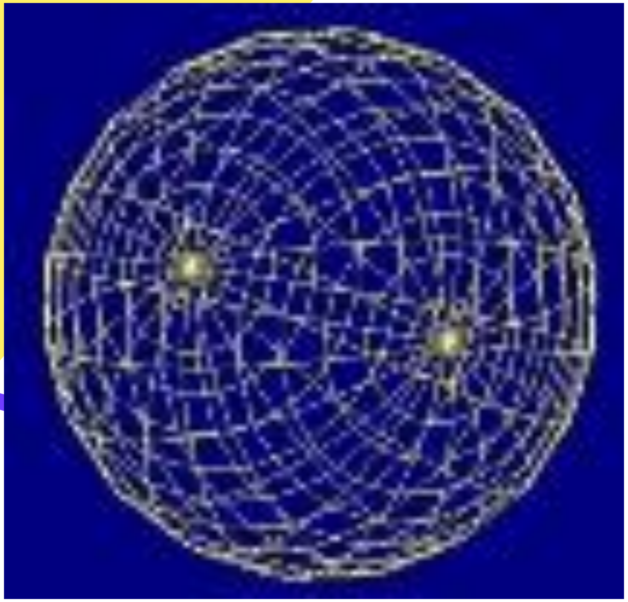
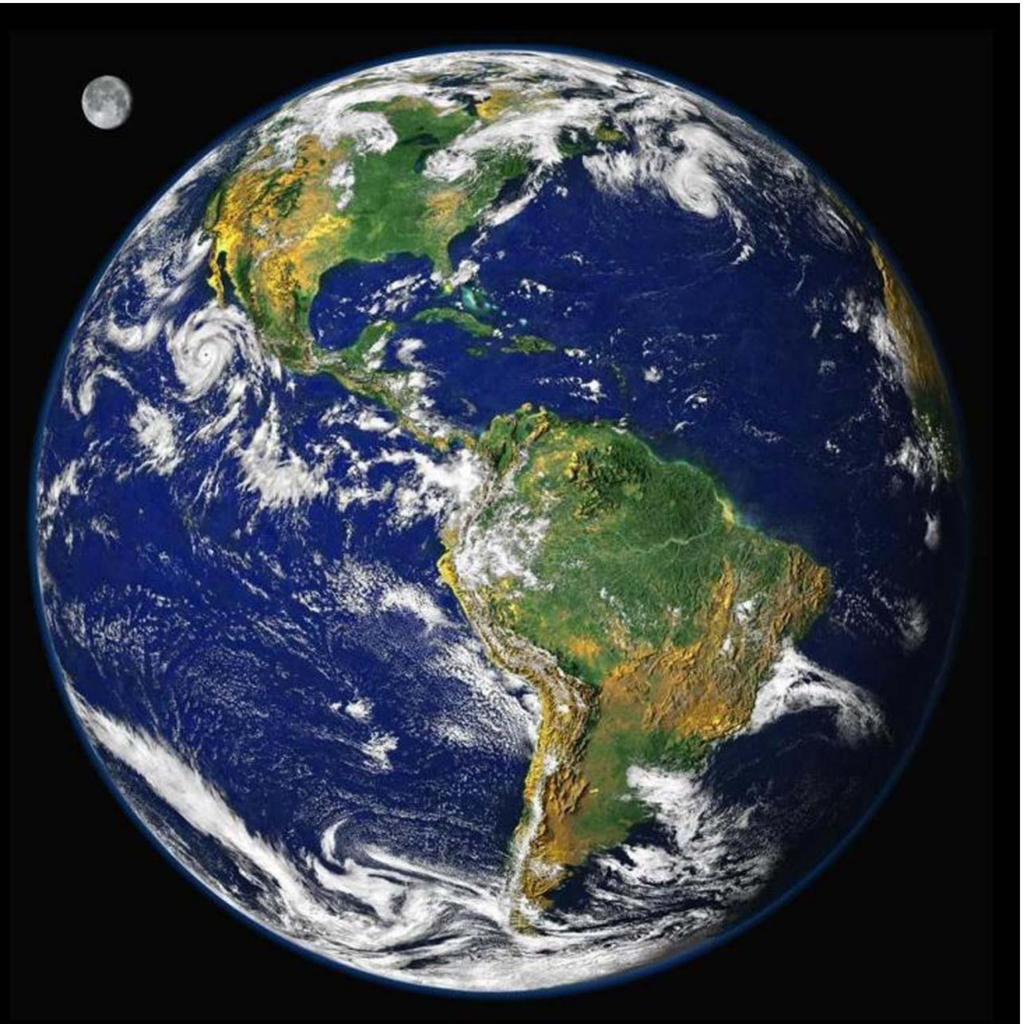
Сфера и шар



- Слово «сфера» произошло от греческого слова «сфайра», которое переводится на русский язык как «мяч».

ШАР-символ будущего.

