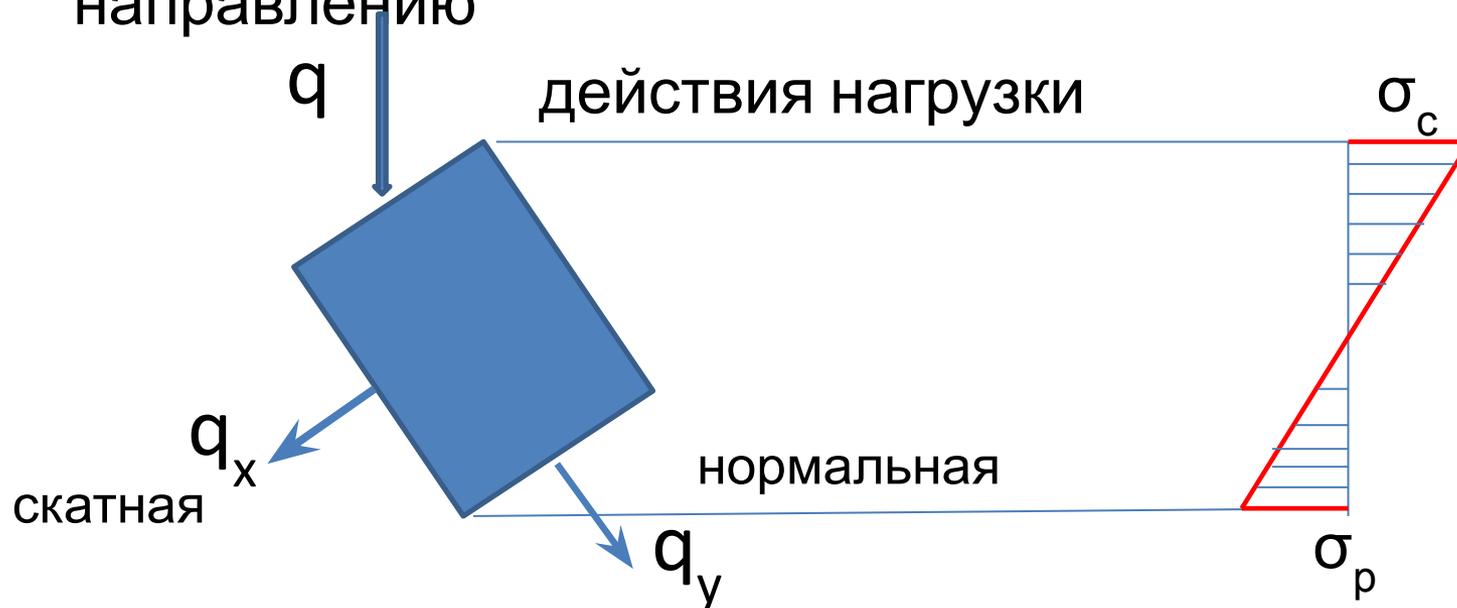


# Тема лекции:

Расчет элементов ДК по 1 группе ПС  
(продолжение).

Расчет элементов ДК по 2 группе ПС

3. Косой изгиб – оси поп. сечения под углом к  
направлению



$$\sigma = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq R_{и}$$

#### 4. Центральное сжатие

Центрально сжатые элементы ДК

Короткие (жесткие)

Длинные (гибкие)

**Короткие** – рассчитываются на **прочность**

**Длинные** – рассчитываются на **прочность и устойчивость**



Пусть  $b$  - меньший размер поперечника,

Тогда, при  $L \leq 7b$  элемент - короткий

## А. Прочность

- $$\sigma = \frac{N}{A_{\text{НТ}}} \leq R_c \quad (A_{\text{НТ}} - \text{без учета совмещения ослаблений})$$

**Б. Устойчивость** (потеря – искривление стержня, при напряжениях  $\sigma_{\text{кр}}$  меньших предела прочности  $\sigma_{\text{кр}} = \varphi \cdot R_{\text{пч}}$  )

