Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)

КАФЕДРА СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ И ТЕОРИЯ НАДЁЖНОСТИ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ВЕРОЯТНОСТНЫХ РАСЧЁТОВ КОНСТРУКЦИЙ

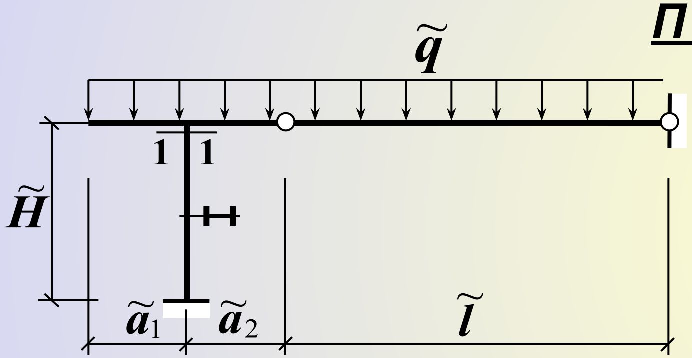
Обратные задачи вероятностных расчётов

Обратная (проектная) задача вероятностного расчёта: Определить вероятностные характеристики входных параметров, обеспечивающие требуемые характеристики случайных выходных параметров.

Основные варианты обратных задач:

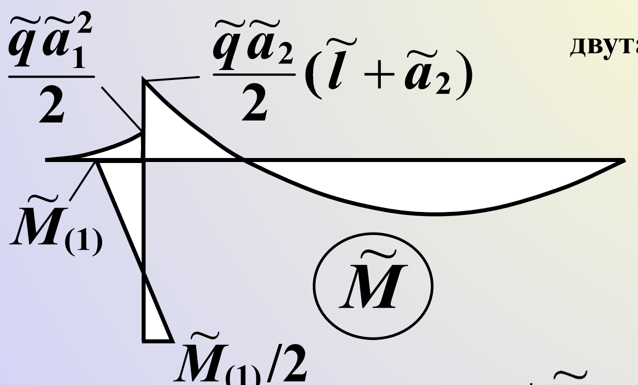
1) определение допустимых вероятностных характеристик воздействий (нагрузок);
2) расчёт необходимых статистических показателей геометрических характеристик сечений (или параметров глобальной геометрии, структуры, жёсткости и т.п.).

Пример 1



Определить статистические характеристики нагрузки $\tilde{q}$, вызывающей в сечении 1 – 1 фибровое напряжение $\tilde{\sigma}_0$, не превышающее детерминированное значение R с необходимой вероятностью P_{σ_0}. Вероятностные свойства геометрических параметров конструкции известны :

$\bar{l}$ = 8 м ; A_l = 0,001; $\bar{a}_1 = \bar{a}_2 = \bar{l}/2 = 4$ м ; $A_{a1} = A_{a2} = 0{,}002$;
двутавр № 30 ($\bar{A}$ = 46,5 см^2 ; A_A = 0,012 ; $\bar{W}$ = 472 см^3 ; A_W = 0,012)



Решение

Фибровое нормальное напряжение в сечении 1 – 1:

$$\tilde{\sigma}_0 = |\tilde{\sigma}_{(1)N}| + |\tilde{\sigma}_{(1)M}| = \frac{|\tilde{N}_{(1)}|}{\tilde{A}} + \frac{|\tilde{M}_{(1)}|}{\tilde{W}}$$

$$|\tilde{N}_{(1)}| = \tilde{q}\left(\frac{\tilde{l}}{2} + \tilde{a}_1 + \tilde{a}_2\right); \quad |\tilde{M}_{(1)}| = \frac{\tilde{q}}{2}\left[\tilde{a}_2(\tilde{l} + \tilde{a}_2) - \tilde{a}_1^2\right]$$

Обратные задачи вероятностных расчётов

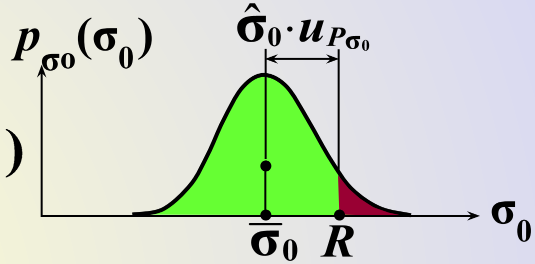
Пример 1

$$\tilde{\sigma}_0=\tilde{q}\left[\frac{\tilde{l}/2+\tilde{a}_1+\tilde{a}_2}{\tilde{A}}+\frac{\tilde{a}_2(\tilde{l}+\tilde{a}_2)-\tilde{a}_1^2}{2\tilde{W}}\right]=\bar{\sigma}_0(\{X\});$$

$$\{X\}=\{\tilde{q}\ \tilde{l}\ \tilde{a}_1\ \tilde{a}_2\ \tilde{A}\ \tilde{W}\}\ (n=6)$$

Основное расчётное условие:

$$P(\tilde{\sigma}_0<R)=P_{\sigma_0}\quad(\text{задано})$$



Распределение $\tilde{\sigma}_0$ предполагается нормальным

$$\boxed{\bar{\sigma}_0+\hat{\sigma}_0\cdot u_{P_{\sigma_0}}<R}$$

Математическое ожидание напряжения:

$$\bar{\sigma}_0=\bar{q}\left[\frac{\frac{\bar{l}}{2}+\frac{\bar{l}}{4}+\frac{\bar{l}}{4}}{\bar{A}}+\frac{\frac{\bar{l}}{4}(\bar{l}+\bar{l}/4)-(\bar{l}/4)^2}{2\bar{W}}\right]=$$

$$=\bar{q}\bar{l}\left(\frac{1}{\bar{A}}+\frac{\bar{l}}{8\bar{W}}\right)=\frac{\bar{q}\bar{l}}{\bar{A}}\left(1+\frac{D}{8}\right);\quad D=\frac{\bar{A}\bar{l}}{\bar{W}}$$

