РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ В ПРОСТРАНСТВЕ

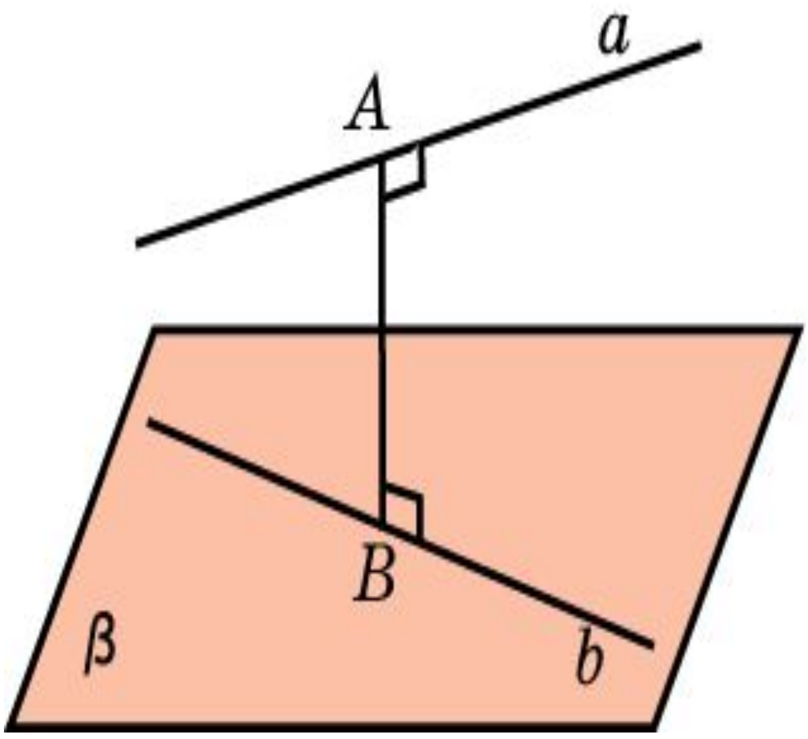
Расстоянием между двумя непересекающимися прямыми в пространстве называется длина общего перпендикуляра, проведенного к этим прямым.

Первый способ **сводится к нахождению расстояния от точки до плоскости**

Идея заключается в построении:

а) двух параллельных плоскостей, каждая из которых проходит через одну из скрещивающихся прямых, параллельно другой скрещивающейся прямой. Расстояние между этими плоскостями будет искомым.

б) в построении плоскости, проходящей через одну из скрещивающихся прямых, параллельно другой. Расстояние от любой точки второй прямой до построенной плоскости будет искомым.

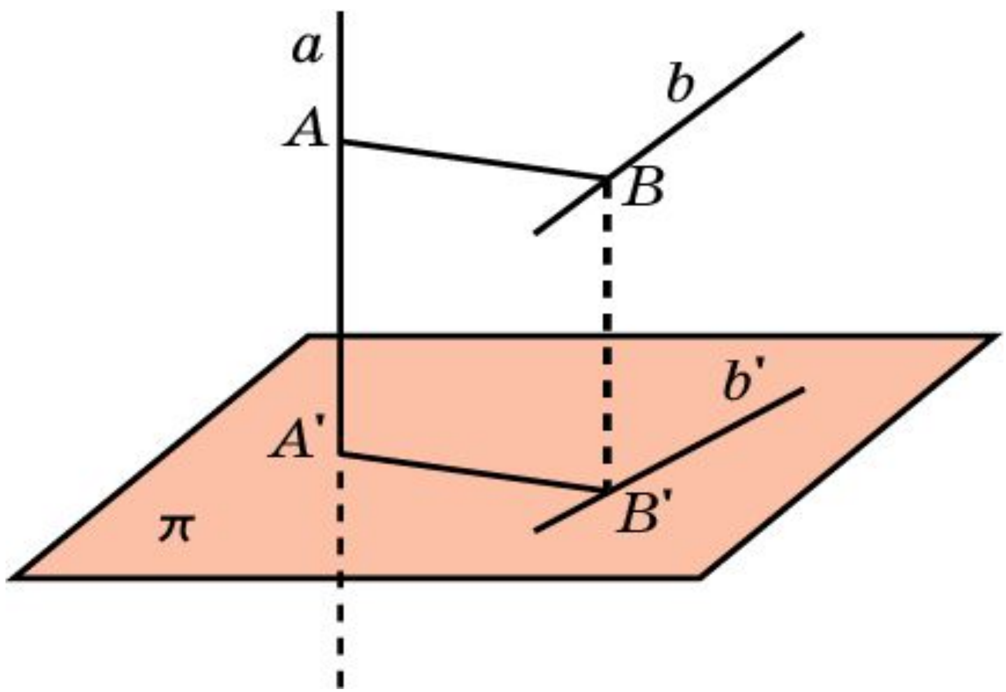


Если одна из двух данных прямых лежит в плоскости, а другая – параллельна этой плоскости, то расстояние между данными прямыми равно расстоянию между прямой и плоскостью.

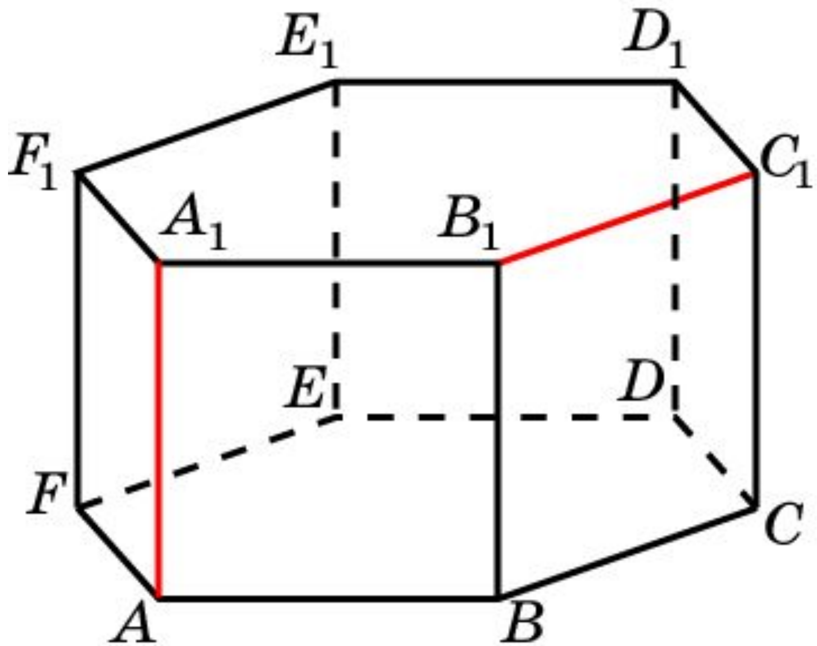
Второй способ **нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми основан на методе ортогонального проектирования.**

Расстояние между скрещивающимися прямыми от точки, являющейся проекцией одной из данных прямых на перпендикулярную ей плоскость до проекции другой прямой на эту плоскость. Угол между второй прямой и указанной ей проекцией дополняет до 90° угол между данными скрещивающимися прямыми.