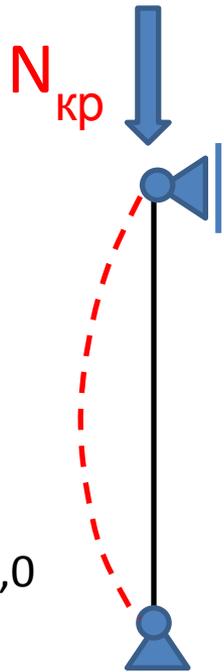
$$\sigma = \frac{N}{\varphi \cdot A_{\text{расч}}} \leq R_c$$

$A_{\text{расч}}$  - расчетная площадь поперечного сечения

- $A_{\text{расч}} = A_{\text{бр}}$  если ослаблений нет, или они  $\leq 25\%$  и не на кромки
- $A_{\text{расч}} = \frac{4}{3} A_{\text{бр}}$  если внутренние ослабления  $> 25\%$
- $A_{\text{расч}} = A_{\text{НТ}}$  при симметричных наружных ослаблениях

$\phi$  – коэф. устойчивости элемента (коэф. продольного изгиба)

Формула Эйлера

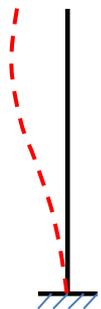


$$N_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_0 \cdot l_0}$$

$$l_0 = \mu \cdot l$$

$l_0$  - расчетная длина стержня, зависит от схемы закрепления концов элемента и распределения нагрузки

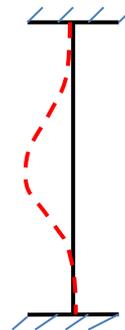
$l$  - геометрическая длина элемента



$$\mu = 2,2$$



$$\mu = 0,8$$



$$\mu = 0,65$$

$\mu$  - есть в СП  
ДК

Преобразуем формулу Эйлера:

$$\bullet \quad N_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_0 \cdot l_0} \quad \longrightarrow \quad \frac{N_{\text{кр}}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_0 \cdot l_0 \cdot A}$$

Сопромат: радиус инерции сечения

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

гибкость стержня

$$\lambda = \frac{l_0}{r}$$

Так как  $\frac{N_{\text{кр}}}{A} = \sigma_{\text{кр}}$  а по определению  $\varphi = \frac{\sigma_{\text{кр}}}{R_{\text{пч}}}$

Разделим левую и правую части равенства на  $R_{\text{пч}}$

выражение для коэф. продольного изгиба:

- $$\varphi = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2 \cdot R_{\text{ПЧ}}}; \quad \frac{\pi^2 \cdot E}{R_{\text{ПЧ}}} = \text{const} = K$$