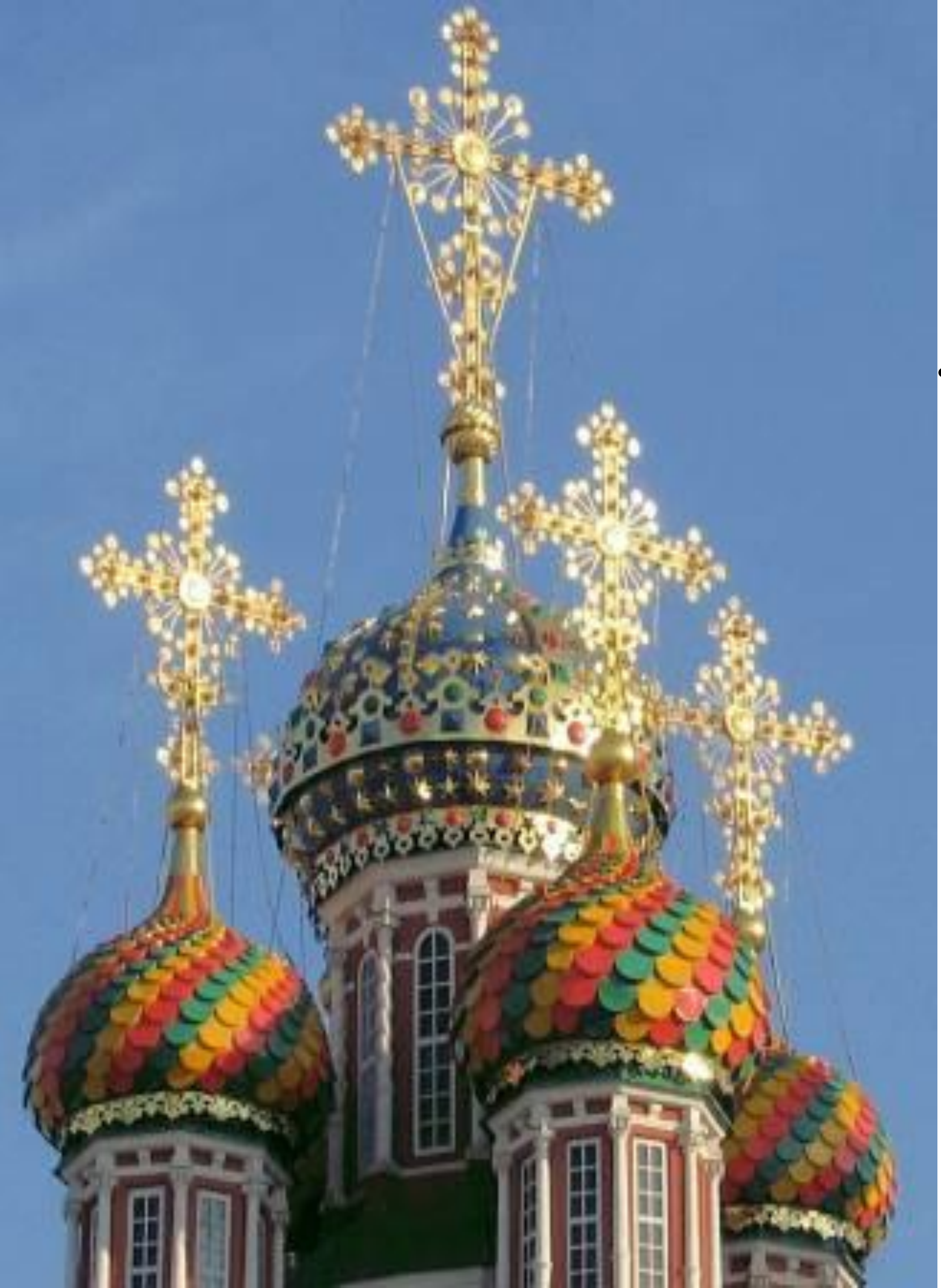


В Древнем Египте впервые пришли к заключению, что земля шарообразна. Это предположение послужило основой для многочисленных размышлений о бессмертии земли и возможности бессмертия населяющих ее живых организмах.

Не случайно подобными скульптурами украшены некоторые вокзалы Западной Европы, например в Хельсинки: здесь запечатлены тяготы, выпадающие на плечи путешественника.

Человек, держащий шар в руках, символизирует субъекта, несущего тяготы мира

- Таким образом, шар и глобус — это знаки промысла, проведения, вечности, власти и могущество коронованных особ



- Каменное полушарие сферы воплощается в религиозных храмах - куполах православных церквей в России; ступах, связанных с местом пребывания бодхисаттв в Индии. В Индонезии ступы приобрели форму колокола с каменным шпилем наверху и называются дагобы.

- В греко-римской мифологии **шар** символизировал удачу, судьбу, ассоциируясь с Тихэ (Фортуной), стоящей на **шаре** . Знаменитая картина Пикассо «Девочка на шаре» - танцующая Фортуна.

