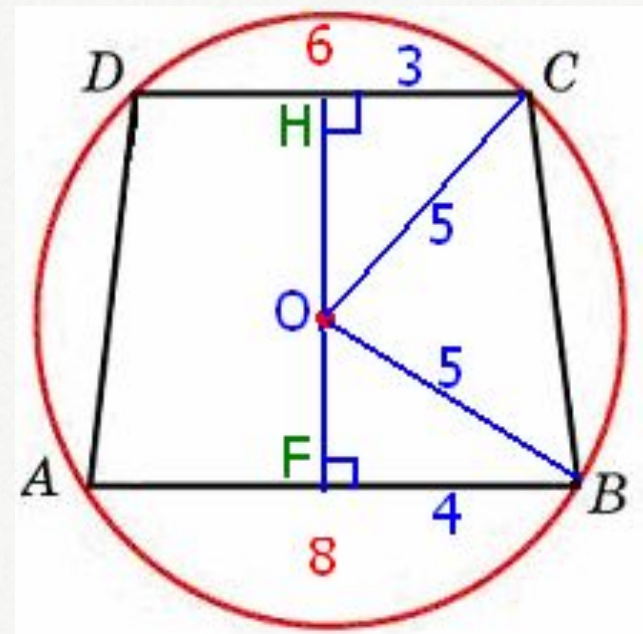
- Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6. Радиус описанной окружности равен 5. Найдите высоту трапеции.



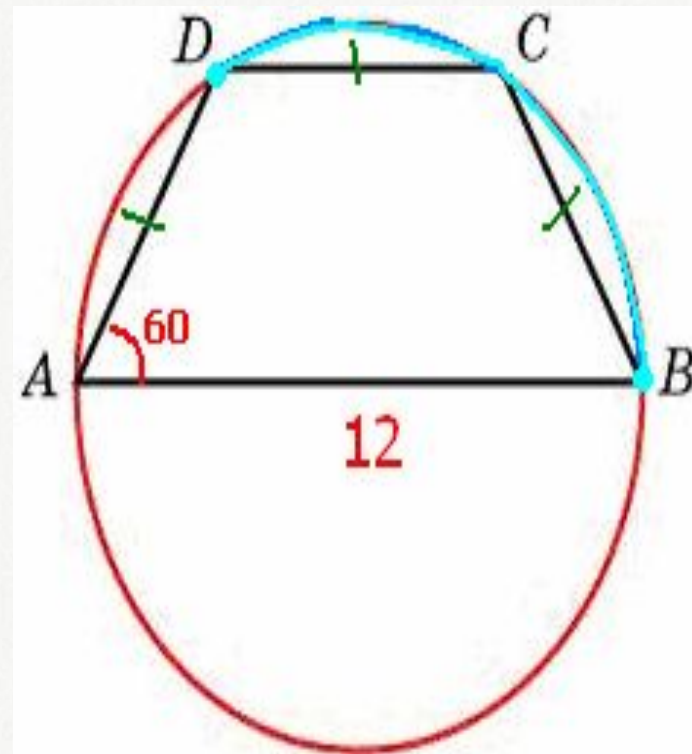
- *дополнительные построения: центр O соединить с вершинами C и B (эти отрезки равны радиусу, т.е. 5).*

Получим два египетских треугольника OHC и OFB .

$OH=4$, $OF=3$. Высота $HF=7$.



- Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию, угол при основании равен 60° , большее основание равно 12. Найдите радиус описанной окружности этой трапеции.

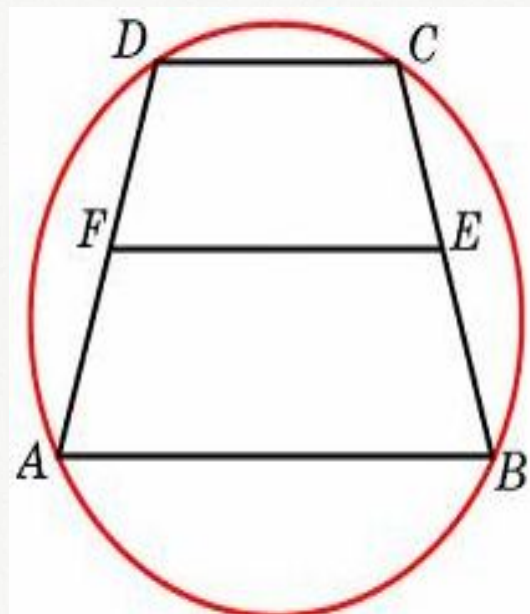


Решение

- *Вписанный угол $\angle BAD$ опирается на дугу DCB .*
- *дуга $DCB=120$, а дуга $DC = 60$.*
- *Три дуги стягивают равные хорды AD , DC , CB . Они равны 60 . Тогда дуга $AB= 180$. а это означает, что AB – диаметр, тогда радиус $12:2 = 6$.*



- **Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 22, средняя линия равна 5. Найдите боковую сторону трапеции**



Решение

- 1) Средняя линия равна полусумме оснований. Тогда сумма оснований равна 10.
- 2) $22 - 10 = 12$ это приходится на боковые стороны.
- 3) $12 : 2 = 6$, боковые стороны вписанной трапеции равны.