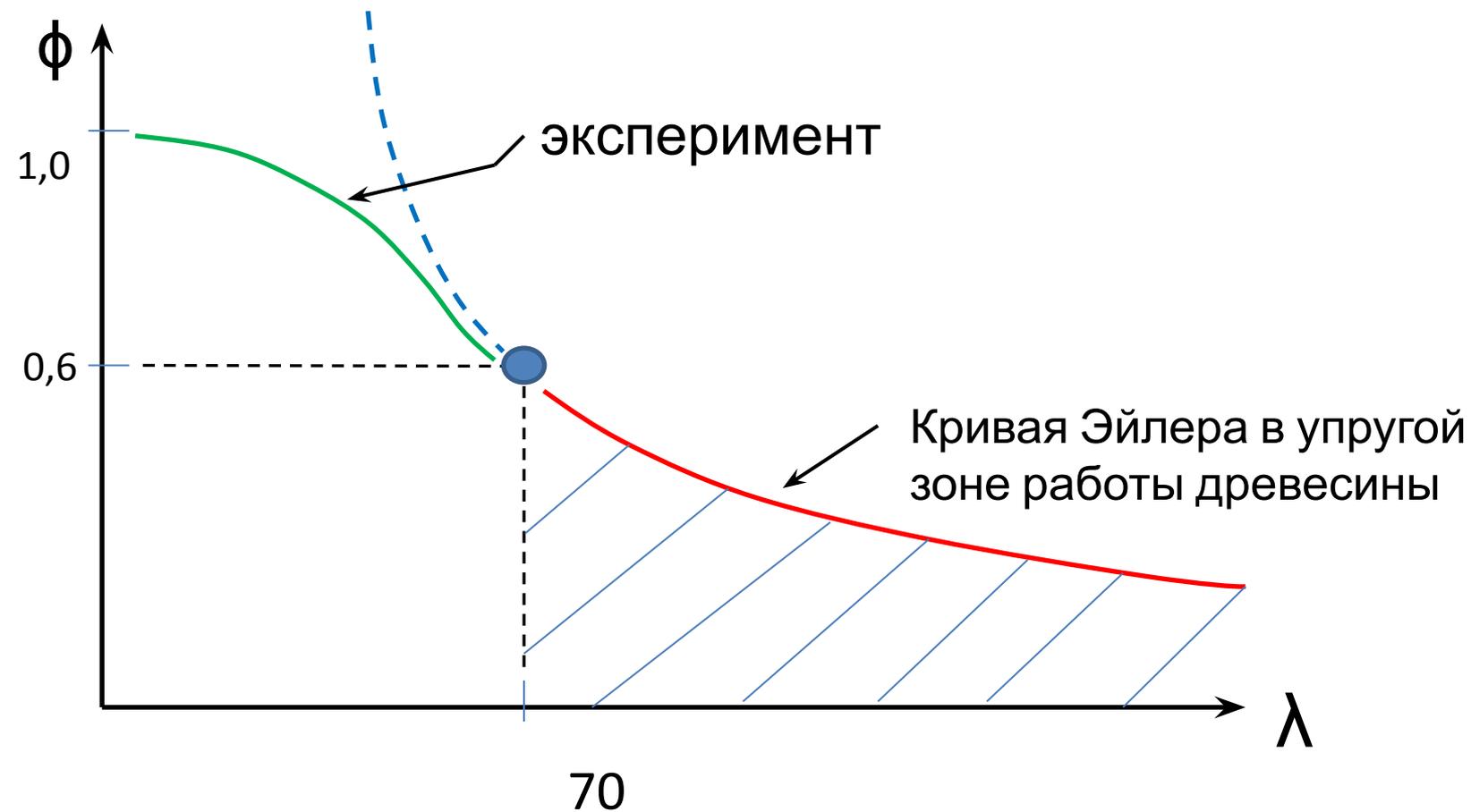
$$\varphi = \frac{K}{\lambda^2}$$

Для дерева **K = 3000**

Для фанеры **K = 2500**

Однако, **E = const** не всегда, а только до предела пропорциональности (см. диаграмму  $\sigma - \varepsilon$ )

Зависимость  $\phi$  от  $\lambda$  такова:



$$\phi = 1 - 0,8 \left( \frac{\lambda}{100} \right)^2 \quad \text{при } \lambda < 70$$

$$\phi = \frac{3000}{\lambda^2} \quad \text{при } \lambda \geq 70$$

# Гибкость $\lambda$ элементов ДК ограничена

1. Сжатые пояса, опорные раскосы и опорные стойки ферм, колонны  $\lambda \leq 120$
2. Прочие сжатые элементы ферм и других сквозных конструкций  $\lambda \leq 150$
3. Сжатые элементы связей  $\lambda \leq 200$
4. Растянутые пояса ферм в вертикальной плоскости  $\lambda \leq 150$
5. Прочие растянутые элементы ферм и других сквозных конструкций  $\lambda \leq 200$