Дисперсия (при независимых входных параметрах):

$$\hat{\sigma}_0=\sum_{i=1}^{6}\left(\frac{\partial\sigma_0}{\partial x_i}\bigg|_{X=\bar{X}}\hat{x}_i\right)^2$$

$$\frac{\partial\sigma_0}{\partial q}\bigg|_{X=\bar{X}}=\frac{\bar{l}}{\bar{A}}\left(1+\frac{D}{8}\right);\quad \frac{\partial\sigma_0}{\partial l}\bigg|_{X=\bar{X}}=\frac{\bar{q}}{2\bar{A}}\left(1+\frac{D}{4}\right);\quad \frac{\partial\sigma_0}{\partial A}\bigg|_{X=\bar{X}}=-\frac{\bar{q}\bar{l}}{\bar{A}^2};$$

$$\frac{\partial\sigma_0}{\partial a_1}\bigg|_{X=\bar{X}}=\frac{\bar{q}}{\bar{A}}\left(1-\frac{D}{4}\right);\quad \frac{\partial\sigma_0}{\partial a_2}\bigg|_{X=\bar{X}}=\frac{\bar{q}}{\bar{A}}\left(1+\frac{3D}{4}\right);\quad \frac{\partial\sigma_0}{\partial W}\bigg|_{X=\bar{X}}=-\frac{\bar{q}\bar{l}^2}{8\bar{W}^2}$$

Обратные задачи вероятностных расчётов

Пример 1

$$\overset{\boxtimes}{\sigma}_0=\left(\frac{\bar q\,\bar l}{\bar A}\right)^2\left[\underbrace{\left(1+\frac{D}{8}\right)}_{B}{}^2 A_q^2+\underbrace{\frac{1}{4}\left(1+\frac{D}{4}\right)^2 A_l^2+\frac{1}{16}(1-D)^2A_{a1}^2+\frac{1}{16}\left(1+\frac{3D}{4}\right)^2A_{a2}^2+A_A^2+\frac{D^2}{64}A_W^2}_{C}\right]$$

Здесь $\bar q$ и A_q – неизвестные, остальное – вычисляемые константы.

Стандарт: $\hat\sigma_0=\sqrt{\overset{\boxtimes}{\sigma}_0}=\dfrac{\bar q\,\bar l}{\bar A}\sqrt{(BA_q)^2+C}$; основное расчётное условие принимает вид

$$\frac{\bar q\,\bar l}{\bar A}\left[1+\frac{D}{8}+u_{P\sigma_0}\sqrt{(BA_q)^2+C}\right]<R\text{, откуда}$$

$$\boxed{\bar q<\frac{R\bar A}{\bar l}\left[B+u_{P\sigma_0}\sqrt{(BA_q)^2+C}\right]^{-1}}$$

При заданных значениях входных параметров и $R = 200$ МПа:

$$\frac{R\bar A}{\bar l}=\frac{200\,\text{МПа}\cdot 46{,}5\,\text{см}^2}{8\,\text{м}}=116{,}25\,\frac{\text{кН}}{\text{м}};\quad D=\frac{\bar A\,\bar l}{\bar W}=\frac{46{,}5\,\text{см}^2\cdot 8\,\text{м}}{472\,\text{см}^3}=78{,}81;\quad B=1+\frac{D}{8}=10{,}851$$

$$C=10^{-4}\left\{\underbrace{\left[\frac12\left(1+\frac{78{,}81}{4}\right)\cdot 0{,}1\right]^2}_{1{,}071}+\underbrace{\left[\frac14(1-78{,}81)\cdot 0{,}2\right]^2}_{15{,}136}+\underbrace{\left[\frac14\left(1+\frac34\cdot 78{,}81\right)\cdot 0{,}2\right]^2}_{9{,}032}+\underbrace{1{,}2^2}_{1{,}44}+\underbrace{\left(\frac{78{,}81}{8}\cdot 1{,}3\right)^2}_{164{,}010}\right\}=$$

$$=0{,}01907$$

Обратные задачи вероятностных расчётов

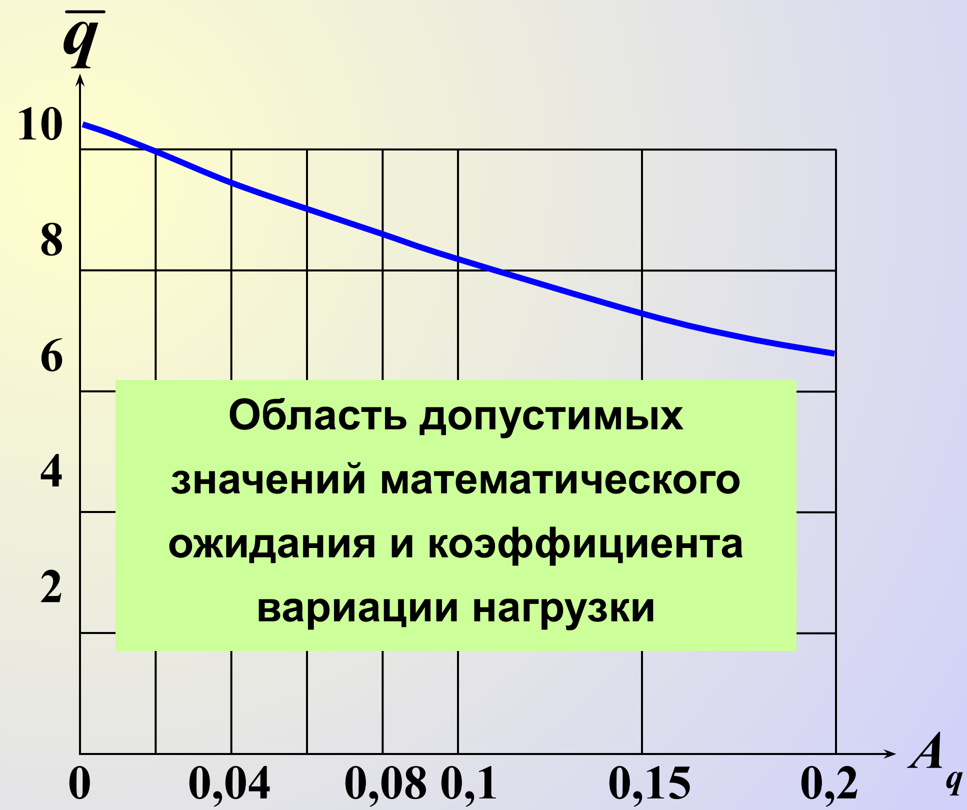
Пример 1

Если потребовать выполнения основного расчётного условия с вероятностью $P_{\sigma 0} = 0{,}999$, то нормированный квантиль $u_{0{,}999} = 3{,}090$, тогда

$$\bar{q} < \frac{116{,}25}{10{,}851 + 3{,}090\sqrt{(10{,}851 A_q)^2 + 0{,}01907}}$$

