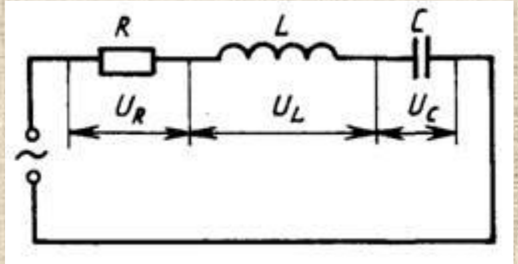
# ПЕРЕМЕННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК.

Рассмотрим колебательный контур, в цепь которого включен источник переменного тока. Составим дифференциальное уравнение на основании 2-ого закона Кирхгофа

$$U_L + U_c + U_R = 0 \quad (1)$$



- Под действием переменного электрического поля в проводнике возникает переменный электрический ток, частота и фаза колебаний которого совпадает с частотой и фазой колебаний напряжения:

$$i = I_m \cos \omega t$$

- где i - мгновенное значение силы тока, $I_m$ - амплитудное значение силы тока.

- Установившиеся вынужденные электромагнитные колебания в цепи с резистором, катушкой индуктивности и конденсатором можно рассматривать *как переменный электрический ток*. Если подводимые к контуру внешняя ЭДС или напряжение периодически изменяются по гармоническому закону, то переменный ток называют *синусоидальным* (рис. 1):

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi),$$ или $$i = I_m \cos(\omega t + \varphi_1),$$

- Где $i$ – мгновенное значение силы тока, то есть значение тока для каждого момента времени; $I_m$ – амплитудное значение силы тока.
- При частоте (промышленная частота) $\nu = 50$ Гц период электромагнитных
- колебаний составляет : $T = 0{,}02$ с

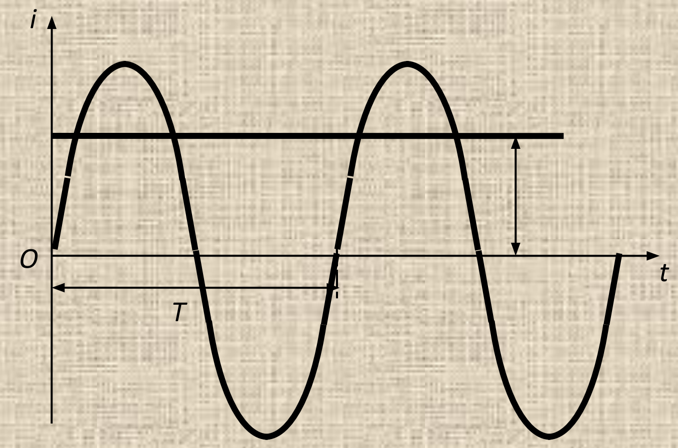


Рис. 1

Ввиду того, что в течение периода сила переменного тока изменяется, о величине такого тока судят не по мгновенным значениям, а по действующему или эффективному значению .

При этом действие переменного тока оценивают по тепловому эффекту, который сравнивают с тепловым эффектом постоянного тока.

## Действующее значение переменного тока

*Действующим (эффективным) значением переменного тока* называют такую величину, которая равна силе постоянного тока, выделяющего в проводнике такое же количество теплоты, что и данный переменный ток за одно и то же время. Действующее значение переменного синусоидального тока связано с его амплитудным значением соотношением

$$I = I_{эфф} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \qquad (1)$$

Для мгновенных значений синусоидальных токов выполняются закон Ома и правила Кирхгофа.
Рассмотрим цепи, содержащие резистор, катушку индуктивности, конденсатор и все три элемента, соединенные последовательно, на зажимах которых приложено переменное напряжение

$$u = U_m \cos \omega t,$$

где $U_m$ – амплитудное значение напряжения.

# • Электрическая цепь с резистором

Сила тока, протекающего через резистор (рис. 2), определяется законом Ома

- $$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t, \qquad (2)$$

где $I_m$ – амплитуда силы тока.

Очевидно, что при чисто активном ($R$) характере цепи сдвиг фаз колебаний тока и напряжения равен нулю (рис. 3).