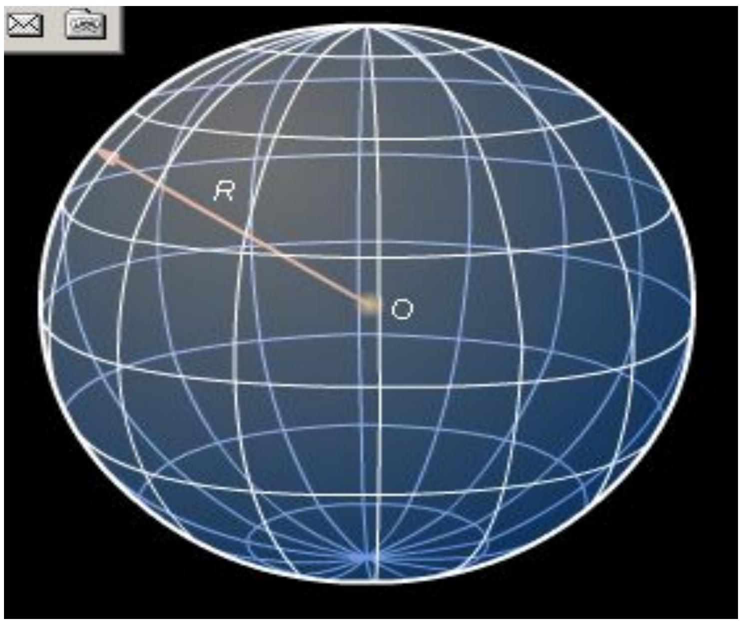
Форма шара в природе

Ягоды

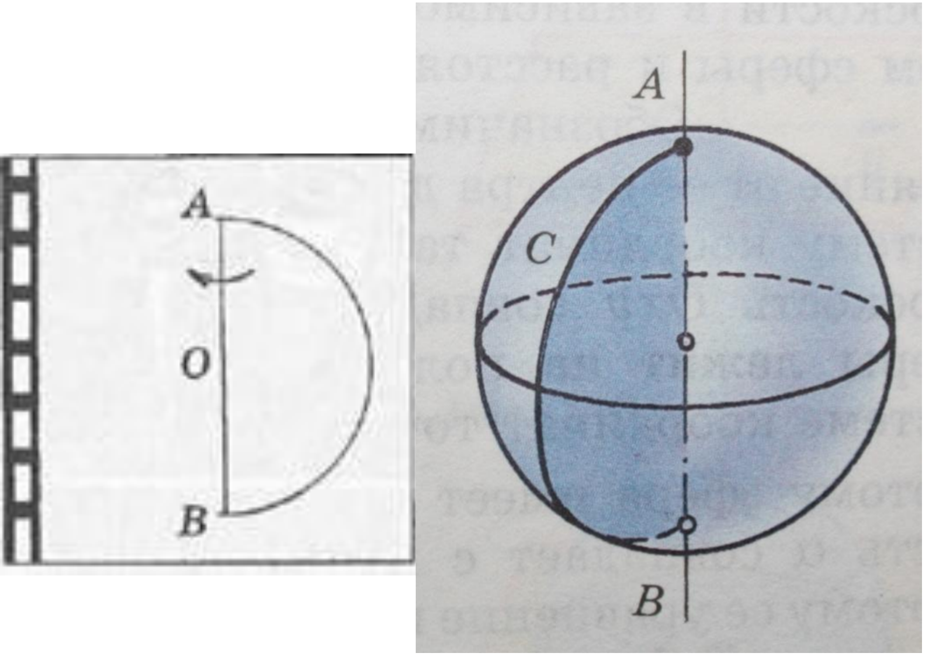
Планеты

Некоторые деревья имеют сферическую форму.

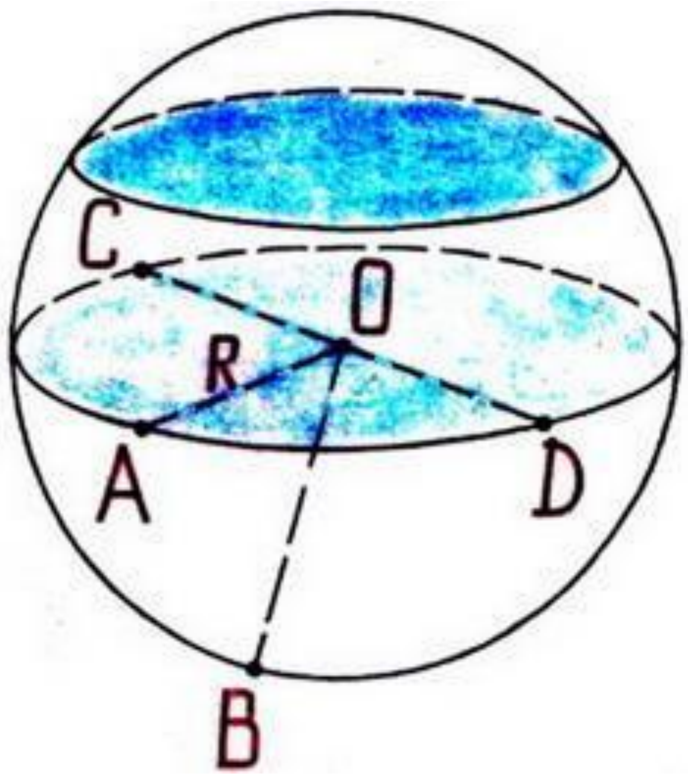
Определение сферы



- Сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки

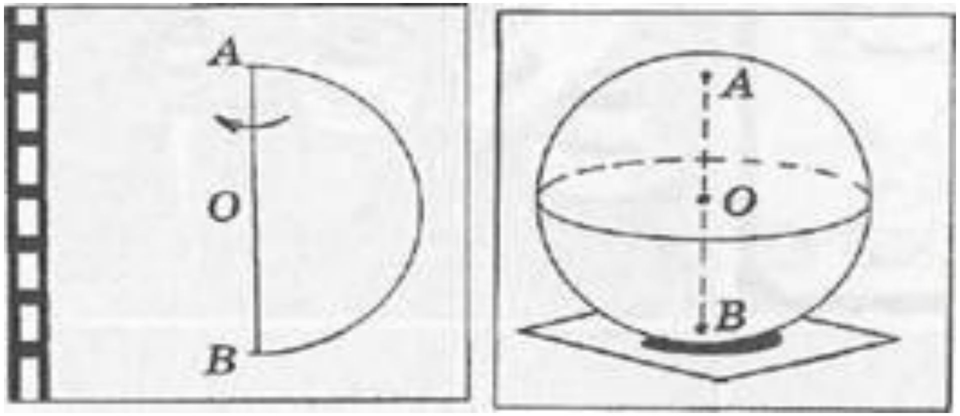


- Сфера –это поверхность, полученная вращением полуокружности вокруг диаметра



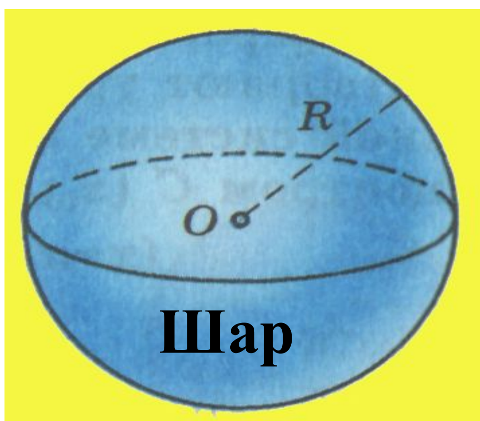
- Данная точка (О) называется центром сферы.
- Любой отрезок, соединяющий центр и какую-нибудь точку сферы, называется радиусом сферы (R-радиус сферы).
- Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через её центр, называется диаметром сферы. Очевидно, что диаметр сферы равен 2R.