Координаты границы области допустимых значений $\bar{q}$ и A_q

A_q	$\bar{q}$, кН/м
0	10,308
0,02	9,982
0,04	9,483
0,06	9,006
0,08	8,569
0,10	8,169
0,15	7,312
0,20	6,616



Обратные задачи вероятностных расчётов

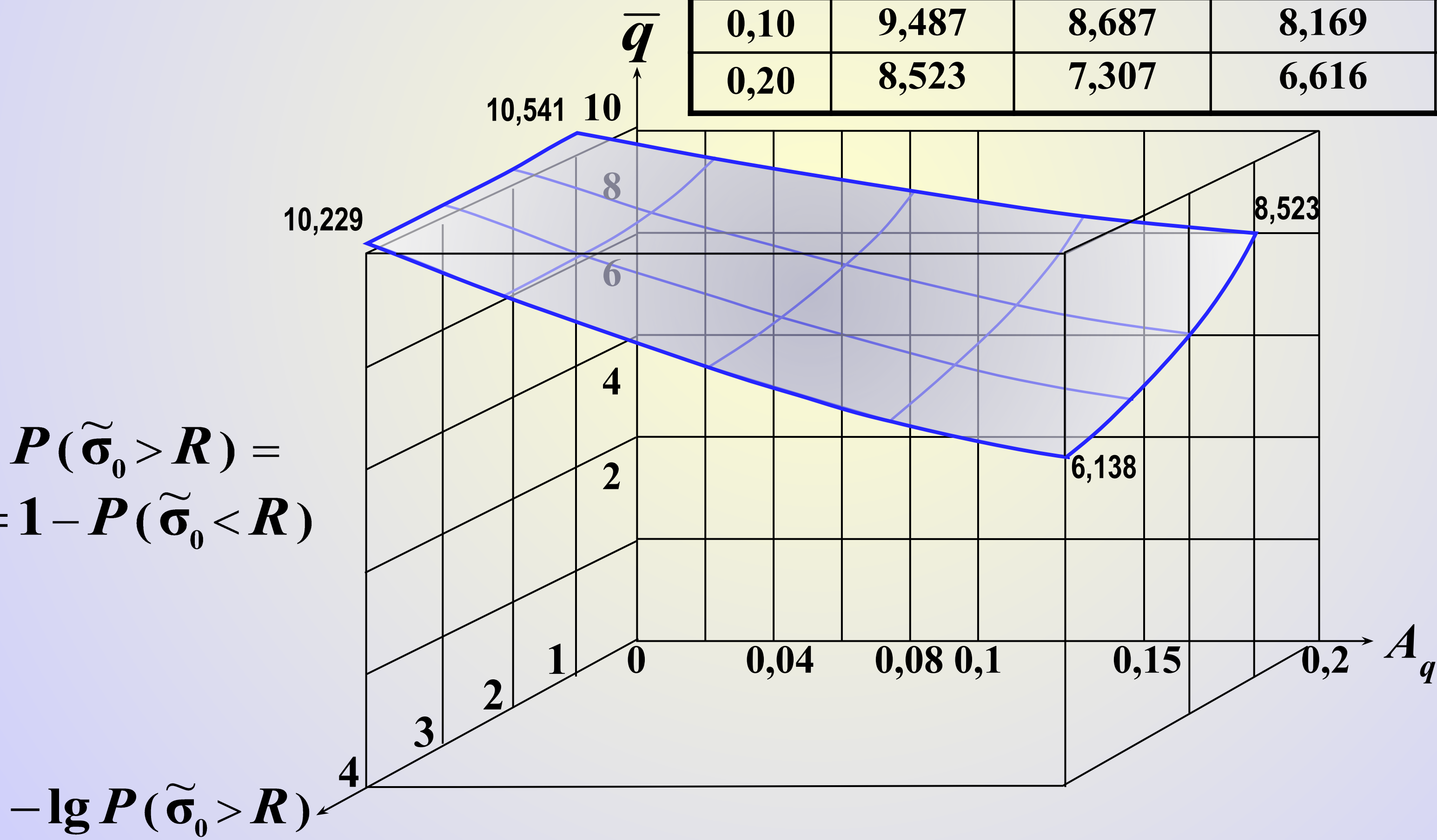
<u>Пример 1</u>

При варьировании вероятности

$$P_{\sigma_0} = P(\widetilde{\sigma}_0 < R):$$

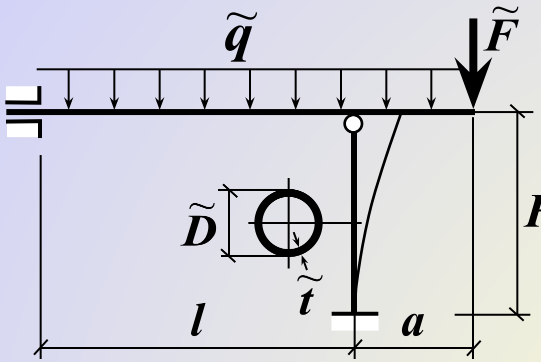
Значения $\overline{q}$ (кН/м) при				
A_q	$P_{\sigma_0} = 0{,}9$	$P_{\sigma_0} = 0{,}99$	$P_{\sigma_0} = 0{,}999$	$P_{\sigma_0} = 0{,}9999$
0	10,541	10,405	10,308	10,229
0,04	10,166	9,760	9,483	9,267
0,10	9,487	8,687	8,169	7,792
0,20	8,523	7,307	6,616	6,138

$$P(\widetilde{\sigma}_0 > R) = \\ = 1 - P(\widetilde{\sigma}_0 < R)$$



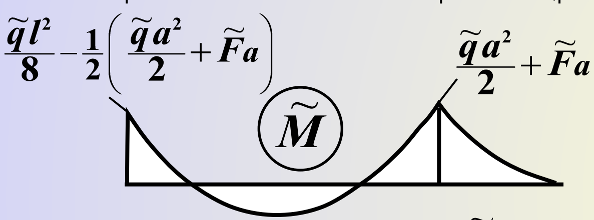
Обратные задачи вероятностных расчётов

Пример 2



Найти область допустимых значений вероятностных характеристик размеров $\tilde{D}$ и $\tilde{t}$ поперечного сечения стойки рамы, обеспечивающих коэффициент запаса устойчивости конструкции не менее $[k_{st}]=1{,}2$ с необходимой вероятностью $P_{k\,st}$.