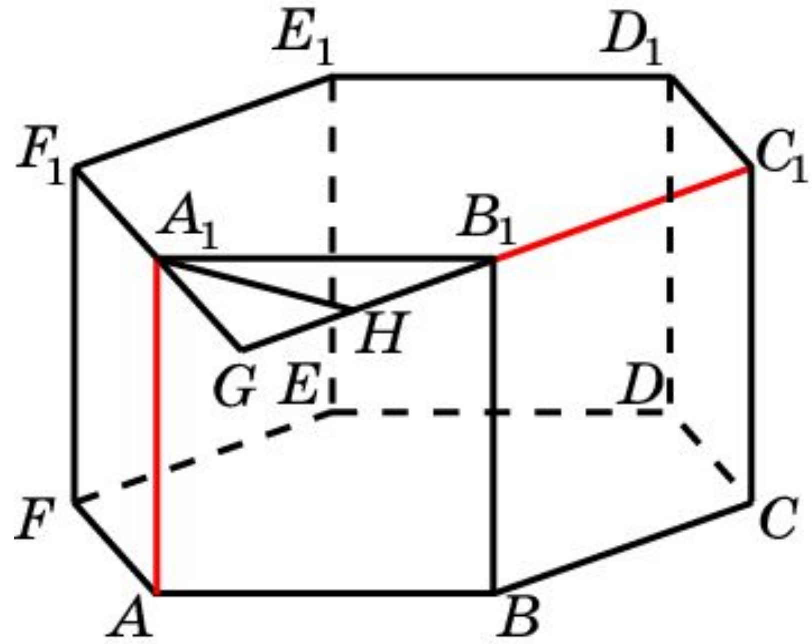
Если ортогональная проекция на плоскость переводит прямую *a* в точку *A'*, а прямую *b* в прямую *b'*, то расстояние *AB* между прямыми *a* и *b* равно расстоянию *A'B'* от точки *A'* до прямой *B'*.



В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и B_1C_1.



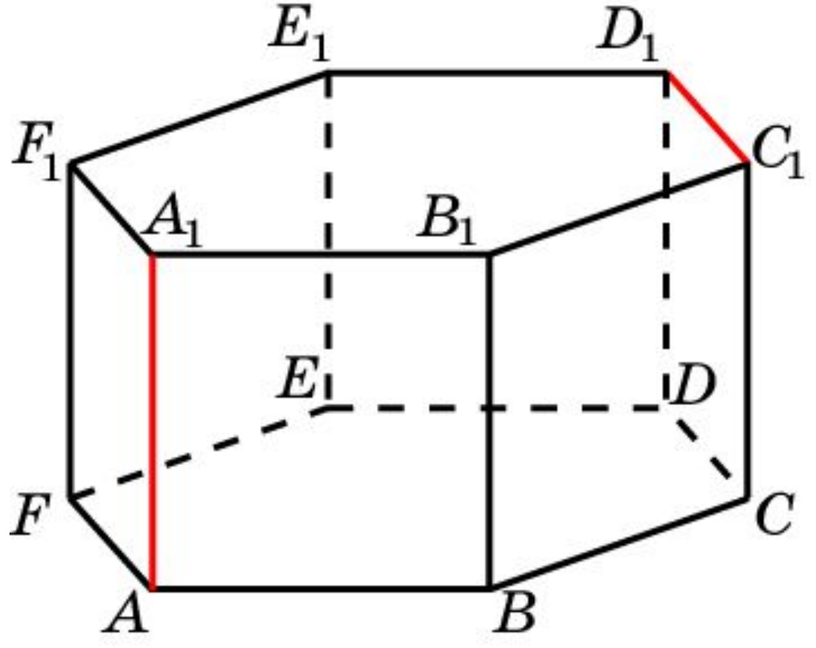
Решение.



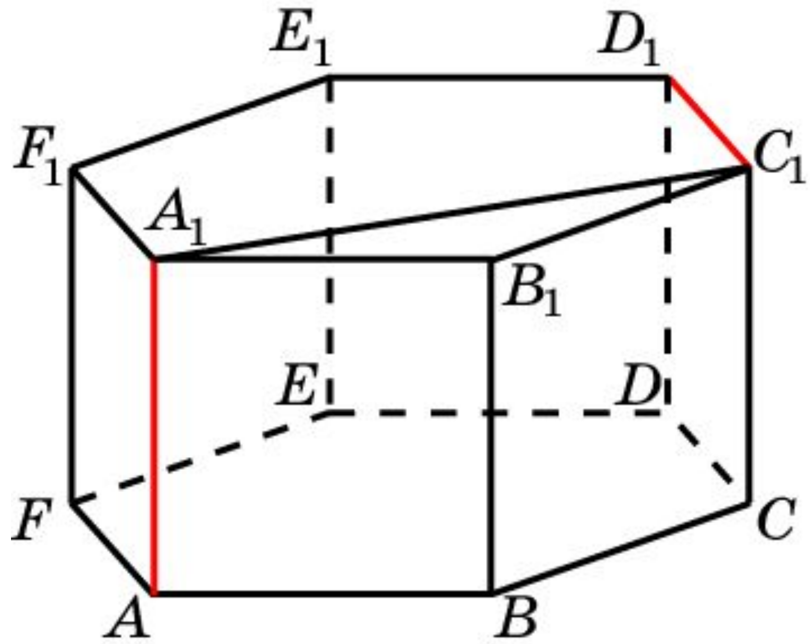
Продолжим стороны B_1C_1 и A_1F_1 до пересечения в точке G. Треугольник A_1B_1G равносторонний. Его высота A_1H является искомым общим перпендикуляром, длина которого равна $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

В правильной 6-й призме $A…F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и C_1D_1.



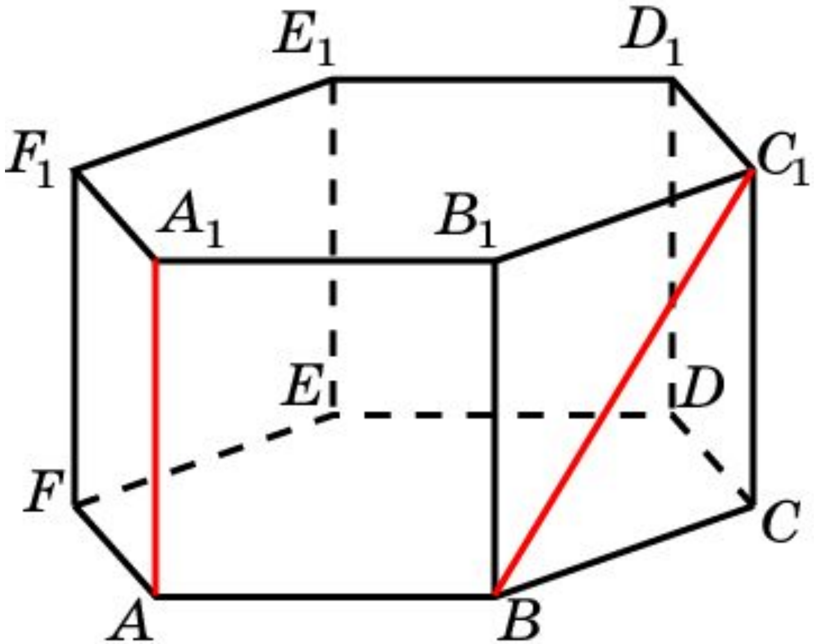
Решение.