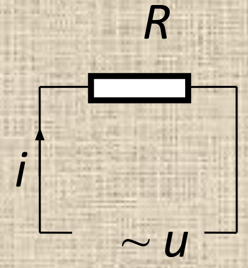


Рис. 2

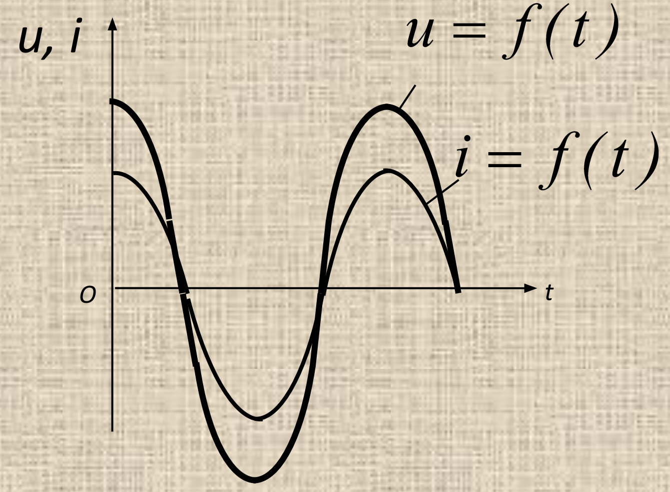


Рис. 3

## Электрическая цепь с катушкой индуктивности

**В катушке без потерь ($R \approx 0$) будет протекать ток, если напряжение на ее выводах компенсирует ЭДС самоиндукции (рис. 20.4), то есть**

$$u = -\varepsilon_s = L\frac{di}{dt}, \qquad (3)$$

откуда ток

$$i = \int \frac{1}{L} U_m \cos \omega t dt = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t + A = I_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}). \qquad (4)$$

Постоянная интегрирования *A=0,* так как ток изменяется по гармоническому закону, то есть не имеет постоянной составляющей. Очевидно, что амплитуда тока в цепи с катушкой

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L}, \qquad (5)$$

где $x_L = \omega L$ – *индуктивное сопротивление*, зависящее от частоты. При $\nu = 0$ (при протекании постоянного тока) . $x_L = 0$

Таким образом, в цепи с катушкой индуктивности колебания силы тока отстают по фазе на $\frac{\pi}{2}$ от колебаний напряжения (рис. 5).

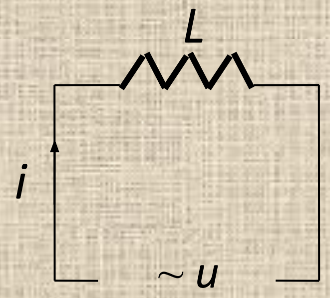



Рис. 4

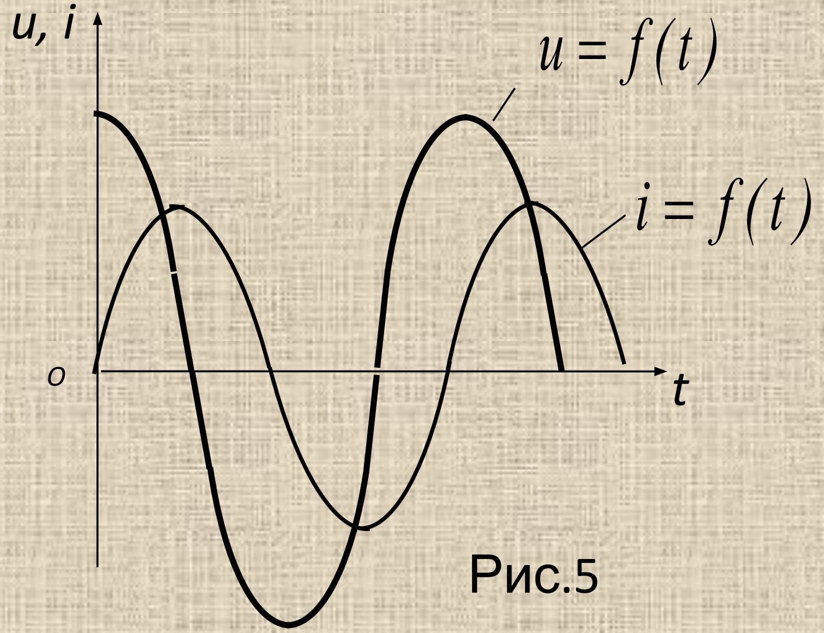



Рис.5

# Электрическая цепь с конденсатором

$$u_c = \frac{q}{C}$$

Если пренебречь активным сопротивлением соединительных проводов и обкладок конденсатора (рис. 6), то напряжение на конденсаторе