Указания: слабой изменчивостью габаритных размеров рамы пренебречь; оценку устойчивости выполнять как для линейно деформируемой системы.

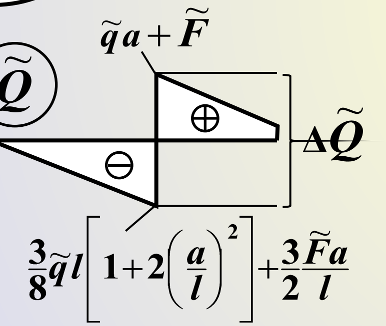


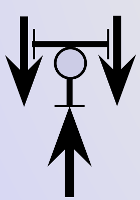
Исходные данные

$$\bar{q}=20\,\text{кН/м};\ A_q=0{,}03;\ \bar{F}=15\,\text{кН};\ A_F=0{,}08;$$

$$\bar{E}=2\cdot10^5\,\text{МПа};\ A_E=0{,}006;\ l=6\,\text{м};\ a=2\,\text{м};\ H=6\,\text{м}$$

Решение



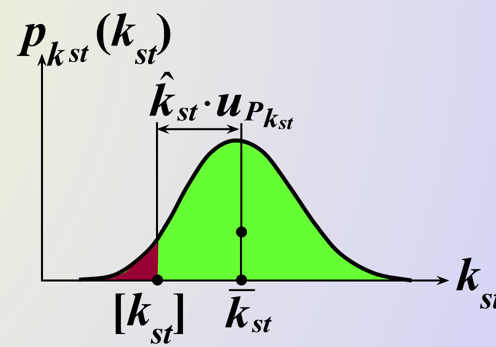


Основное расчётное условие:

$$P(\tilde{k}_{st}>[k_{st}])=P_{k_{st}} \quad \text{(задано)}$$

$$\tilde{k}_{st}=\frac{\tilde{N}_{cr}}{\tilde{N}}$$ (сжимающие продольные силы – положительные)

$$\boxed{\bar{k}_{st}-\hat{k}_{st}\cdot u_{P_{k_{st}}}>[k_{st}]}$$



$$\tilde{N}=\Delta\tilde{Q}=\tilde{q}l\cdot\underbrace{\frac{3}{8}\left[1+\frac{8a}{3l}+2\left(\frac{a}{l}\right)^2\right]}_{B}+\tilde{F}\underbrace{\left(1+\frac{3a}{2l}\right)}_{C};\qquad \tilde{N}_{cr}=\frac{\pi^2\tilde{E}\tilde{I}}{(2H)^2}$$

Обратные задачи вероятностных расчётов

Пример 2

$$\tilde{k}_{st} = \frac{\pi^2}{(2H)^2} \cdot \frac{\tilde{E}\tilde{I}}{B\tilde{q}l + C\tilde{F}}; \quad \tilde{I} = \frac{\pi \tilde{D}^4}{64}\left[1 - \left(1 - \frac{2\tilde{t}}{\tilde{D}}\right)^4\right]$$

Приближённо при $t/D < 1/20$ с погрешностью < 1 % :

$$\tilde{I} \approx \frac{\pi \tilde{D}^3 \tilde{t}}{8}\left(1 - 3\frac{\tilde{t}}{\tilde{D}}\right)$$

Математическое ожидание коэффициента устойчивости:

$$\bar{k}_{st} = \frac{\pi^2}{(2H)^2} \cdot \frac{\bar{E}\bar{I}}{B\bar{q}l + C\bar{F}}; \quad \bar{I} = \frac{\pi \bar{D}^4}{64}\left[1 - \left(1 - \frac{2\bar{t}}{\bar{D}}\right)^4\right]$$

Дисперсия (при независимых входных параметрах):

$$\breve{k}_{st} = \sum_{i=1}^{4}\left(\left.\frac{\partial k_{st}}{\partial x_i}\right|_{X=\bar{X}} \hat{x}_i\right)^2; \qquad \{\tilde{X}\} = \{\tilde{q}\ \tilde{F}\ \tilde{E}\ \tilde{I}\}$$

$$\left.\frac{\partial k_{st}}{\partial q}\right|_{X=\bar{X}} = -\frac{Bl\bar{k}_{st}}{\bar{N}}; \quad \left.\frac{\partial k_{st}}{\partial F}\right|_{X=\bar{X}} = -\frac{C\bar{k}_{st}}{\bar{N}}; \quad \left.\frac{\partial k_{st}}{\partial E}\right|_{X=\bar{X}} = \frac{\bar{k}_{st}}{\bar{E}}; \quad \left.\frac{\partial k_{st}}{\partial I}\right|_{X=\bar{X}} = \frac{\bar{k}_{st}}{\bar{I}}$$

$$(\bar{N} = B\bar{q}l + C\bar{F})$$

Стандарт: $$\hat{k}_{st} = \bar{k}_{st}\sqrt{\underbrace{\left(\frac{B\bar{q}l}{\bar{N}}A_q\right)^2 + \left(\frac{C\bar{F}}{\bar{N}}A_F\right)^2}_{R} + A_E^2 + A_I^2} = \bar{k}_{st}\sqrt{R + A_I^2}$$