Определение шара



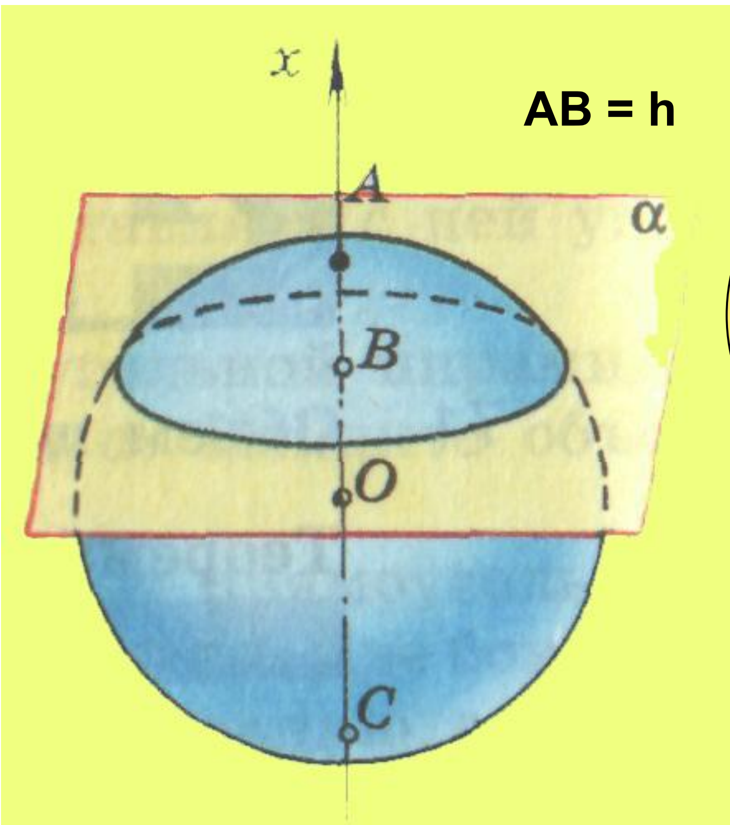
Шар – это тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии, не большем данного, от данной точки (или фигура, ограниченная сферой).

Тело, ограниченное сферой, называется шаром.

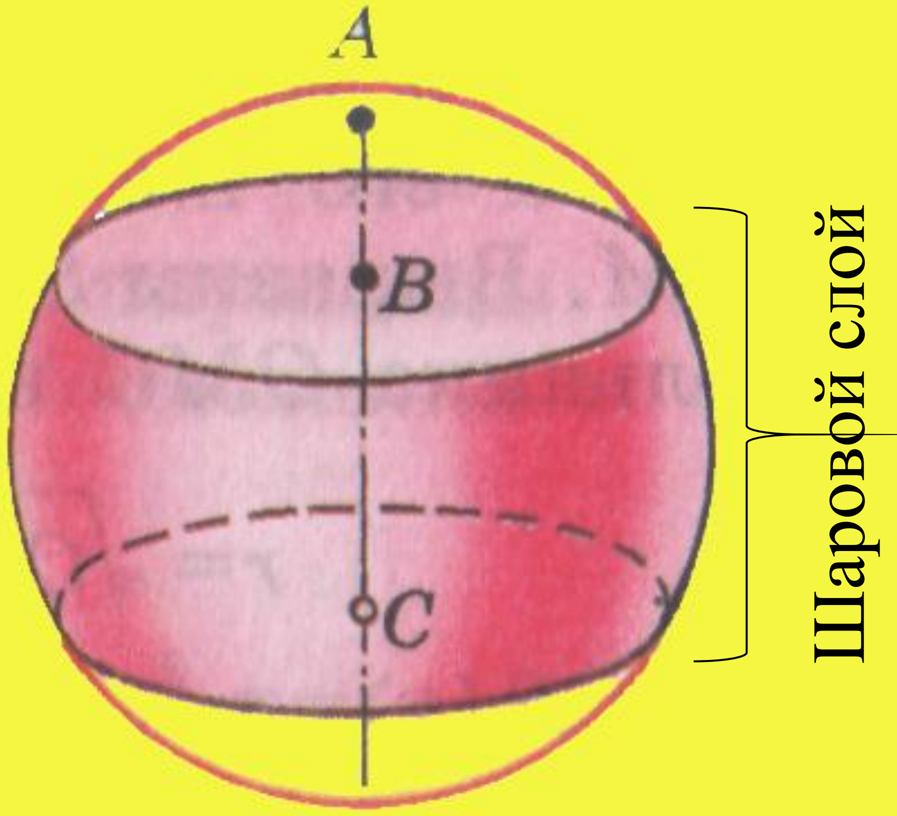


- Центр, радиус и диаметр сферы называются также центром, радиусом и диаметром шара.

Шаровой сегмент



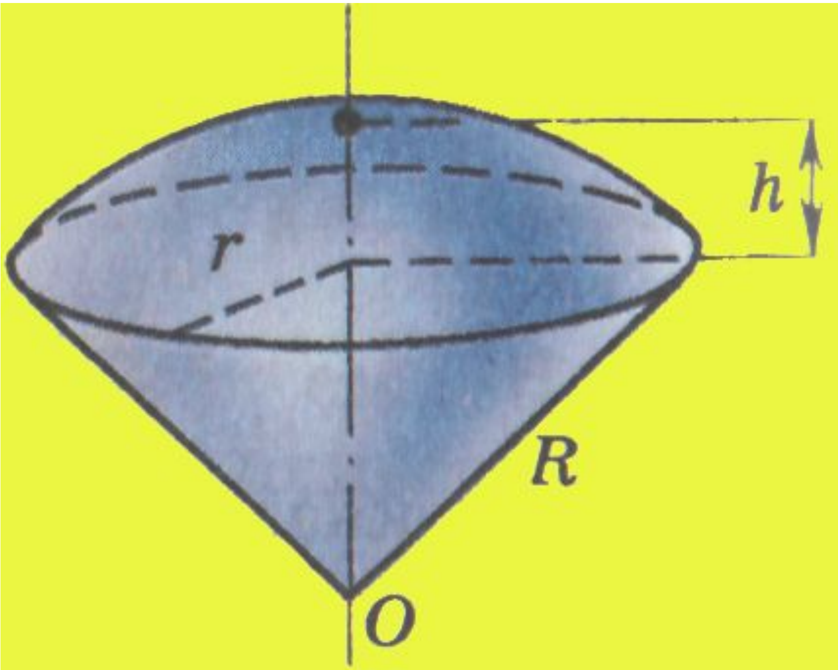
Шаровым сегментом ***называется часть шара, отсекаемая от него какой - нибудь плоскостью.***



Шаровым слоем называется часть шара, заключенная между двумя параллельными секущими плоскостями.