будет равно напряжению на зажимах цепи, то есть $U_m \cos \omega t = \frac{q}{C}$,

откуда заряд конденсатора

$$q = U_m C \cos \omega t.$$

Сила тока в цепи конденсатора

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega U_m C \sin \omega t = U_m \omega C = \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}),$$

$$I_m = U_m \omega C = \frac{U_m}{x_C}$$

$$x_C = \frac{1}{\omega C}$$

*- емкостное сопротивление* цепи

Чем меньше частота , тем больше $x_C$. Поэтому в цепи постоянного тока $\nu = 0$ и $x_C \to \infty$

и конденсатор не проводит электрический ток.

$\nu$

Таким образом, в цепи с конденсатором колебания силы тока опережают по фазе на $\frac{\pi}{2}$ колебания напряжения (Рис.7)

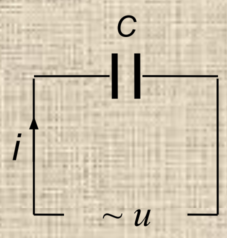



Рис.6

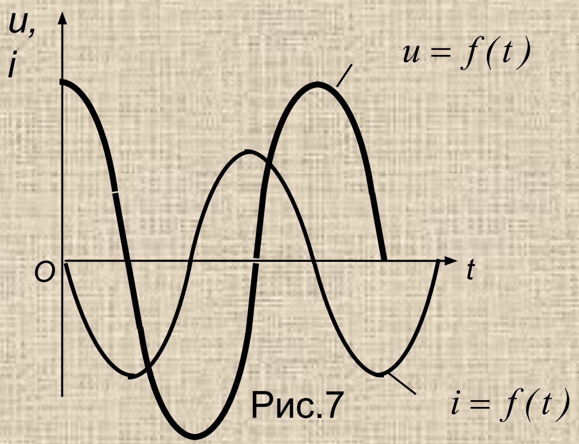



Рис.7

# Закон Ома для цепи переменного тока

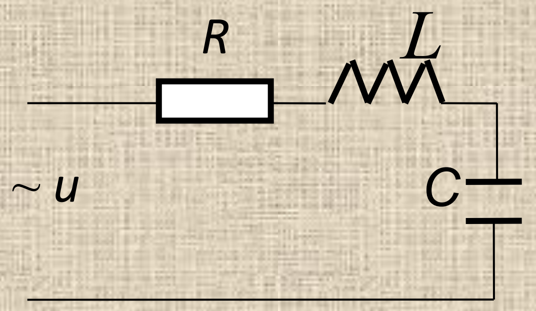



Рис.8

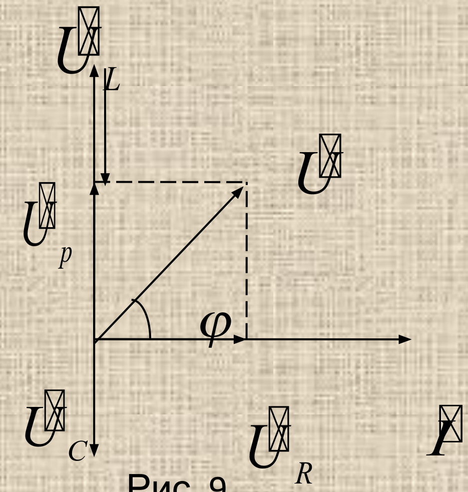



Рис. 9

По второму правилу Кирхгофа для мгновенных значений напряжение на зажимах цепи равно сумме напряжений на отдельных элементах

$$u = u_R + u_L + u_C \,.$$

Построим векторную диаграмму цепи с учетом полученных ранее фазовых соотношений: а) напряжение на резисторе совпадает по фазе с током; б) напряжение на катушке индуктивности опережает по фазе ток на $\frac{\pi}{2}$ ; в) напряжение на конденсаторе отстает по фазе от тока на $\frac{\pi}{2}$

8 Из векторной диаграммы найдем модуль действующего значения напряжения

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_p^2} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2},$$

$U_p$ – реактивная составляющая напряжения.