Обратные задачи вероятностных расчётов

Пример 2

Основное расчётное условие принимает вид

$$\bar{k}_{st} - u_{P_{k_{st}}} \cdot \bar{k}_{st}\sqrt{R + A_I^2} > [k_{st}] \Rightarrow \bar{k}_{st} > \frac{[k_{st}]}{1 - u_{P_{k_{st}}}\sqrt{R + A_I^2}} \quad \text{или}$$

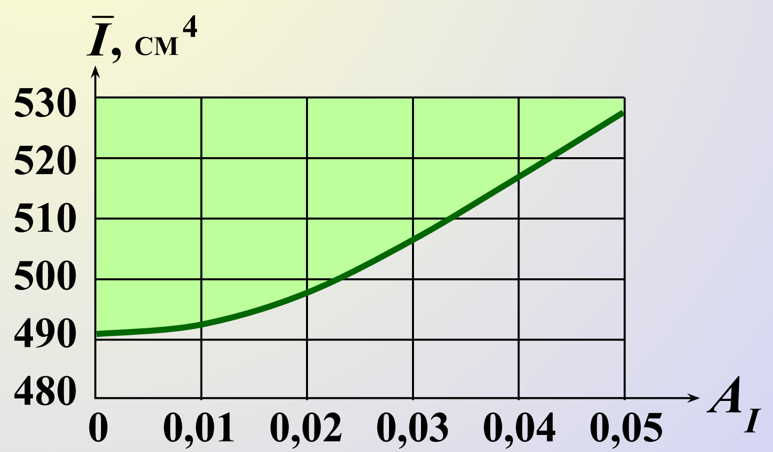
$$\boxed{\bar{I} > \left(\frac{2H}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{[k_{st}]\bar{N}}{\bar{E}\left(1 - u_{P_{k_{st}}}\sqrt{R + A_I^2}\right)}}$$

При заданных входных параметрах и требуемой вероятности $P_{k\,st} = 0{,}99$:
$\bar{N} = 117{,}5$ кН; $B = 19/24$; $C = 3/2$; $u_{P_{k_{st}}} = 2{,}326$, тогда

$$\bar{I} > \frac{457{,}161 \text{ см}^4}{1 - 2{,}326\sqrt{8{,}590 \cdot 10^{-4} + A_I^2}}$$

Координаты границы области допустимых характеристик **момента инерции сечения**

A_I	$\bar{I}$, см^4
0	490,61
0,01	492.65
0,02	498,29
0,03	506,58
0,04	516,77
0,05	528,39



Обратные задачи вероятностных расчётов

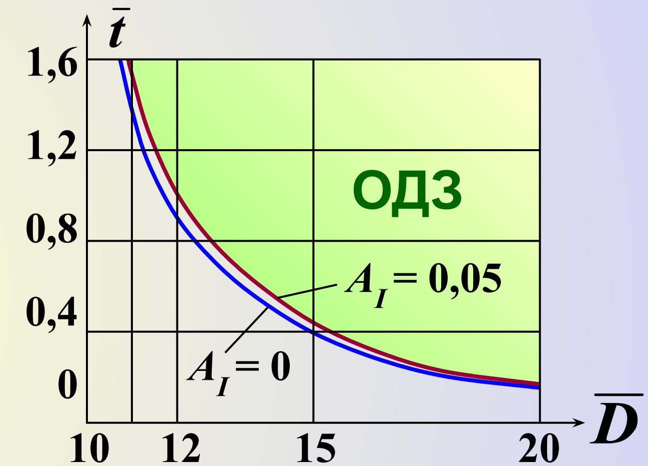
Пример 2

Определение области допустимых значений математических ожиданий размеров $\tilde{D}$ и $\tilde{t}$

Так как $\bar{I}=\dfrac{\pi\bar{D}^4}{64}\left[1-\left(1-\dfrac{2\bar{t}}{\bar{D}}\right)^4\right]$, где $\bar{D}=\bar{D}(A_I)$, то

$$\boxed{\bar{t}=\frac{\bar{D}}{2}\left(1-\sqrt[4]{1-\frac{64\bar{I}}{\pi\bar{D}^4}}\right)}$$

$\bar{D}$, см	$\bar{t}$, см				
	$A_I=0$	$A_I=0{,}01$	$A_I=0{,}02$	$A_I=0{,}04$	$A_I=0.05$
$\bar{D}_{min}=2\bar{t}$	4,999	5.005	5,019	5,065	5,093
11	1,372	1,381	1,407	1,496	1,555
12	0,910	0,915	0,928	0,974	1,004
15	0,401	0,403	0,408	0,425	0,435
20	0,160	0,161	0,163	0,169	0,174



Область допустимых значений параметров $\bar{D}$, $\bar{t}$, A_D и A_t

Зависимость между коэффициентами A_I, A_D и A_t:

$$A_I=\frac{\hat{I}}{\bar{I}}=\frac{1}{\bar{I}}\sqrt{\left(\left.\frac{\partial I}{\partial D}\right|_{\substack{D=\bar{D}\\ t=\bar{t}}}\hat{D}\right)^2+\left(\left.\frac{\partial I}{\partial t}\right|_{\substack{D=\bar{D}\\ t=\bar{t}}}\hat{t}\right)^2}=\frac{1}{\bar{I}}\sqrt{\left(\bar{D}\left.\frac{\partial I}{\partial D}\right|_{\substack{D=\bar{D}\\ t=\bar{t}}}A_D\right)^2+\left(\bar{t}\left.\frac{\partial I}{\partial t}\right|_{\substack{D=\bar{D}\\ t=\bar{t}}}A_t\right)^2}$$

$$\left.\frac{\partial I}{\partial D}\right|_{\substack{D=\bar{D}\\ t=\bar{t}}}=\frac{\pi\bar{D}^3}{16}\left[1-(1-2\bar{t}/\bar{D})^3\right];\quad \left.\frac{\partial I}{\partial t}\right|_{\substack{D=\bar{D}\\ t=\bar{t}}}=\frac{\pi\bar{D}^3}{8}(1-2\bar{t}/\bar{D})^3$$

Обратные задачи вероятностных расчётов

Пример 2

$$A_I = \frac{4}{1-(1-2\bar{t}/\bar{D})^4}\sqrt{\left[1-\left(1-\frac{2\bar{t}}{\bar{D}}\right)^3\right]^2 A_D^2 + \left[\frac{2\bar{t}}{\bar{D}}\left(1-\frac{2\bar{t}}{\bar{D}}\right)^3\right]^2 A_t^2} =$$