## Порядок расчета элемента ДК на устойчивость

Дано:  $R_c$ ,  $N$ , геом. длина,  $\mu$ ,  $\lambda_{пр}$

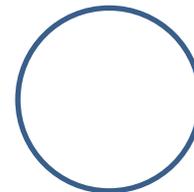
Найти:  $A$ ,  $b \times h$

1. Ищем минимально возможные размеры  $b \times h$



$h_{min}$

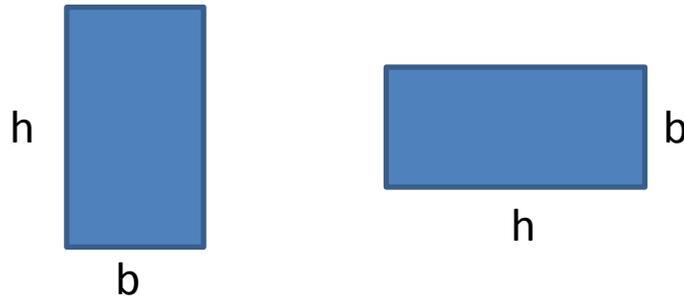
$b_{min}$



$d_{min}$

2. Минимальные размеры обладают мин. радиусом инерции

•



$$r_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{h \cdot b^3}{12 \cdot b \cdot h}} = 0,289 b$$

Для круглого сечения:  $r_{\min} = 0,25d$

3. Гибкость стержня по определению (сопромат):

$$\lambda = \frac{l_0}{r} = \frac{\mu \cdot l}{r_{\min}} \quad \text{или} \quad r_{\min} = \frac{\mu \cdot l}{\lambda}$$

В предельном состоянии  $r \longrightarrow r_{min}$  и  $\lambda \longrightarrow \lambda_{пр}$

•

$$r_{min} = \frac{\mu \cdot l}{\lambda_{пр}} \quad \text{тогда} \quad 0,289 b = \frac{\mu \cdot l}{\lambda_{пр}} \longrightarrow \text{Находим } b \text{ (или } d)$$

3. Из условия устойчивости найдем площадь сечения  $A$

$$\sigma = \frac{N}{\varphi \cdot A_{расч}} \leq R_c \quad \varphi \text{ определим по } \lambda_{пр} \text{ как } \varphi = f(\lambda)$$

Зная площадь поперечного сечения найдем второй размер прямоугольного сечения

## Простой пример расчета центрально сжатого элемента ДК по 1 группе ПС

**Дано:** элемент – опорная стойка, с шарнирно закрепленными ( $\mu = 1,0$ ) концами  $L = 4,5$  м., не имеет ослаблений поп. сечения,  $N = 27000$  кг, из древесины 1 сорта ( $R_c = 140$  кг/см<sup>2</sup>)

**Найти:** минимальные размеры поперечного сечения

1. Из условия прочности найдем требуемую площадь сечения:

$$A \geq \frac{N}{R_c} = \frac{27000}{140} = 192,9 \text{ см}^2$$

2. Из сортамента на пиломатериалы примем квадратное поперечное сечение  $b \times h = 150 \times 150$  мм

3. Определим характеристики сечения:

$$r_x = 0,289h = 0,289 \cdot 15 = 4,34 \text{ см}$$

$$r_y = 0,289b = 0,289 \cdot 15 = 4,34 \text{ см}$$

4. Расчетные длины стержня в плоскостях X и Y:

$$L_{0x} = \mu \cdot L = 1,0 \cdot 450 = 450 \text{ см}$$

$$L_{0y} = \mu \cdot L = 1,0 \cdot 450 = 450 \text{ см}$$

5. Гибкость стержня:

$$\lambda = \lambda_x = \lambda_y = \frac{L_0}{r} = \frac{450}{4,34} = 103,7 < \lambda_{пр} = 120 \text{ По гибкости стержень подходит!!!}$$