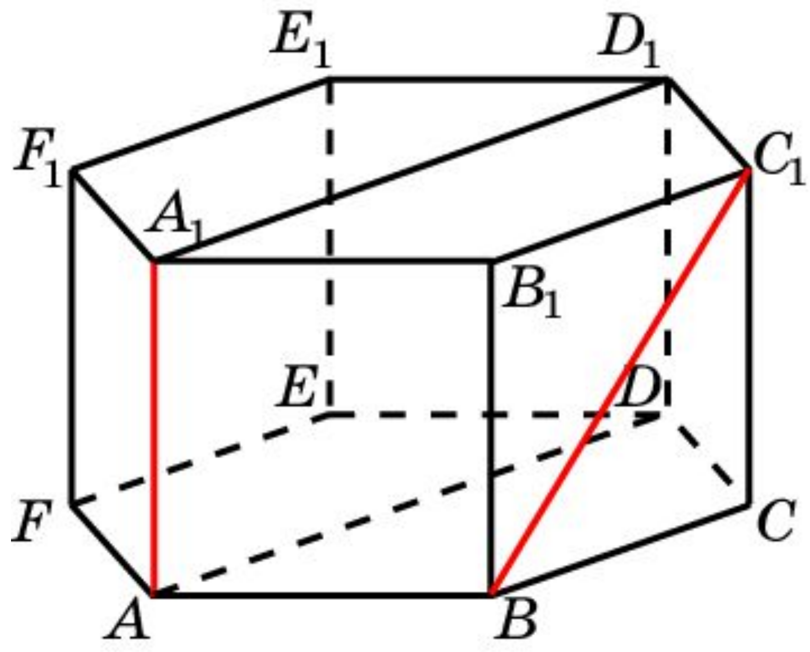
Искомым общим перпендикуляром является отрезок A_1C_1. Его длина $\sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.

В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и BC_1.



Решение.

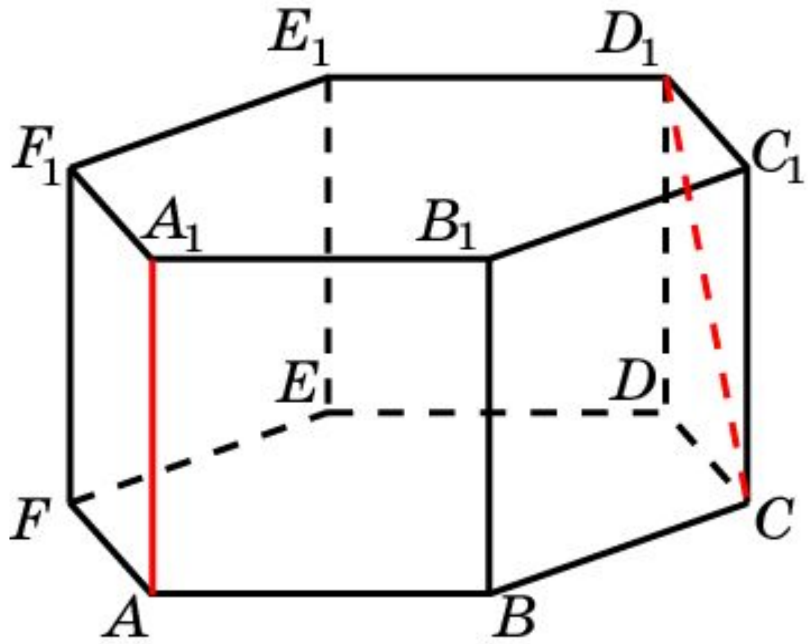


Искомым расстоянием является расстояние между параллельными плоскостями ADD_1 и BCC_1.

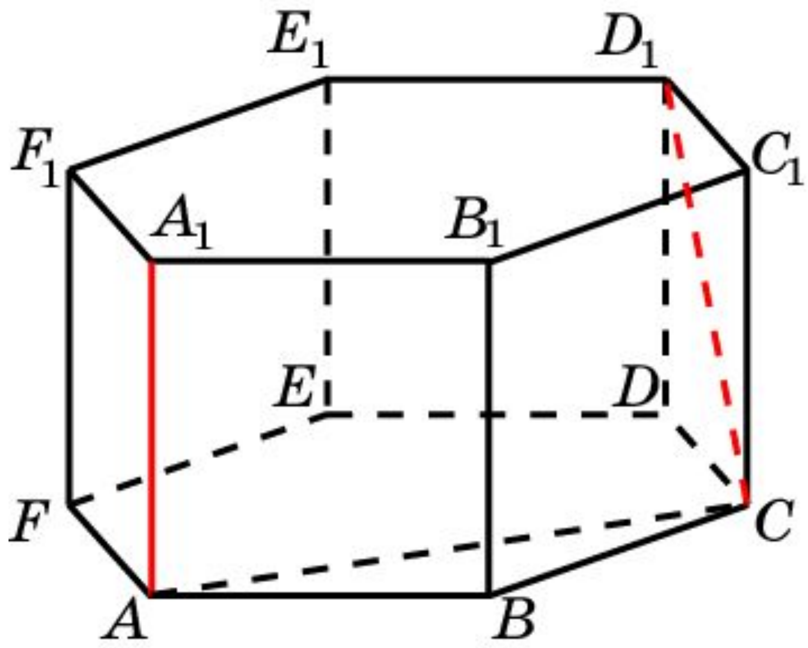
Расстояние между ними равно $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и CD_1.



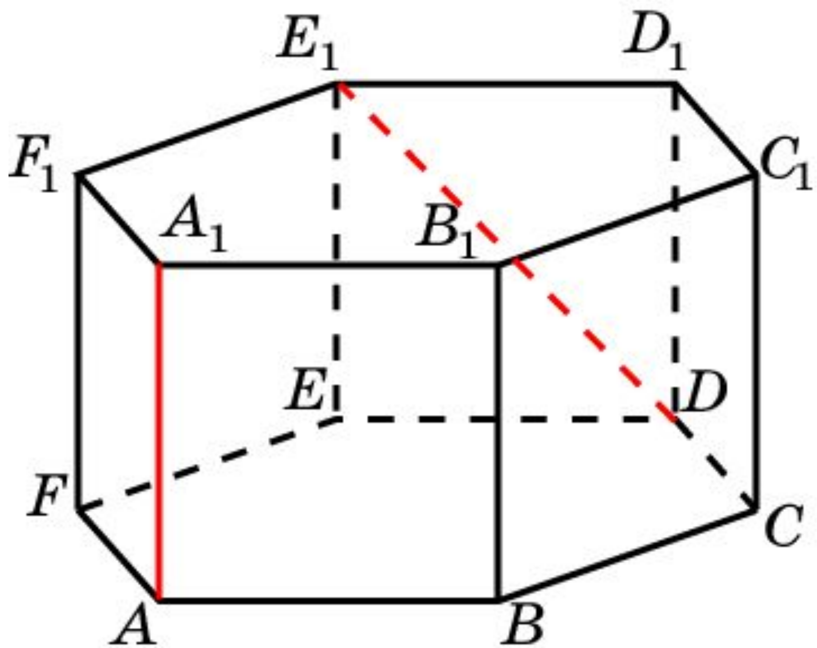
Решение.