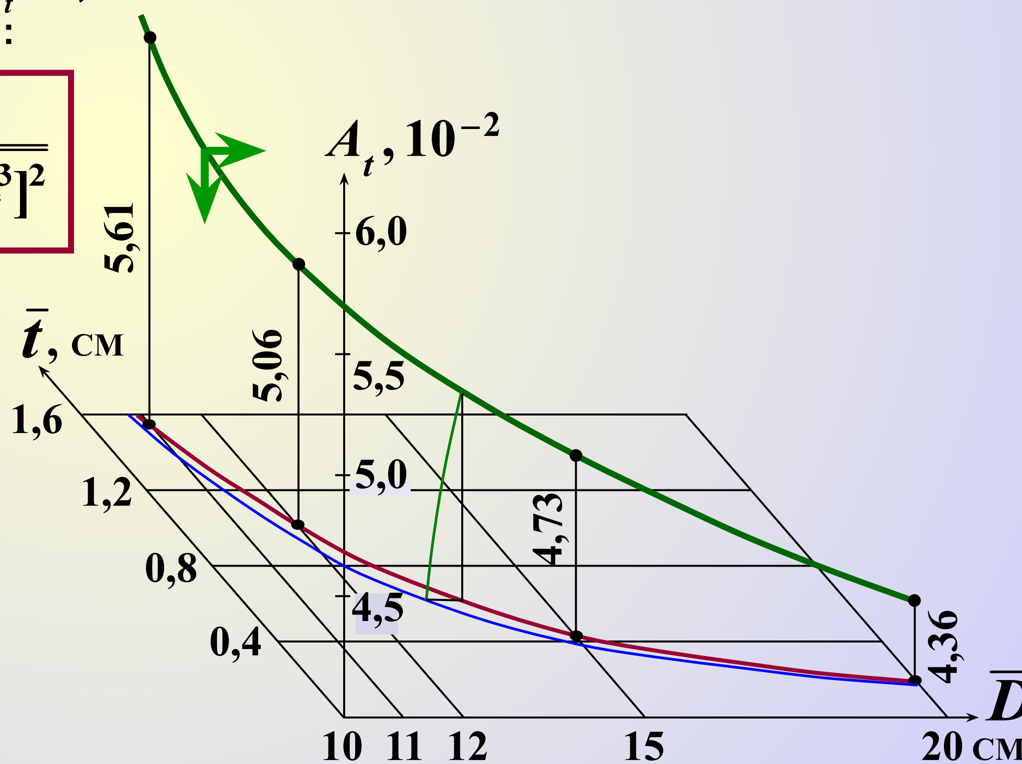
$$\frac{4}{1-K_t^4}\sqrt{(1-K_t^3)^2 A_D^2 + [(1-K_t)K_t^3]^2 A_t^2}\,; \quad K_t = 1-\frac{2\bar{t}}{\bar{D}}$$

Если задано отношение коэффициентов вариации размеров $A_D / A_t = \nu$, то по вычисленному A_I находится A_t:

$$\boxed{A_t = \frac{(1-K_t^4)A_I}{4\sqrt{(1-K_t^3)^2\nu^2 + [(1-K_t)K_t^3]^2}}}$$

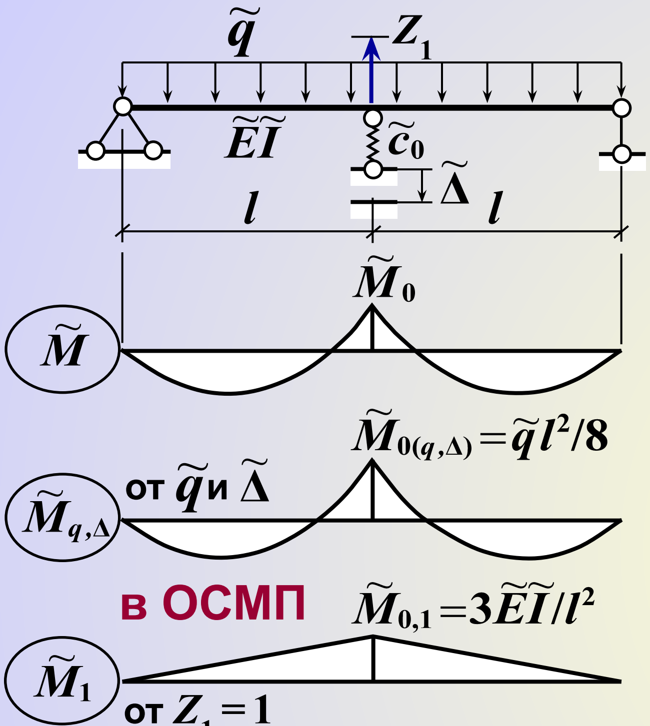
В рассматриваемой задаче при $A_I = 0{,}05$ и $\nu = A_D / A_t = 0{,}2$:

$\bar{D}$, см	$\bar{t}$, см	$A_t = 5A_D$
10,186	5,093	0,0600
11	1,555	0,0561
12	1,004	0,0506
15	0,435	0,0473
20	0,174	0,0436



Обратные задачи вероятностных расчётов

Пример 3



Определить вероятностные характеристики жёсткости $\tilde{c}_0$ упругой опоры, при которых изгибающий момент $\tilde{M}_0$ в надопорном сечении балки от нагрузки $\tilde{q}$ и неточности монтажа $\tilde{\Delta}$ не превысит $\tilde{q}\tilde{l}^2/10$ с вероятностью P_{M_0}.