6. Определим коэффициент устойчивости

Так как  $\lambda > 70$    $\phi = 3000/\lambda^2 = 3000/103,7^2 = 0,279$

## 7. Проверка условия устойчивости:

- $$\sigma = \frac{N}{\varphi \cdot A_{\text{расч}}} \leq R_c$$

$$\sigma = \frac{27000}{0,279 \cdot 15 \cdot 15} = 430,1 \text{ кг/см}^2 > R_c = 140 \text{ кг/см}^2$$

**Устойчивость не обеспечивается – сечение мало !!!!  
авария гарантируется!!!**

Увеличиваем размеры сечения (в рамках сортамента)

Пусть сечение 200 x 200 мм

Тогда  $r = 0,289 \cdot 20 = 5,78$  см;  $\lambda = 450/5,78 = 77,85$

$\varphi = 3000/77,85^2 = 0,49$

$$\sigma = \frac{27000}{0,49 \cdot 20 \cdot 20} = 137,8 \text{ кг/см}^2 < R_c = 140 \text{ кг/см}^2$$

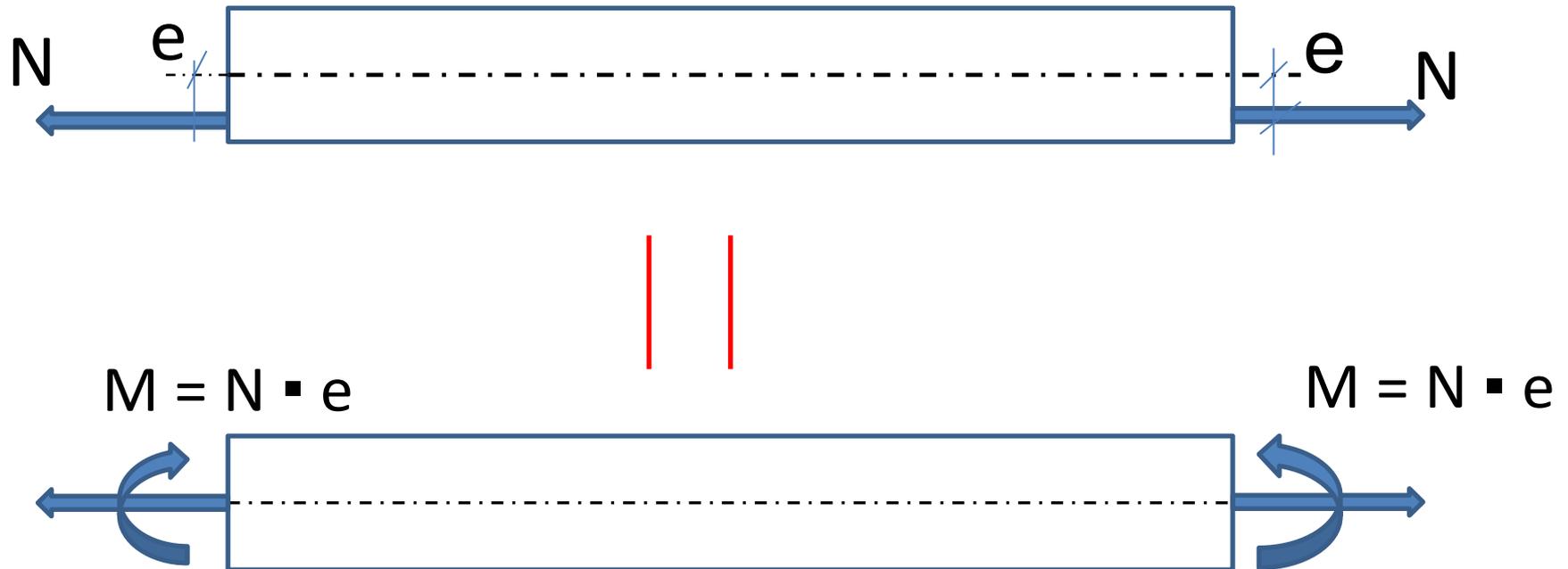
**Устойчивость**

**обеспечивается !!!**

## 5. Растянуто-изгибаемые и сжато-изгибаемые ЭЛ-ТЫ

**На практике:**

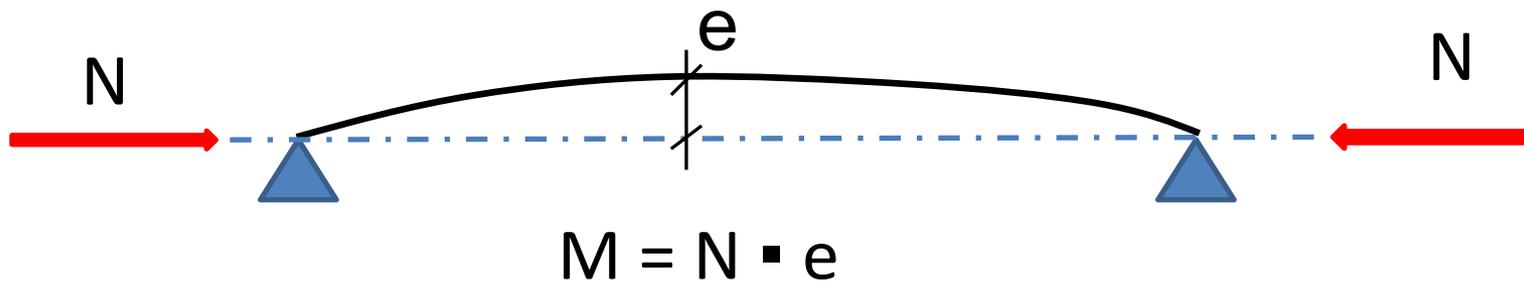
1. Внецентренное приложение продольного усилия



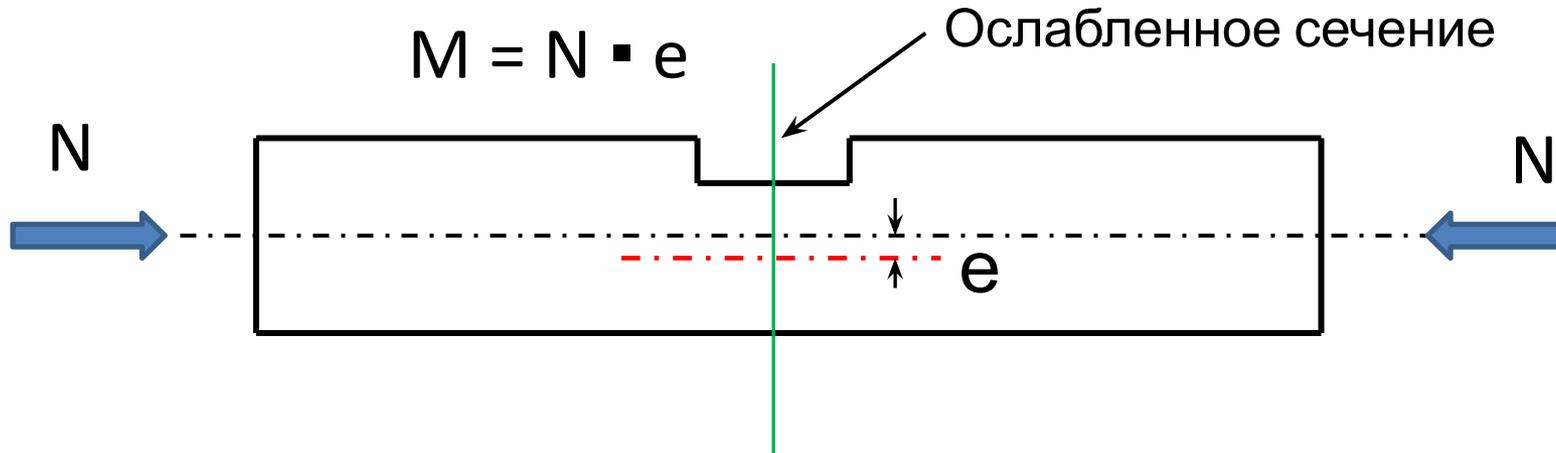
## 2. Одновременное действие продольной и поперечной нагрузки