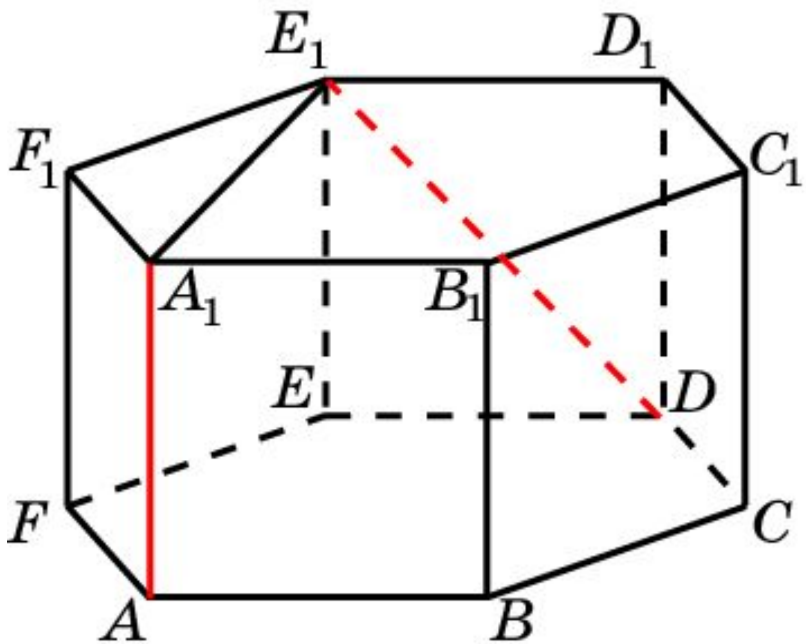
Искомым общим перпендикуляром является отрезок *AC*. Его длина равна $\sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.

В правильной 6-й призме $A \dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и DE_1.



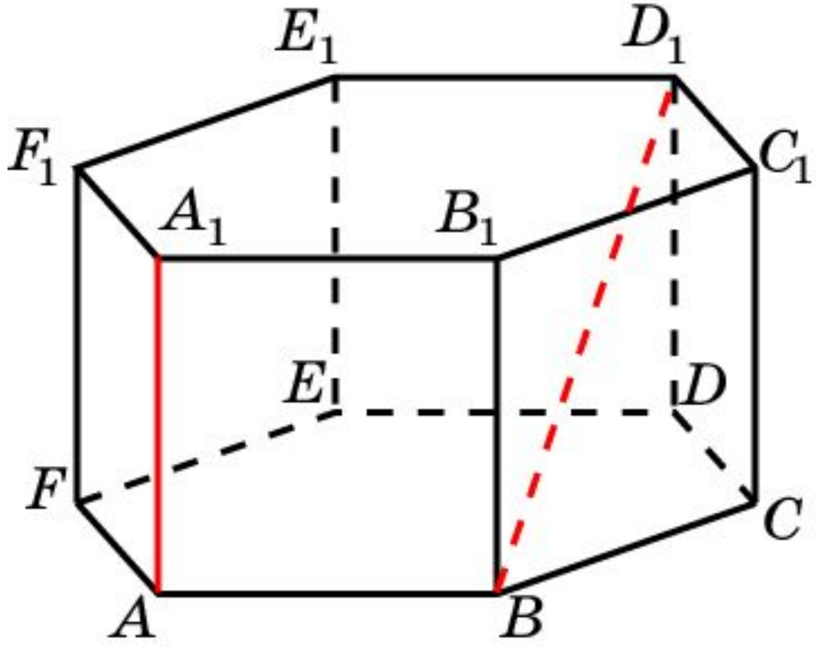
Решение.



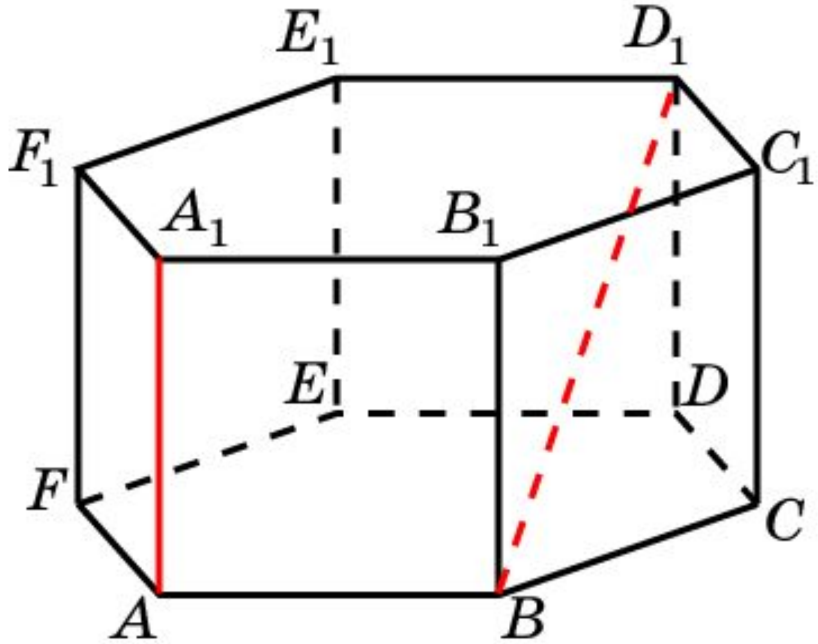
Искомым общим перпендикуляром является отрезок A_1E_1. Его длина равна $\sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и BD_1.



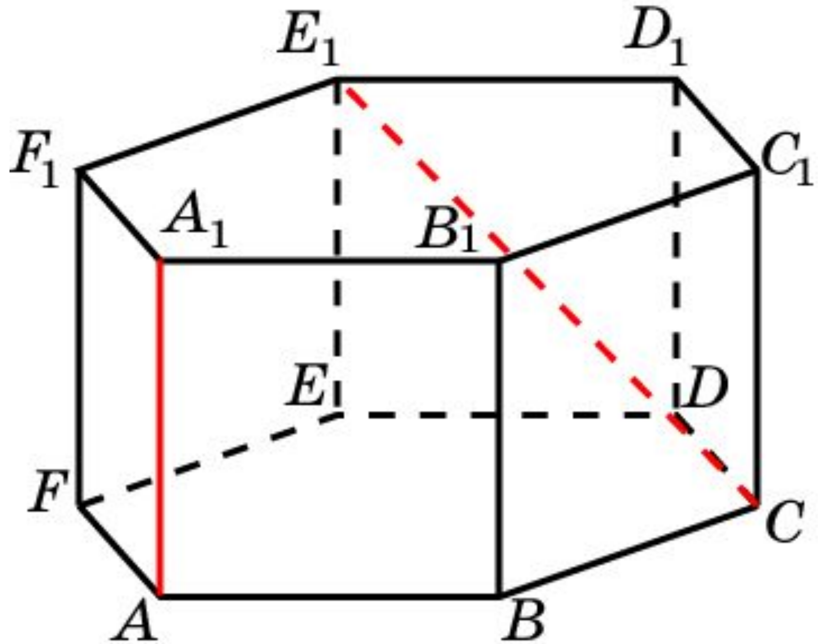
Решение.