Шаровой слой

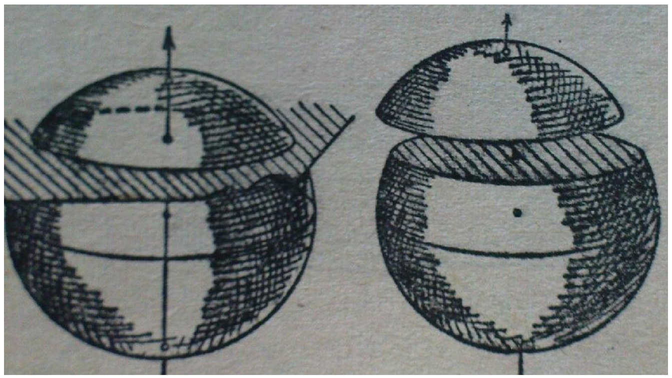
Шаровой сектор

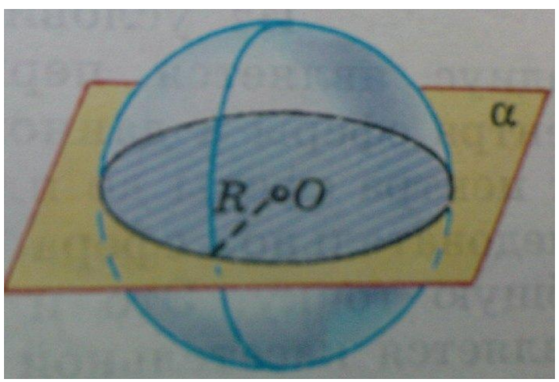


Шаровой сектор

Шаровым сектором называется тело, полученное вращением кругового сектора с углом, меньшим 90^0, вокруг прямой, содержащей один из ограничивающих круговой сектор радиусов.

Сечение шара





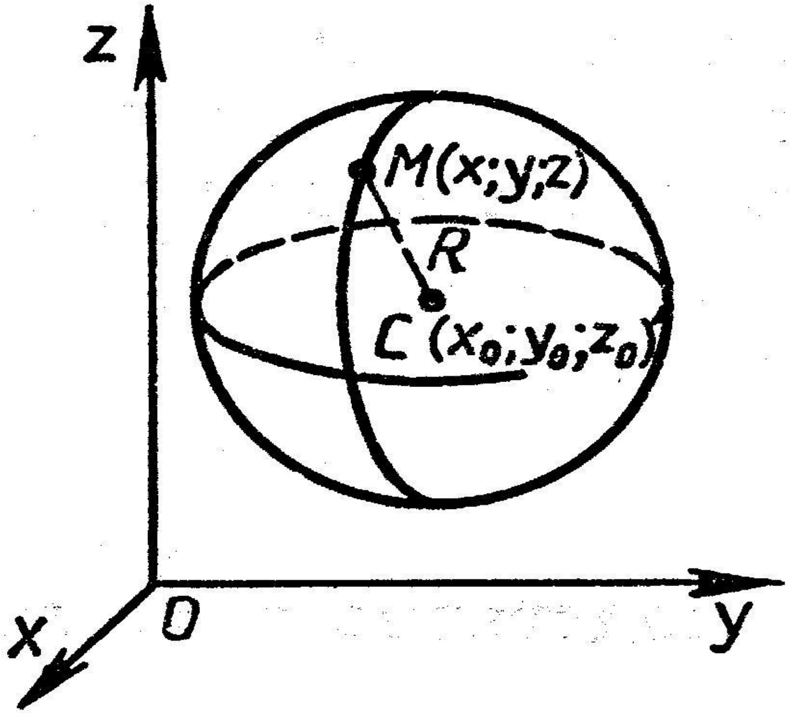
- Плоскость,проходящая через центр шара, называется диаметральной плоскостью.

- Сечение шара диаметральной плоскостью называется большим кругом,а сечение сферы - большой окружностью.

Закрепляем

- Решите задачу № 573, №574 (а)

Уравнение сферы в прямоугольной системе координат



M(x;y;z)-произвольная точка, принадлежащая сфере.

$/MC/= \sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}$

т.к. MC=R, то

$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$

Задание

1. Найдите координаты центра и радиуса сферы, заданной уравнением:

$x^2+y^2+z^2=49$

$(X-3)^2+(y+2)^2+z^2=2$

2. Напишите уравнение сферы радиуса R с центром A, если

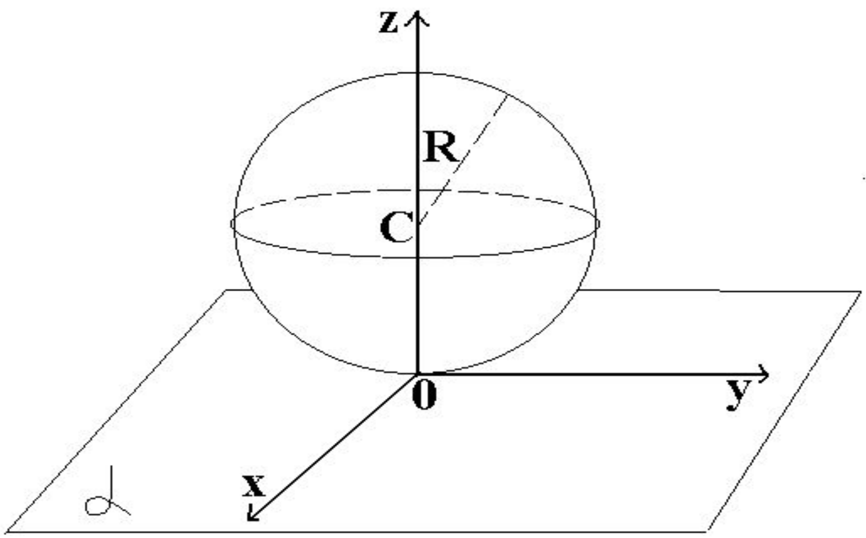
A(2;-4;7) R=3

A(0;0;0) R=√2

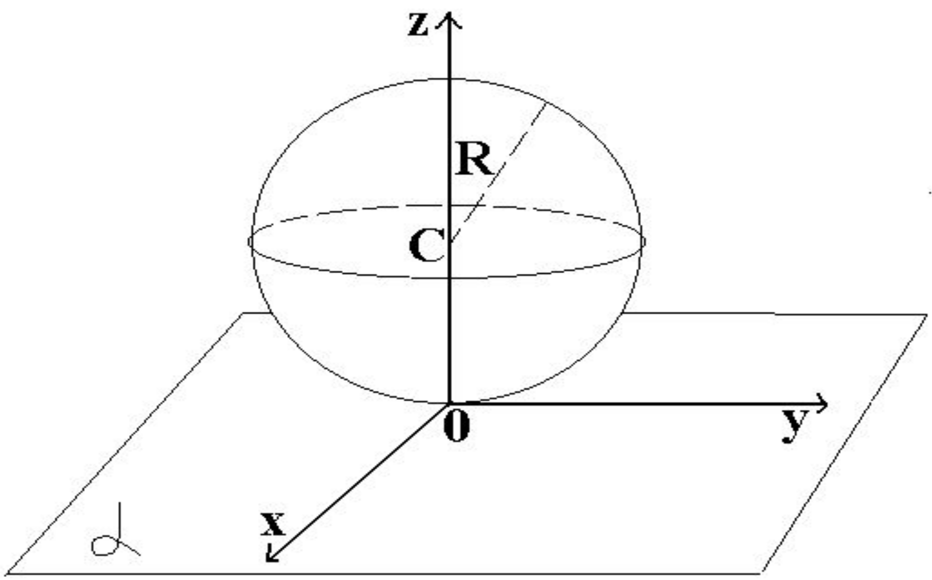
A(2;0;0) R=4

3. Решите задачу №577(а)

Взаимное расположение сферы и плоскости



- Обозначим радиус сферы буквой R, а расстояние от ее центра до плоскости α-буквой d.
- Введем систему координат так, чтобы плоскость Oxy совпадала с плоскостью α, а центр C сферы лежал на положительной полуоси Oz.

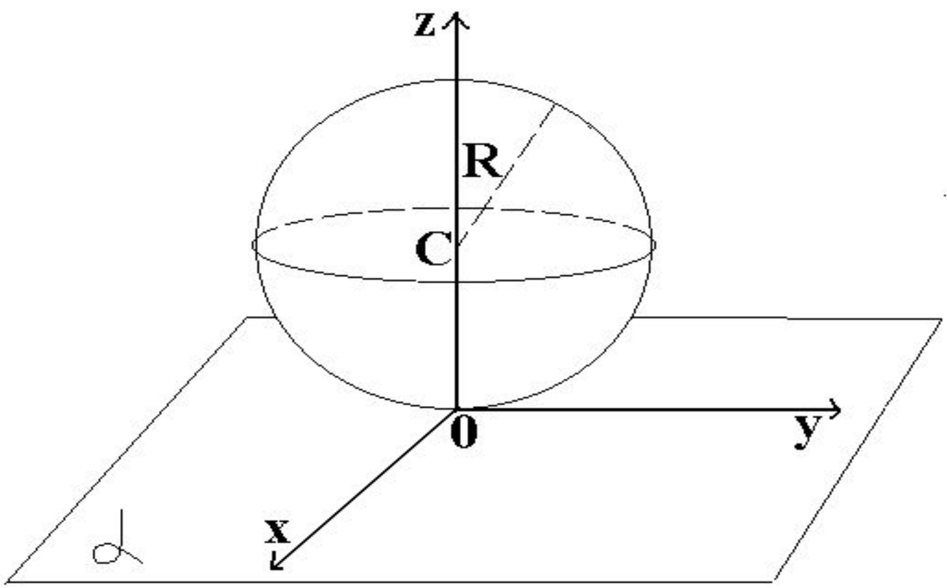


В этой системе координат точка С (о; о;d),

поэтому сфера имеет уравнение

$x^2+y^2+(z-d)^2=R^2$

Плоскость совпадает с координатной плоскостью Оху, и поэтому ее уравнение имеет вид z=0

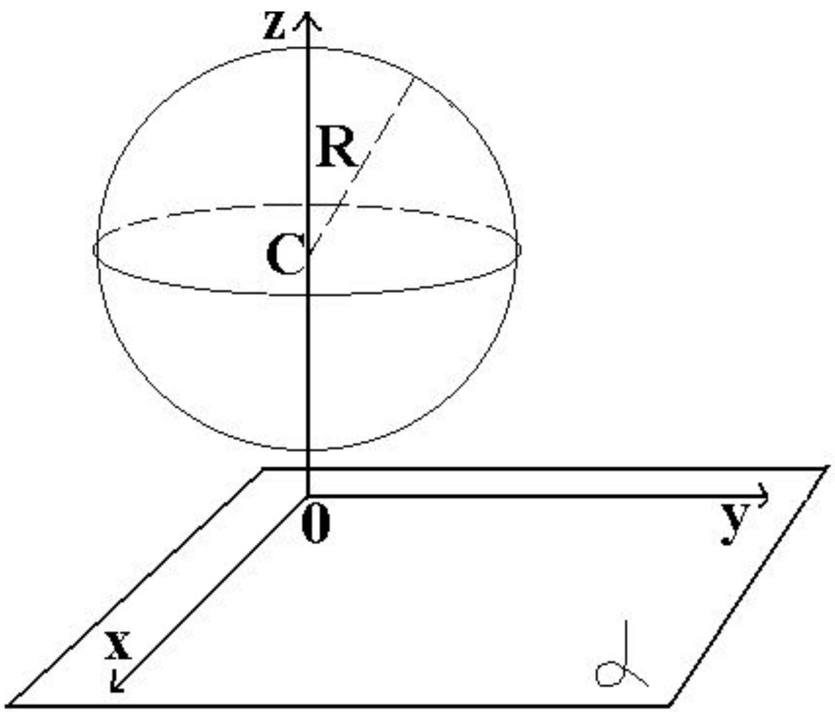


- Таким образом вопрос о взаимном расположении сферы и плоскости сводится к исследованию системы уравнений.