## 3. Наличие первоначальной кривизны стержня



#### 4. Несимметричное ослабление поперечного сечения



#### Сжато изгибаемые элементы

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_{\text{д}}}{W} \leq R_{\text{с}}$$

$M_{\text{д}}$  - изгибающий момент, с учетом дополнительного от прогиба  $f$  элемента от внешней нагрузки

$M_D = M/\xi$  где  $\xi$  — коэф. учитывающий дополнительный момент  $M_{\text{доп}} = N \cdot f$

•

$$\xi = 1 - \frac{N \cdot \lambda^2}{3000 \cdot R_c \cdot A}$$

### Растянуто изгибаемые элементы

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M \cdot R_p}{W \cdot R_{\text{И}}} \leq R_p$$

Дополнительный момент  $M_{\text{доп}} = N \cdot f$  не учитывается

# Расчет элементов ДК по 2 группе ПС (на жесткость)

Деформации ДК или их отдельных элементов следует в **общем случае** определять с учетом сдвига и податливости соединений

## 1. Изгиб

$$f_0 = \frac{k_1 \cdot P_n \cdot l^3}{E \cdot I_{бр}}$$

$f_0$  - прогиб без учета сдвига

$k_1$  - учитывает вид нагрузки и опирание концов элемента (расчетно-теоретический справочник проектировщика 1960 под ред А.А Уманского)



$$k_1 = 5/384$$

.....

$$f \leq f_{\text{пр}}$$

$f_{\text{пр}}$  - предельное значение прогиба (установлено в СП 64.13330.2011)

Элементы конструкций	$f_{\text{пр}}$ (в долях пролета)
1 Балки междуэтажных перекрытий	1/250
2 Балки чердачных перекрытий	1/200
3 Покрытия :	
а) прогоны, стропильные ноги	1/200
б) обрешетки, настилы	1/150

## Прогиб с учетом касательных напряжений (сдвиг):

$$f = \frac{f_0}{k} \left[ l + c \left( \frac{h}{l} \right)^2 \right]$$

$k$  – учитывает переменность высоты балки

$c$  - учет сдвига ( $k$  и  $c$  приведены в СП 64.13330.2011)

Для балки постоянного поперечного сечения и загруженной равномерно распределенной нагрузкой:  $k = 1$ ,  $c = 19,2$

Практически, если балка постоянного сечения и  $\frac{l}{h} \geq 15$  (т.е.

балка не высокая), тогда  $f_0 \leq f_{пр}$  (наш курсовик)

## 2. Косой изгиб

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \leq f_{н\phi}$$

## 3. Сжатие с изгибом

$$f_N = \frac{f}{\xi}$$

f - по формулам для изгиба

$\xi$  - учет дополнительного момента

# Простой пример расчета изгибаемого элемента ДК по 2 группе ПС

Дано:



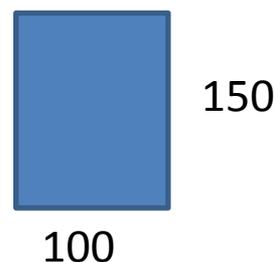
$$q_n = 100 \text{ кг/м}$$

$$f_{\text{пр}} = 1/200$$

от 3000 мм  
или 1,5 см

Найти:

Проверить сечение



$$f_0 = \frac{k_1 \cdot P_n \cdot l^3}{E \cdot I_{\text{бр}}} = \frac{5 \cdot 100 \cdot 300 \cdot 300^3}{384 \cdot 100 \cdot 1000000 \cdot \frac{10 \cdot 15^3}{12}} = 3,75 \text{ см}$$

$f_0 = 3,75 \text{ см} > f_{\text{пр}} = 1,5 \text{ см}$  Жесткость не обеспечена  
– поперечное сечение мало !!!