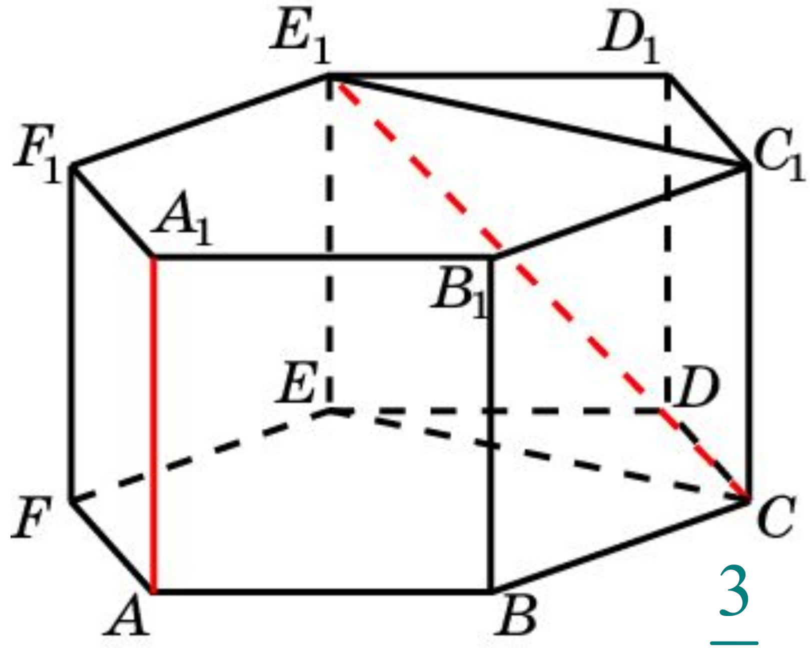
Искомым общим перпендикуляром является отрезок *AB*. Его длина равна 1.

Ответ: 1.

В правильной 6-й призме $A…F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и CE_1.



Решение.

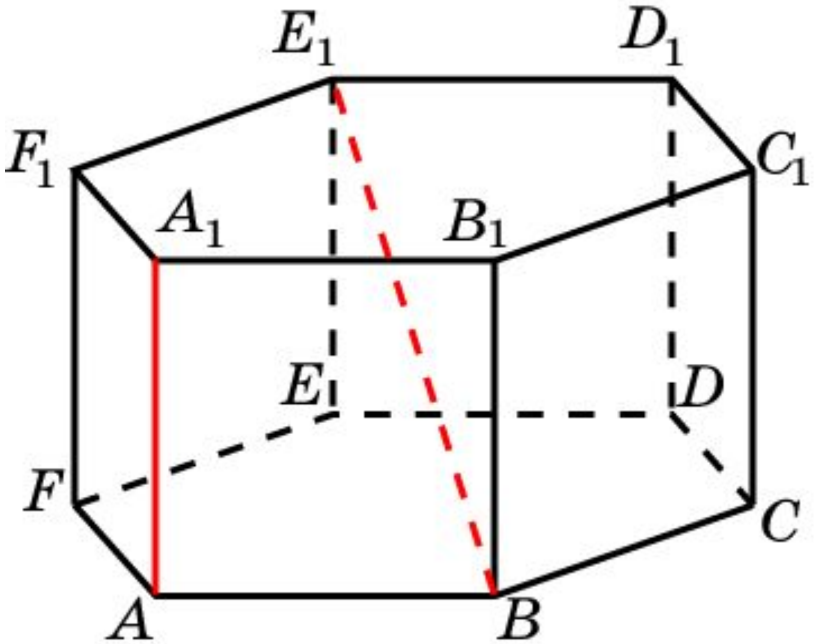


$$\frac{3}{2}$$

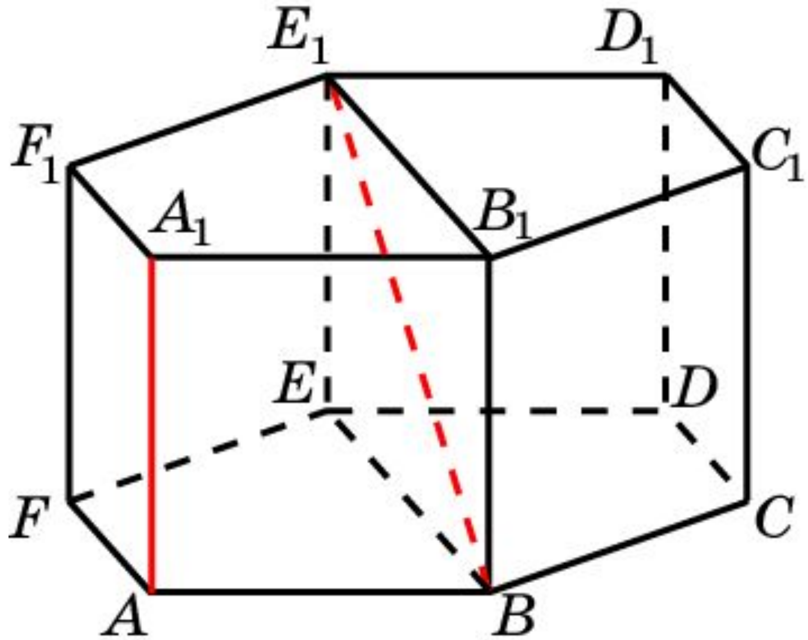
Искомым расстоянием является расстояние между прямой AA_1 и плоскостью CEE_1. Оно равно $\frac{3}{2}$.

Ответ: $\frac{3}{2}$.

В правильной 6-й призме $A \ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и BE_1.



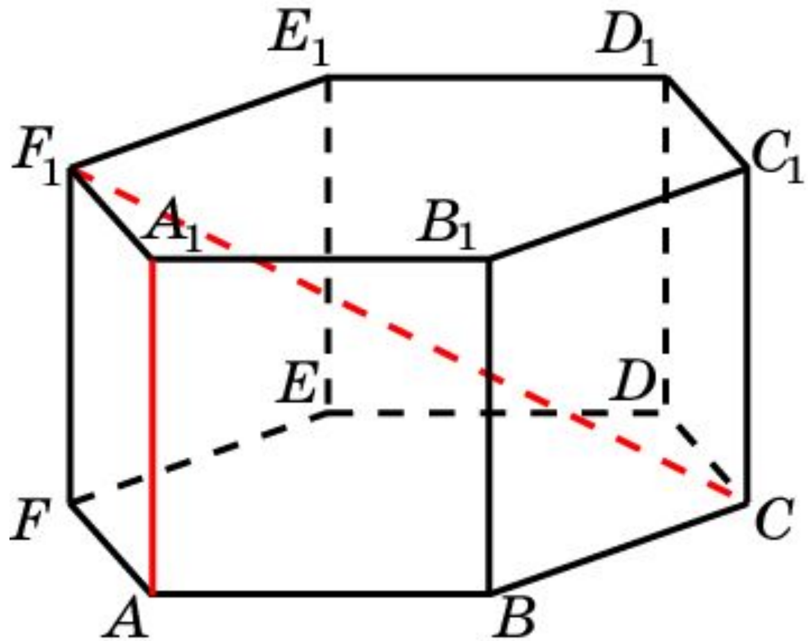
Решение.