$$\left[\begin{array}{l} z=0 \\ x^2+y^2+(z-d)^2=R^2 \end{array}\right.$$

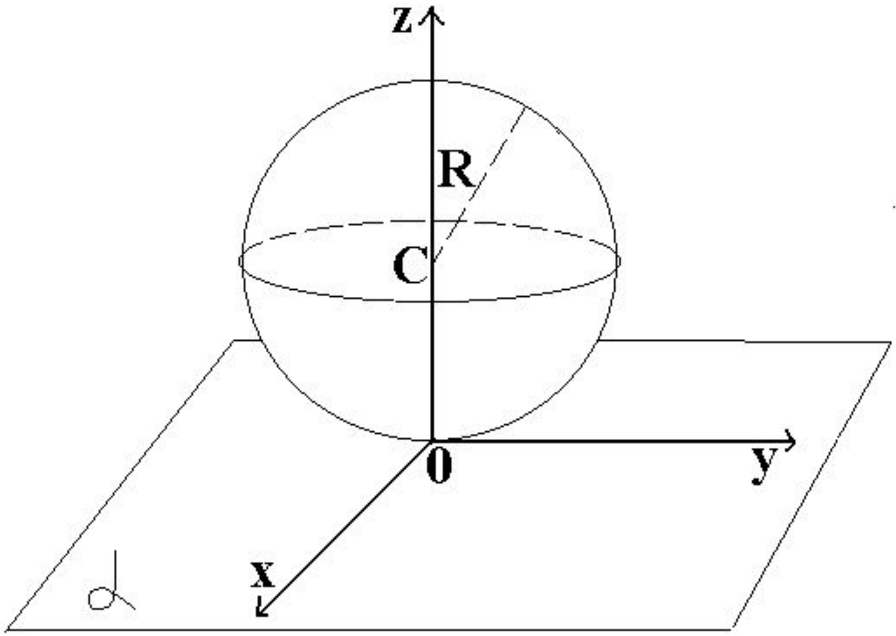
Подставив z=0 во второе уравнение, получим **$x^2+y^2=R^2-d^2$**

- Возможны 3 случая:



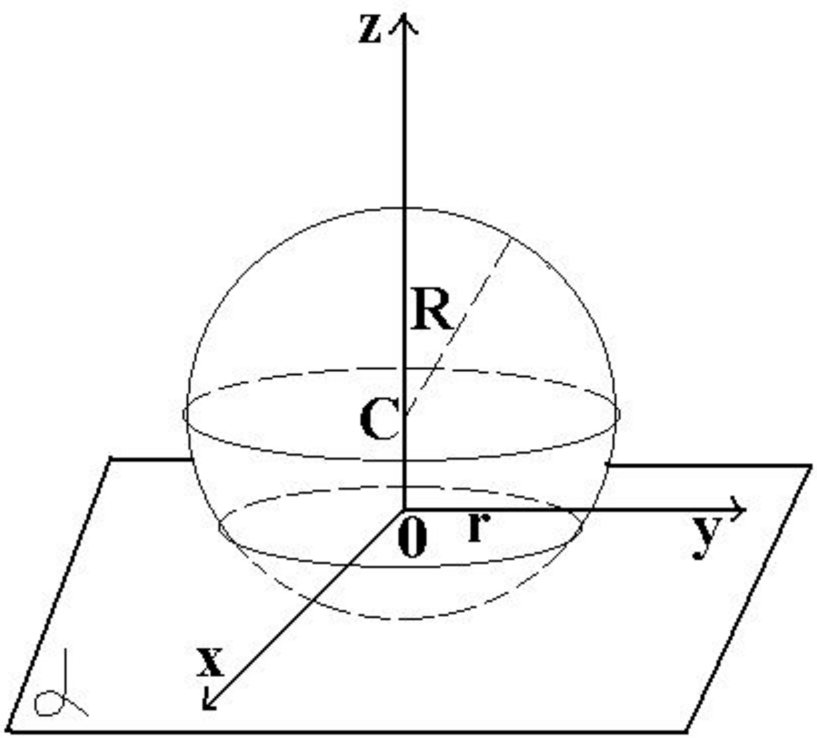
$x^2+y^2=R^2-d^2$

Если $d>R$, то сфера и плоскость не имеют общих точек.



$$x^2+y^2=R^2-d^2$$

Если d=R, то сфера и плоскость именуют только одну общую точку. В этом случае а называют касательной плоскостью к сфере



$$x^2+y^2=R^2-d^2$$

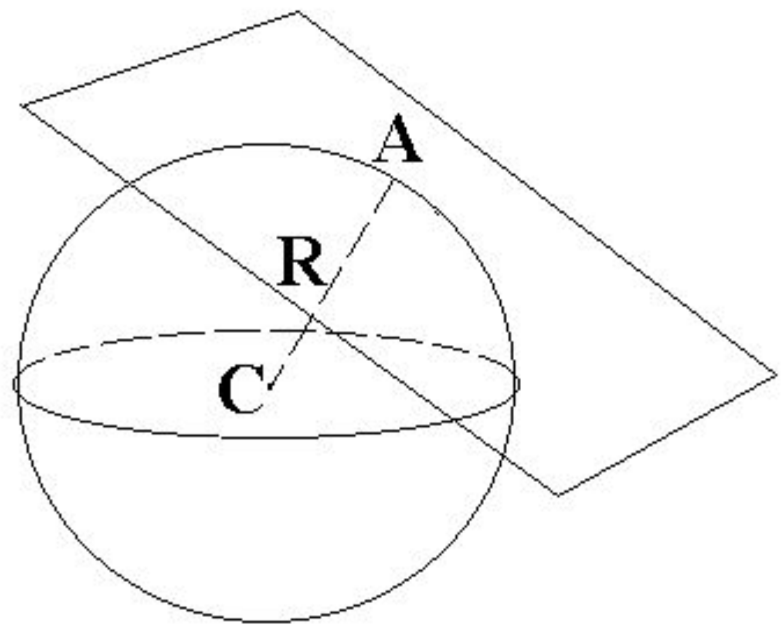
Если d<R, то плоскость а и сфера пересекаются по окружности. Сечение шара плоскостью есть круг. Если секущая плоскость проходит через центр шара, то в сечении получается круг радиуса R.

Такой круг называется большим кругом шара.

