

Арифметическая и геометрическая прогрессии

Прогрессии

Арифметическая прогрессия

Последовательность в которой каждый член начиная со второго равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

Число d - разность прогрессии

$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

Геометрическая прогрессия

Последовательность отличных от нуля чисел в которой каждый член начиная со второго равен предыдущему умноженному на одно и тоже число.

Число q - знаменатель прогрессии.

$$q = b_2 : b_1 = b_3 : b_2 = b_4 : b_3 = \dots$$

Формула n -го члена

прогрессии

арифметической,

геометрической

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

Дано: $a_1 = 7, d = 5$

Найти: $a_4, ..$

$$a_4 = 22$$

Дано: $b_1 = 3, q = 2$

Найти: b_3 .

$$b_3 = 12$$

Характеристическое свойство прогрессий

Каждый член последовательности начиная со второго есть среднее арифметическое между предыдущим и последующим членами прогрессии

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

*$x_1, x_2, 4, x_4, 14, \dots$
найти: x_4*

$$x_4=9$$

Каждый член последовательности начиная со второго есть среднее геометрическое между предыдущим и последующим членами последовательности ($b_n > 0$)

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

*$b_1, b_2, 1, b_4, 16, \dots$ - все члены положительные числа
найти: b_4*

$$b_4=4$$

Формулы суммы n-первых членов прогрессий

арифметическая

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Дано: $a_1 = 5$, $d = 4$
Найти: S_5

$$S_5 = 65$$

геометрическая

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1$$

$$S_n = \frac{b_1 - qb_n}{1 - q}, q \neq 1$$

Дано: $b_1 = 2$, $q = -3$
Найти: S_4

$$S_4 = -40$$

ФОРМУЛА СУММЫ

бесконечно убывающей

геометрической прогрессии

$$S = \frac{b_1}{1 - q}$$

$$|q| < 1$$

Найти : $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$

2

Самостоятельная работа (тест)

Часть I (0,5 балла)

1. Про арифметическую прогрессию (a_n) известно, что $a_7 = 8$, $a_8 = 12$. найдите разность арифметической прогрессии.

A) -4 **Б) 4** В) 20 Г) 3

2. Геометрическая прогрессия задана формулой $b_n = 3^{2n}$.
Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

A) -3 Б) 18 В) 3 **Г) 9**

3. Найдите сумму семи первых членов геометрической прогрессии 4; 8; ...

A) - 254 Б) 508 В) 608 Г) - 508

4. Последовательность a_n задана формулой $a_n = n^2 - 2n - 1$.
Найдите номер члена последовательности, равного 7.

А) 4

Б) - 2

В) 2

Г) - 4

Часть II (задания на 2 балла)

5. В геометрической прогрессии (b_n) $b_1 = 8$, $b_3 = 24$. Ответ: $b_5 = 72$
Найдите b_5 . (для $q > 0$)

(задания на 3 балла)

6. Сумма второго и пятого членов арифметической
прогрессии равна 11. Третий её член на 6 больше первого.
Найдите второй и четвёртый члены.

Ответ:

$a_2 = 1$; $a_4 = 7$,

Количество набранных баллов	оценка
1,5 - 2	«3»
2,5 – 4,5	«4»
5 – 7,5	«5»

Прогрессии в жизни, в быту

- В сборнике по подготовке к экзамену-240 задач. Ученик планирует начать их решение 2 мая, а закончить 16 мая, решая каждый день на две задачи больше, чем в предыдущий день. Сколько задач ученик запланировал решить 12 мая?
- В амфитеатре расположены 10 рядов, причем в каждом следующем ряду на 20 мест больше чем в предыдущем, а в последнем ряду 280 мест. Сколько человек вмещает амфитеатр?

- Решение:

$$280 = a_1 + 20 \cdot (10 - 1);$$

$$a_1 = 280 - 20 \cdot 9 = 100;$$

$$S_{10} = \frac{1}{2}(100 + 280) \cdot 10 = 1900.$$

Ответ: 1900 человек

вмещает амфитеатр. $a_{11} = 2 + 2 \cdot 10 = 22.$

- Решение:

$$240 = \frac{1}{2}(2a_1 + 2 \cdot 14) \cdot 15;$$

$$240 : 15 = a_1 + 14;$$

$$a_1 = 2;$$

$$a_{11} = 2 + 2 \cdot 10 = 22.$$

Ответ: 22 задачи надо решить
12 мая.

Определение
арифметической
прогрессии

Формула n -го члена
арифметической
прогрессии

Свойство каждого
члена арифметической
прогрессии

Сумма первых n членов
арифметической
прогрессии

Формула разности

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$d = a_{n+1} - a_n$$

$$a_{n+1} = a_n + d$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$