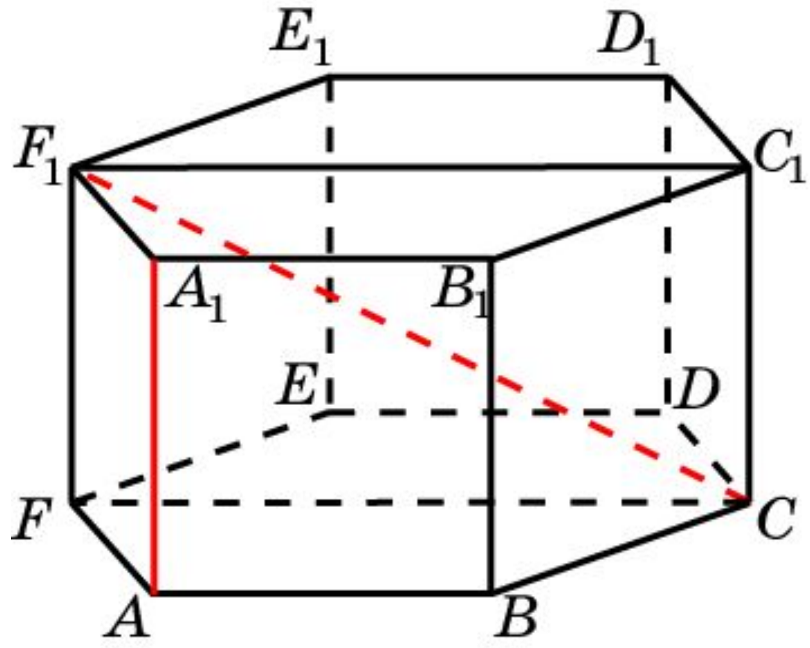
Искомым расстоянием является расстояние между прямой AA_1 и плоскостью BEE_1. Оно равно $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и CF_1.



Решение.

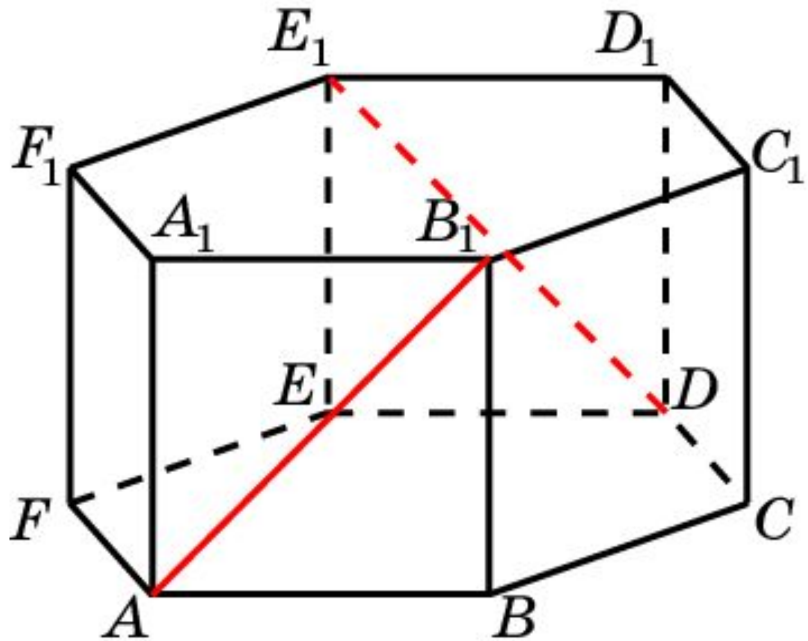


Искомым расстоянием является расстояние между прямой AA_1 и плоскостью CFF_1.

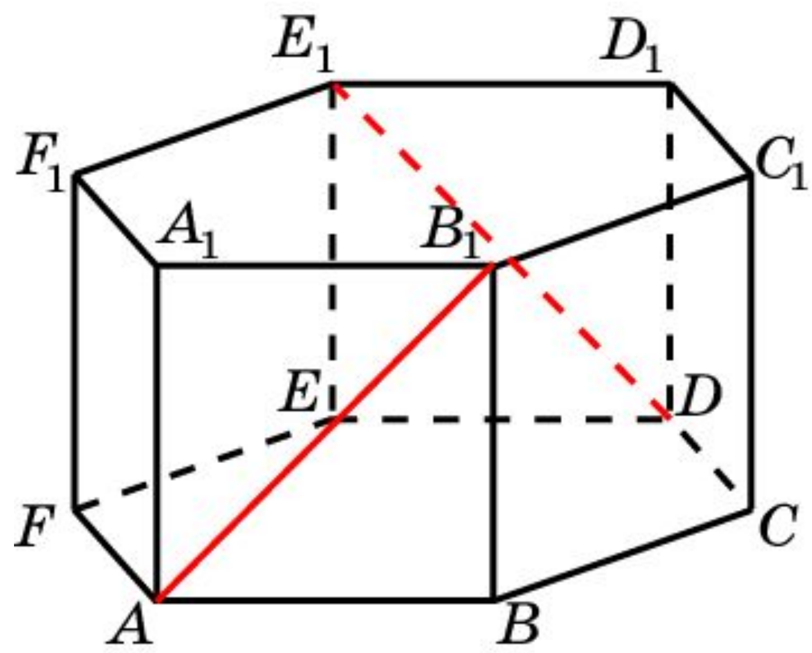
Оно равно $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

В правильной 6-й призме $A…F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и DE_1.



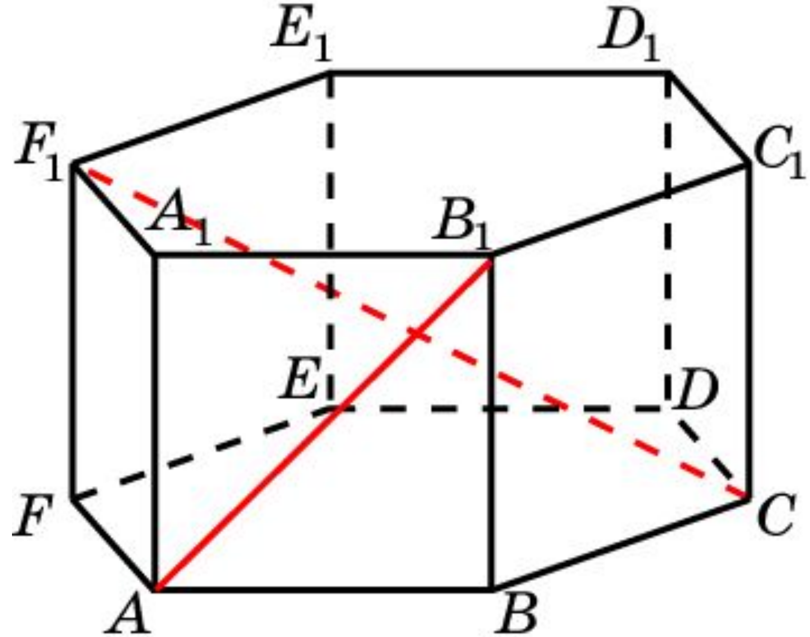
Решение.