Исходные данные:

$$A_q = 0{,}07;\quad A_E = 0{,}01;\quad A_I = 0{,}015;\quad \bar{\Delta} = 0;\quad \hat{\Delta} = 0{,}0005\,l$$

Решение

По методу перемещений: $\tilde{M}_0 = \tilde{M}_{0(q,\Delta)} + \tilde{M}_{0,1} Z_1$

$$\tilde{Z}_1 = -\tilde{R}_{1(q,\Delta)}/\tilde{r}_{11}$$

$$\tilde{R}_{1(q,\Delta)} = \frac{10}{8}\tilde{q}l + \tilde{c}_0\tilde{\Delta};\qquad \tilde{r}_{11} = \frac{6\tilde{C}}{l^3} + \tilde{c}_0 \quad (\tilde{C} = \widetilde{EI})$$

$$\tilde{Z}_1 = -\frac{\frac{10}{8}\tilde{q}l + \tilde{c}_0\tilde{\Delta}}{\frac{6\tilde{C}}{l^3} + \tilde{c}_0} \Rightarrow \tilde{M}_0 = \frac{\tilde{q}l^2}{8} - \frac{3\tilde{C}}{l^2}\cdot\frac{\frac{5}{4}\tilde{q}l + \tilde{c}_0\tilde{\Delta}}{\frac{6\tilde{C}}{l^3} + \tilde{c}_0} \Rightarrow$$

$$\boxed{\tilde{M}_0 = \frac{\frac{\tilde{q}l^2}{8}\left(\frac{\tilde{c}_0 l^3}{3\tilde{C}} - 8\right) - \tilde{c}_0\tilde{\Delta}l}{\frac{\tilde{c}_0 l^3}{3\tilde{C}} + 2}}$$

Математическое ожидание:

$$\bar{M}_0 = \frac{\frac{\bar{q}l^2}{8}\left(\frac{\bar{c}_0 l^3}{3\bar{C}} - 8\right)}{\frac{\bar{c}_0 l^3}{3\bar{C}} + 2}$$

В детерминистической постановке при $\Delta = 0$:

из условия $M_0 \le ql^2/10$

$$\frac{1}{8}\left(\frac{c_0 l^3}{3C} - 8\right)\cdot\left(\frac{c_0 l^3}{3C} + 2\right)^{-1} \le \frac{1}{10}$$

$$\frac{c_0 l^3}{3C} \le 48 \rightarrow \boxed{c_0 \le \frac{144\,EI}{l^3}}$$

Обратные задачи вероятностных расчётов

Пример 3

Дисперсия изгибающего момента при некоррелированных входных параметрах (по методу статистической линеаризации):

$$\tilde{M}_0 = \sum_{i=1}^{4} \left(\left.\frac{\partial M_0}{\partial x_i}\right|_{X=\bar{X}} \hat{x}_i \right)^2 ; \quad \{X\} = \{\tilde{q}\ \tilde{\Delta}\ \tilde{C}\ \tilde{c}_0\}$$

$$\left.\frac{\partial M_0}{\partial q}\right|_{X=\bar{X}} = \frac{\bar{M}_0}{\bar{q}}; \quad \left.\frac{\partial M_0}{\partial \Delta}\right|_{X=\bar{X}} = -\frac{\bar{c}_0\, l\, \bar{M}_0}{\frac{\bar{q}\, l^2}{8}\left(\frac{\bar{c}_0\, l^3}{3\bar{C}} - 8\right)} = -\frac{8\bar{c}_0\, l\, \bar{M}_0}{\bar{q}\, l^2 (\psi - 8)}; \quad \text{где } \psi = \frac{\bar{c}_0\, l^3}{3\bar{C}};$$

$$\left.\frac{\partial M_0}{\partial C}\right|_{X=\bar{X}} = -\frac{10\bar{c}_0\, l^3 \bar{M}_0}{3\bar{C}^2} \cdot \left[\left(\frac{\bar{c}_0\, l^3}{3\bar{C}} - 8\right) \cdot \left(\frac{\bar{c}_0\, l^3}{3\bar{C}} + 2\right)\right]^{-1} = -\frac{1}{\bar{C}} \cdot \frac{10\psi \bar{M}_0}{(\psi - 8)(\psi + 2)};$$

$$\left.\frac{\partial M_0}{\partial c_0}\right|_{X=\bar{X}} = \frac{10\, l^3 \bar{M}_0}{3\bar{C}} \cdot \left[\left(\frac{\bar{c}_0\, l^3}{3\bar{C}} - 8\right) \cdot \left(\frac{\bar{c}_0\, l^3}{3\bar{C}} + 2\right)\right]^{-1} = \frac{1}{\bar{c}_0} \cdot \frac{10\psi \bar{M}_0}{(\psi - 8)(\psi + 2)}$$

Стандарт:

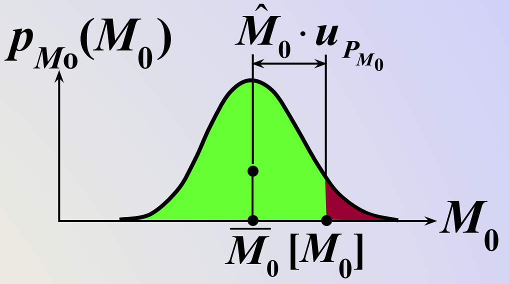
$$\boxed{\hat{M}_0 = \bar{M}_0 \sqrt{A_q^2 + \left[\frac{8\bar{c}_0 (\hat{\Delta}/l)}{\bar{q}(\psi - 8)}\right]^2 + \left[\frac{10\psi}{(\psi - 8)(\psi + 2)}\right]^2 \left(A_C^2 + A_{c_0}^2\right)}}$$

Обратные задачи вероятностных расчётов

Пример 3

Основное расчётное условие:

$$P(\widetilde{M}_0 \le \overline{q}l^2/10) = P_{M_0} - \text{задано}$$



$$\overline{M}_0 + \hat{M}_0 \cdot u_{P_{M_0}} \le [M_0] = \overline{q}l^2/10$$

или

$$\boxed{\overline{M}_0(1 + A_{M_0} \cdot u_{P_{M_0}}) \le [M_0]} \quad \text{здесь } A_{M_0} = \frac{\hat{M}_0}{\overline{M}_0}$$

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{\psi - 8}{\psi + 2} \left\{ 1 + u_{P_{M_0}} \sqrt{A_q^2 + \left[\frac{24\psi \overline{C}(\hat{\Delta}/l)}{\overline{q}\,l^3(\psi - 8)} \right]^2 + \left[\frac{10\psi}{(\psi - 8)(\psi + 2)} \right]^2 \left(A_C^2 + A_{c_0}^2 \right)} \right\} \le 1$$