Учитывая, что $U_R = IR$, $U_L = Ix_L$, $U_C = Ix_C$

получим :

$$U = I\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = IZ,$$

где *Z – полное сопротивление* цепи.

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

*законом Ома для цепи переменного тока.*

$$x_p = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

называют *реактивным сопротивлением*

Из векторной диаграммы следует, что угол сдвига фаз между током и напряжением для рассматриваемой схемы

$$\varphi = arctg\frac{U_p}{U_R} = arctg\frac{U_L - U_C}{U_R} = arctg\frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}.$$

Если $x_L > x_C$, цепь имеет индуктивный характер, $\varphi > 0$ ;

Если $x_L < x_C$ цепь имеет емкостный характер, $\varphi < 0$

Если $x_L = x_C$ то реактивное сопротивление цепи $x_p = 0$ $\varphi = 0$

и цепь имеет активный характер даже при наличии в ней *L* и *C*

# Мгновенная мощность

*Мгновенная мощность*, развиваемая в цепи переменного тока, равна произведению мгновенных значений силы тока и напряжения:

$$p(t) = i(t)u(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi)U_m \cos\omega t.$$

Среднее за период значение мгновенной мощности называют *активной мощностью*

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt.$$

Из-за наличия сдвига фаз знаки у тока и напряжения в данный момент времени могут быть разные. Поэтому мгновенная мощность может быть отрицательной в некоторые доли периода переменного тока, что означает возвращение энергии из цепи источнику тока.