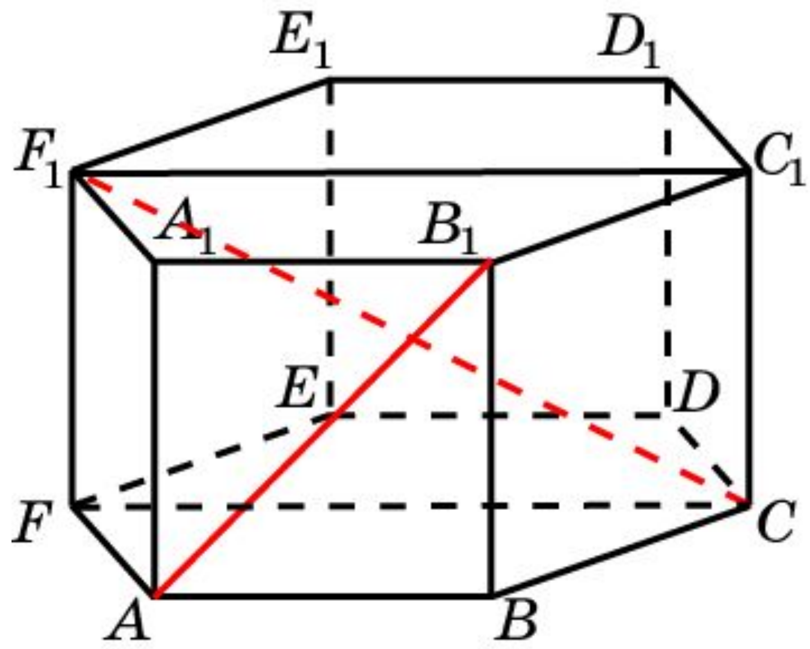
Искомым расстоянием является расстояние между параллельными плоскостями ABB_1 и DEE_1. Расстояние между ними равно $\sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.

В правильной 6-й призме $A…F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и CF_1.



Решение.

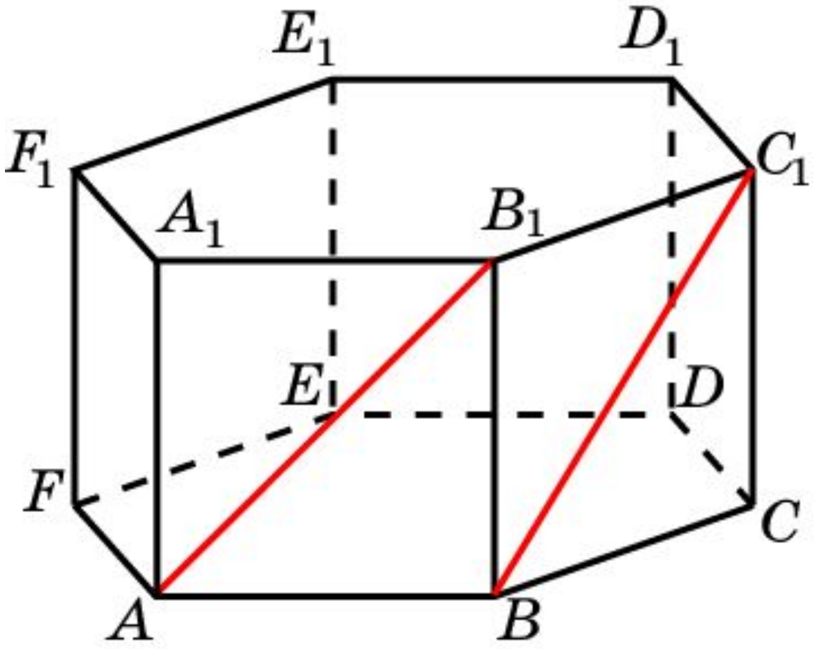


Искомым расстоянием является расстояние между прямой AB_1 и плоскостью CFF_1.

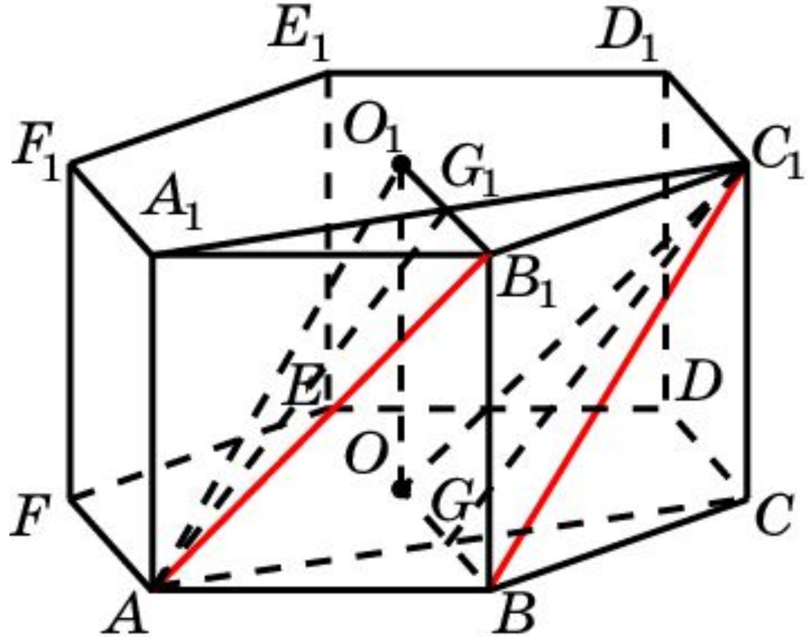
Оно равно $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

В правильной 6-й призме $A \ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и BC_1.



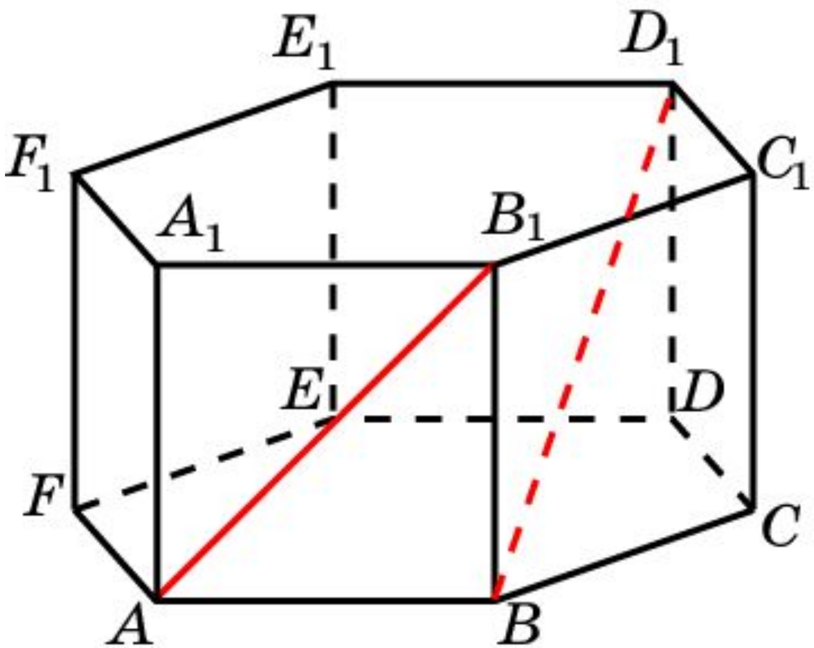
Решение.