Закрепляем

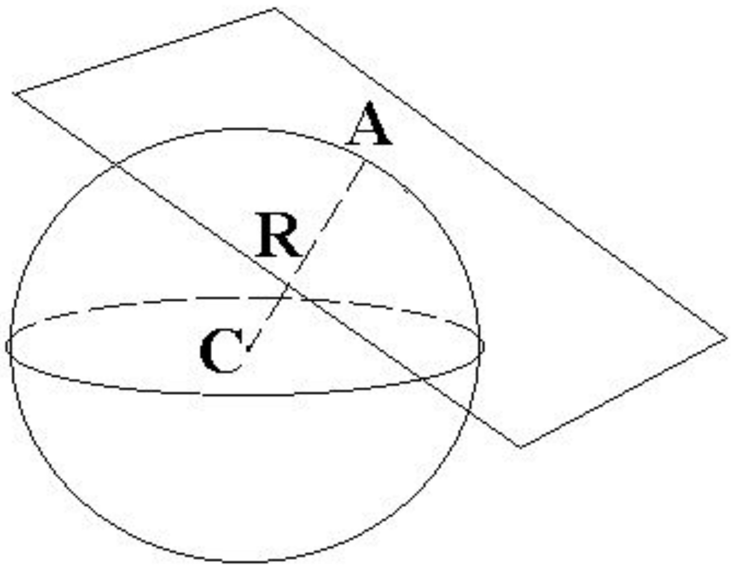
- Решите задачу №580, №581

Касательная плоскость к сфере



- Плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется **касательной плоскостью к сфере**,
- а их общая точка называется **точкой касания *А* плоскости и сферы.**

Теорема:
Радиус сферы, проведённый в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

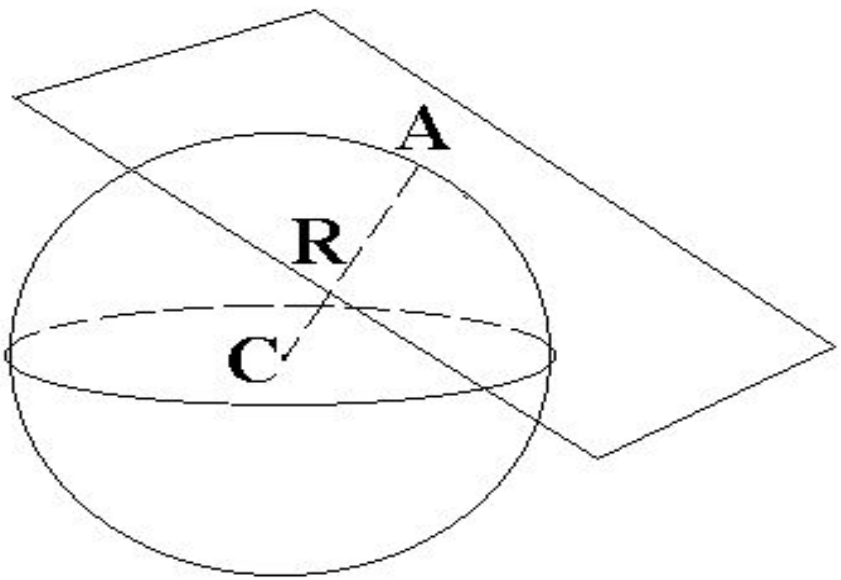


Доказательство:

Рассмотрим плоскость α, касающуюся сферы с центром О в точке А. Докажем, что ОА перпендикулярен α.

Предположим, что это не так. Тогда радиус ОА является наклонной к плоскости α, и, следовательно расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы. Поэтому сфера и плоскость пересекаются по окружности. Это противоречит тому, что-касательная, т.е. сфера и плоскость имеют только одну общую точку.

Полученное противоречие доказывает, что ОА перпендикулярен α.



- Обратная теорема: Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.

Закрепляем

- Решите задачу № 592

Площадь сферы

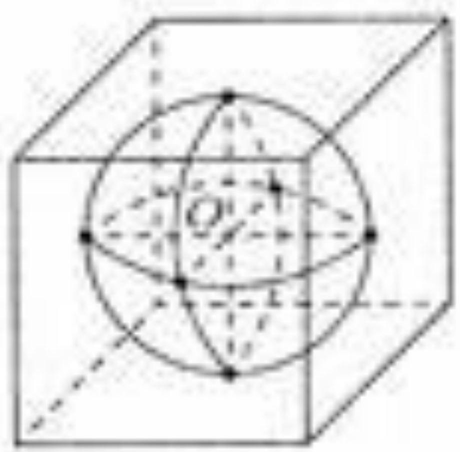


Рис. 43

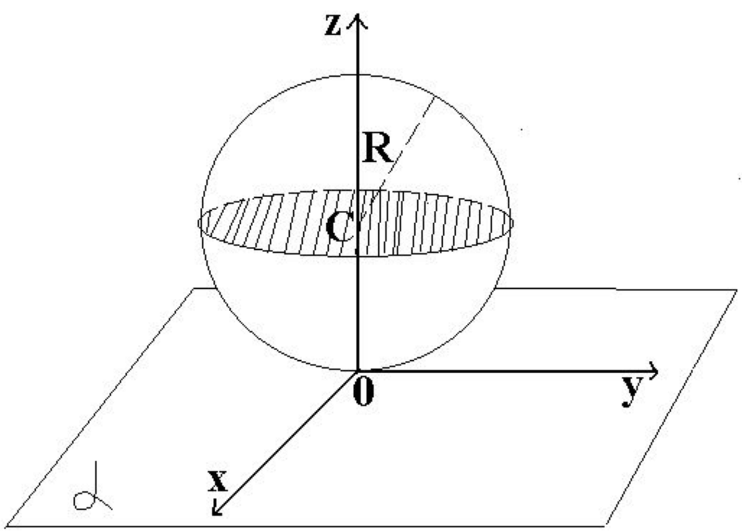
Сферу нельзя развернуть на плоскость!

Описанным около сферы многогранником называется многогранник, всех граней которого которого касается сфера.

Сфера называется вписанной в многогранник

$$S = 4\pi R^2$$

Задание: Площадь сечения сферы, проходящего через её центр, равна 9м^2. Найдите площадь сферы.



Решение:

Сечение, проходящее через центр сферы есть окружность.

$S_{сеч} = \pi r^2$,

$9 = \pi R^2$,

$R = \sqrt{9/\pi}$.

$S_{сферы} = 4\pi r^2$,

$S_{сферы} = 4\pi \cdot 9/\pi = 36м^2$

Ответ: $S_{сферы} = 36м^2$

Постановка домашнего задания

- Теория (п. 64-68)
- №574 (б, в, г), 577 (б, в), 587 , 584, 585, 595,597