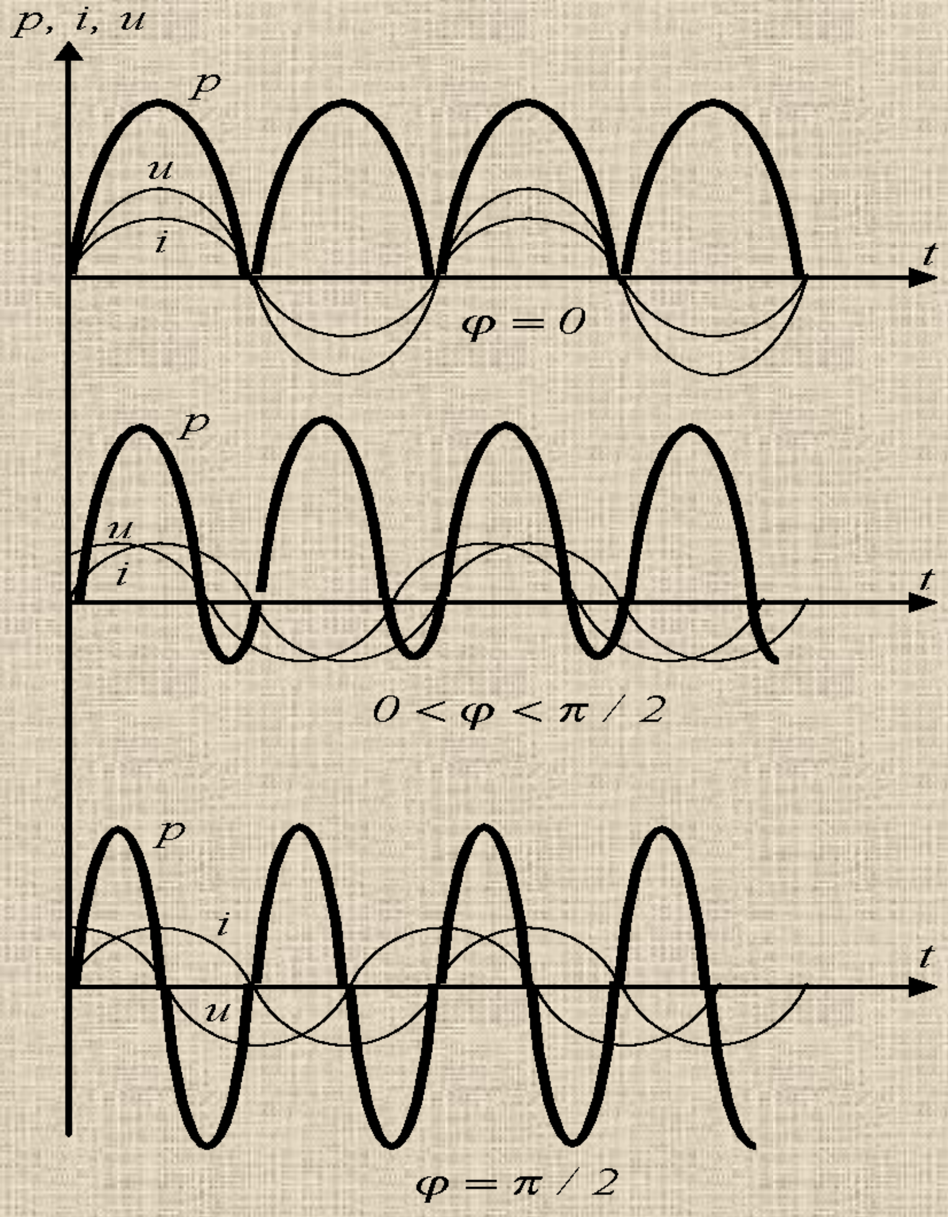



Рис. 20.10

На рис.20.10 приведены графики изменения мгновенной мощности при различных углах сдвига фаз между колебаниями напряжения и тока.

при $\varphi = 0$ в любой момент времени мощность положительна, она расходуется в цепи на совершение различных видов работы.

При $0 < \varphi < \pi / 2$

в отдельные промежутки времени мощность отрицательна. Это объясняется тем, что при наличии в цепи катушки индуктивности возрастание тока приводит к созданию в ней магнитного поля, которое обладает запасом энергии.

***При уменьшении силы тока магнитное поле исчезает и запасенная в нем энергия возвращается к источнику тока (генератору). Аналогичный процесс происходит при наличии в цепи конденсатора: в течение той четверти периода, когда происходит зарядка конденсатора, энергия в нем запасается, а когда конденсатор разряжается, он отдает в цепь запасенную энергию.***

При $\varphi = \pi / 2$

положительная мощность равна отрицательной мощности, работа тока за период равна нулю, следовательно, средняя мощность также равна нулю. При этом периодически энергия запасается в магнитном и электрическом полях, а затем снова передается генератору. Последний случай возможен лишь при $R=0$.

среднее значение мощности переменного тока:

$$P = \frac{1}{2} I_m U_m \cos\varphi = UI \cos\varphi$$

$\cos\varphi$ – косинус угла сдвига фаз, который называется *коэффициентом мощности*.

***Коэффициент мощности характеризует потери энергии в цепи.***

## Резонанс в электрических цепях. Резонанс напряжений

*Резонансом* в электрической цепи называется режим участка, содержащего индуктивный и емкостный элементы, при котором угол $\varphi$

сдвига фаз колебаний напряжения и тока равен нулю. Резонанс характеризуется рядом особенностей, которые обусловили его широкое применение в радиотехнике, электротехнике, измерительной технике и других областях.

*Различают несколько видов резонанса: резонанс напряжений (при последовательном соединении элементов), резонанс токов (при параллельном соединении элементов), резонанс в магнитно-связанных цепях и др.*

*Резонанс напряжений.* При последовательном соединении $R, L, C$ ток в цепи приобретает максимальное значение при

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \qquad \omega L = \frac{1}{\omega C}.$$

Этому условию удовлетворяет частота

$$\omega_{рез} = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

В этом случае $\varphi = 0$, падения напряжения на катушке индуктивности и конденсаторе одинаковы по величине и противоположны по фазе (рис. 20.11). Таким образом, при резонансе напряжений

$$U_L = U_C$$

$$U_L = \omega_{рез} LI = \frac{1}{\sqrt{LC}} LI = \sqrt{\frac{L}{C}} I = \frac{U}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = UQ,$$

где $Q$ – добротность контура. Так как добротность колебательных контуров больше единицы, то напряжение, как на катушке индуктивности, так и на конденсаторе превышает напряжение ***U*,** приложенное к цепи. Следует, что добротность контура показывает, во сколько раз при резонансе напряжение на реактивных элементах больше по величине входного напряжения.