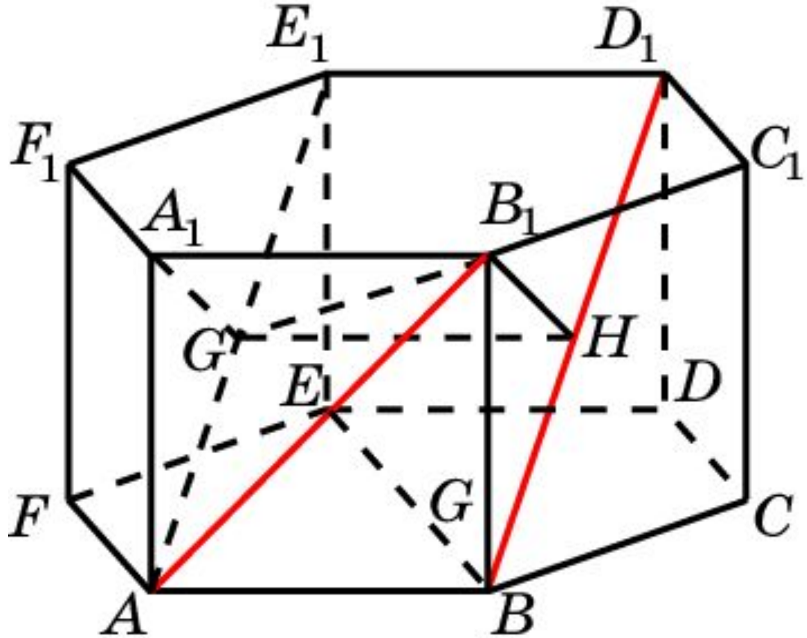
Пусть O, O_1 –центры граней призмы. Плоскости AB_1O_1 и BC_1O параллельны. Плоскость ACC_1A_1 перпендикулярна этим плоскостям. Искомое расстояние d равно расстоянию между прямыми AG_1 и GC_1. В параллелограмме AGC_1G_1 имеем $AG = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $AG_1 = \dfrac{\sqrt{7}}{2}$. Высота, проведенная к стороне AA_1 равна 1. Следовательно, $d = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

Ответ: $\dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

В правильной 6-й призме $A…F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AB_1 и BD_1.



Решение.

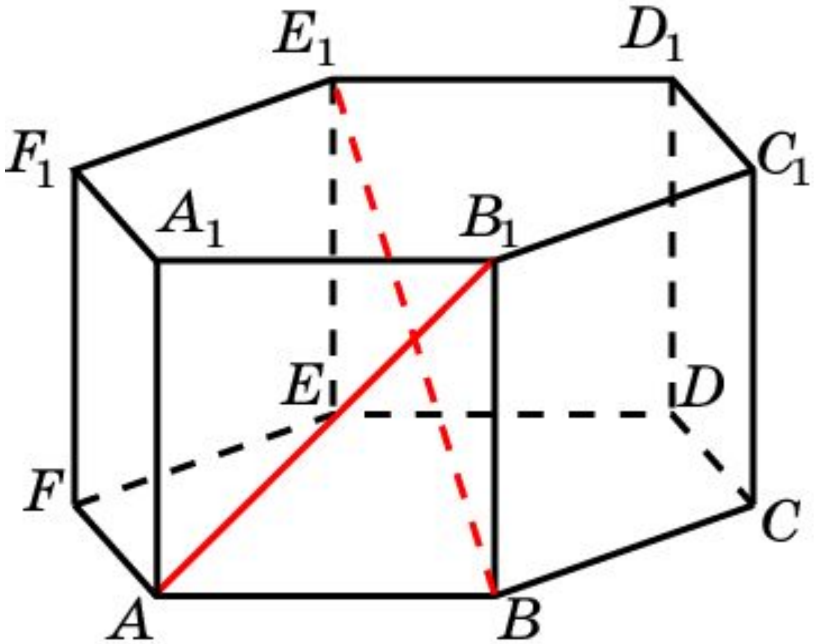


Рассмотрим плоскость A_1B_1HG, перпендикулярную BD_1. Ортогональная проекция на эту плоскость переводит прямую BD_1 в точку H, а прямую AB_1 – в прямую GB_1. Следовательно искомое расстояние d равно расстоянию от точки H до прямой GB_1. В прямоугольном треугольнике GHB_1 имеем $GH = 1$;

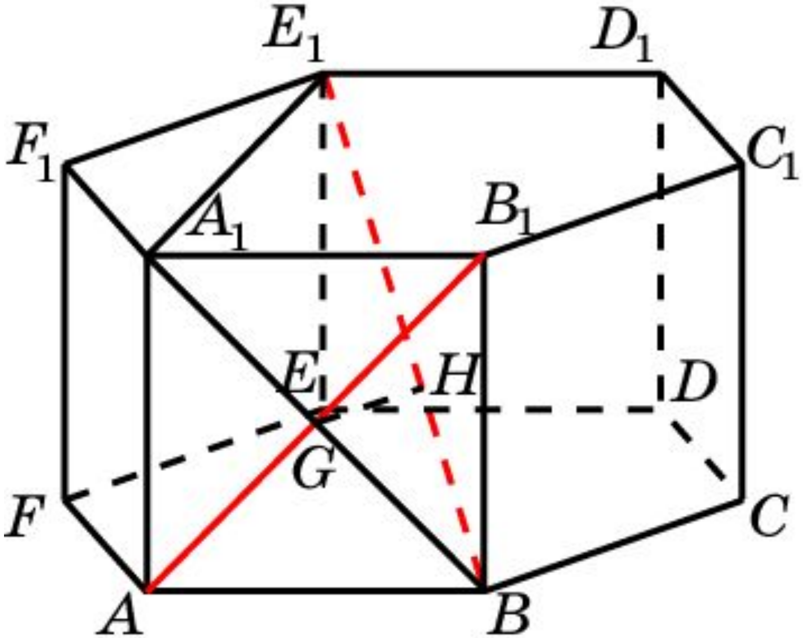
$B_1H = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Следовательно, $d = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

Ответ: $\dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

В правильной 6-й призме $A \ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AB_1 и BE_1.



Решение.



Рассмотрим плоскость A_1BDE_1, перпендикулярную AB_1. Ортогональная проекция на эту плоскость переводит прямую AB_1 в точку G, а прямую BE_1 оставляет на месте. Следовательно искомое расстояние d равно расстоянию GH от точки G до прямой BE_1. В прямоугольном треугольнике A_1BE_1 имеем $A_1B = \sqrt{2}$; $A_1E_1 = \sqrt{3}$.

Следовательно, $d = \dfrac{\sqrt{30}}{10}$.

Ответ: $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$.