Полученная зависимость преобразуется к виду, удобному для вычисления коэффициента вариации жёсткости опоры:

$$A_{c_0} = \sqrt{\left[\frac{(\psi + 2)}{10\psi} \right]^2 \left\{ \left(\frac{48 - \psi}{5u_{P_{M_0}}} \right)^2 - \left[\frac{24\psi \overline{C}(\hat{\Delta}/l)}{\overline{q}\,l^3} \right]^2 - \left[(\psi - 8)A_q \right]^2 \right\} - A_C^2}$$

Обратные задачи вероятностных расчётов

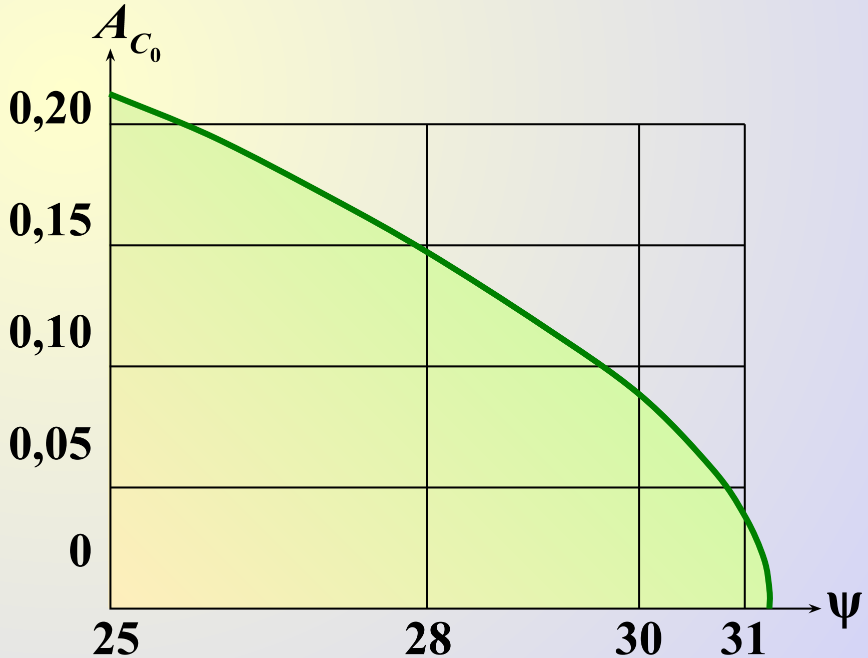
Пример 3

При заданных значениях входных параметров и вероятности $P_{M_0} = 0{,}98$

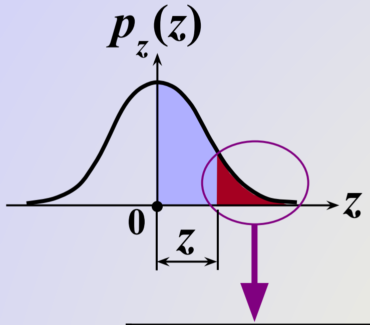
$u_{P_{M_0}} = 2{,}054$; $A_C^2 = A_E^2 + A_I^2 = 0{,}000325$; дополнительно $\bar{q}l^3/\bar{C} = 0{,}8$

$$A_{c_0} = \sqrt{\left[\frac{(\psi+2)}{10\psi}\right]^2 (0{,}004355\psi^2 - 0{,}83168\psi + 21{,}7635) - 0{,}000325}$$

$\psi = \bar{c}_0 l^3/(3\overline{EI})$	A_{C_0}
25	0,20667
28	0,14733
30	0,08804
31	0,03953
31,2	0,01706
31,24	0,00613



Приложение

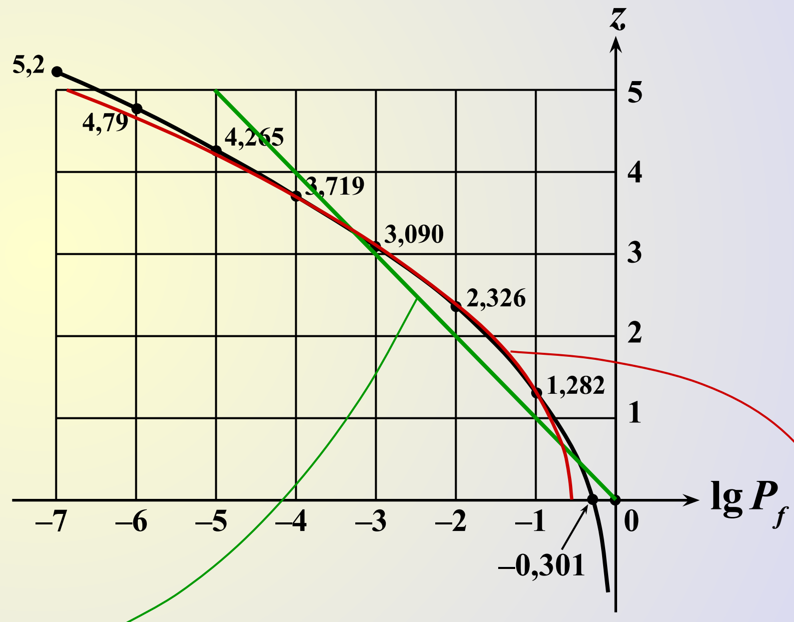


Вероятность $P_f = 0{,}5 - \Phi_0(z)$	z
10^{-7}	5,2
10^{-6}	4,79
10^{-5}	4,265
0,0001	3,719
0,0005	3,291
0,001	3,090
0,002	2,878
0,005	2,576
0,01	2,326
0,02	2,054
0,05	1,645
0,1	1,282

В расчётах надёжности

$z \equiv \beta$

(индекс надёжности ≡ характеристика безопасности)



$\boxed{P_f \approx 10^{-\beta}}$ **при** $\beta = 1 \ldots 4$ **(из зарубежных источников)**

Более точно (ВГС): $\boxed{P_f \approx 10^{-(\beta^2/4 + 0{,}6)}}$ **при** $\beta = 1 \ldots 5$