

**Лекция 4**  
**Энтропийные методы**  
**исследования**  
**экономических**  
**процессов**

# 1. Энтропия как функция состояния системы



Ларсен Онзагер,  
нобелевский  
лауреат

Илья Романович  
Пригожин,  
нобелевский  
лауреат



*Энтропия*  $S$  – функция состояния. Она характеризует степень упорядоченности системы, количественно оценивает уровень ее организации.



Рис. 1 – *Неравновесная* экономическая система

Процессы в системе можно представить уравнением:

$$dS = d_i S + d_e S, \quad (1)$$

где  $dS$  – изменение энтропии, изменение уровня организации системы;

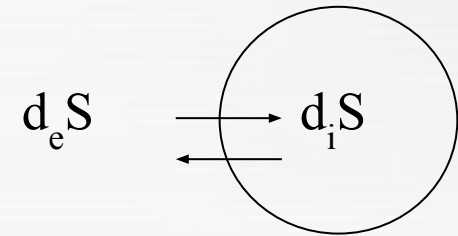
$d_i S$  – «производство энтропии»;

$d_i S > 0$  – характеризует необратимый процесс превращения сырья в продукцию;

$d_e S$  – «поток энтропии»;

$d_e S > 0$  – импорт энтропии;

$d_e S < 0$  – экспорт энтропии, характеризует процесс реализации продукции.



Если  $|d_e S < 0| > |d_i S > 0|$ , то  $dS < 0$  (2)

**Экспортируя энтропию экономическая система:**

- *повышает уровень организации, порядка;*
- *осуществляет новые технические решения, внедряет новую технологию;*
- *способна к структурированию, самоорганизации.*

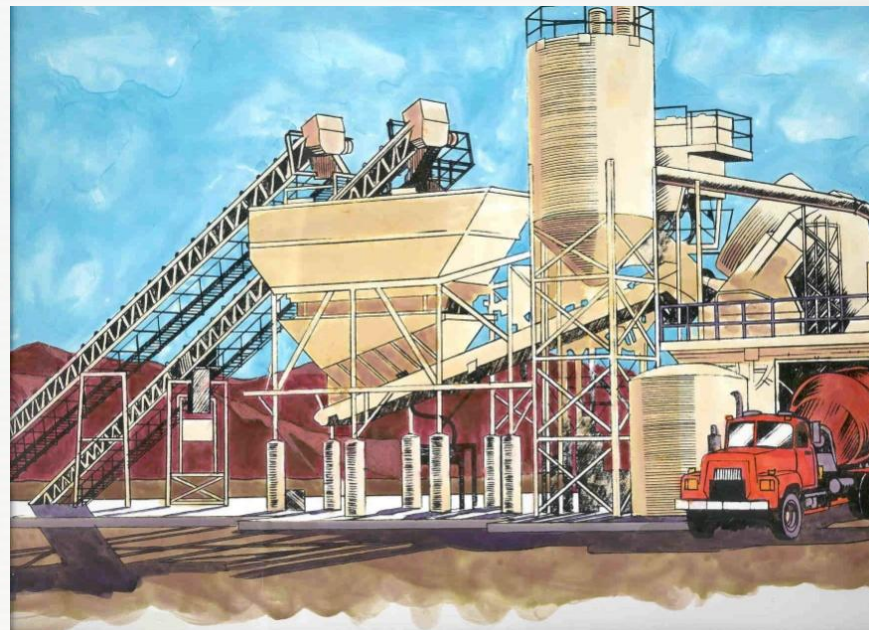
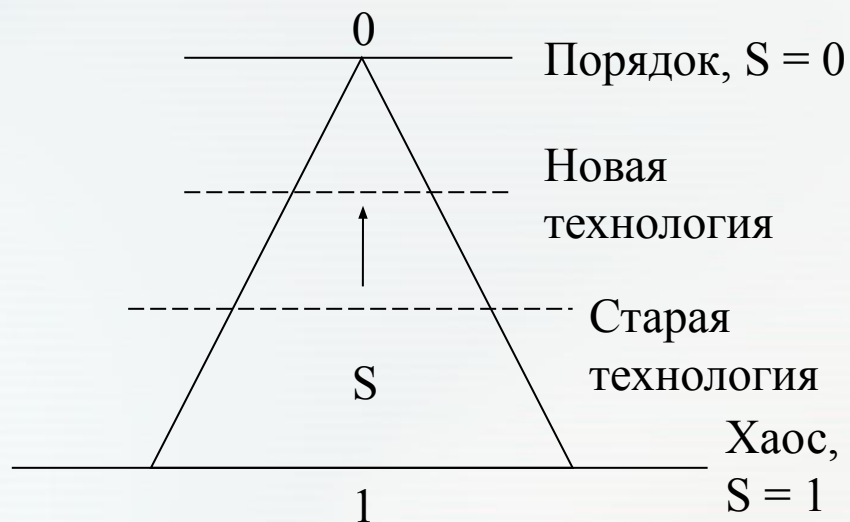


Рис. 2 – Повышение трудовой и технологической дисциплины на предприятии достигается целенаправленным управленческим усилием ( $dS < 0$ ).

$S$  - в относительных единицах.

- Энтروпийный метод позволяет моделировать процесс развития производства при выполнении условий самоорганизации ( $dS < 0$ ).



## 2. Параметры неравновесности экономической системы

*Потоки и цены (обобщенные силы)* – количественные характеристики неравновесности экономических систем.

Процессы производства товара и его реализации связаны с изменением энтропии  $S$ .

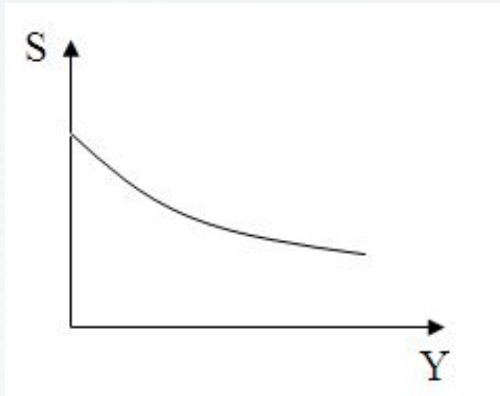


Рис. 4 –  $S$  – количество денег, на которое можно купить количество товара  $Y$ , либо изготовить его по определенной технологии



$\frac{\partial S}{\partial Y} = X$  (1), где  $X$  – **цена**, равная градиенту энтропии и называемая обобщенной силой;

$\frac{dY}{dt} = I$  (2), где  $I$  – **поток товара**.

Установлено, что потоки вызваны обобщенными силами и в различных по природе неравновесных процессах связаны с ними соотношением:

$I = \pm LX$  (3), где  $L$  – коэффициент эластичности;  
 $L = \text{Const}$  – линейный процесс;  
 $L = L(X)$  – нелинейный процесс.

- *цена, как экономическая сила создает неравновесность в системе;*
- *цена на товар оказывает воздействие на процесс развития производства. Это экономическое воздействие называется обобщенной силой.*
- размерность:  $[I] = \text{у.е.т./мес.};$   $[X] = \text{руб./у.е.т.};$   $[S] = \text{руб.};$   
 $[t] = \text{мес};$   $[Y] = \text{у.е.т.}$

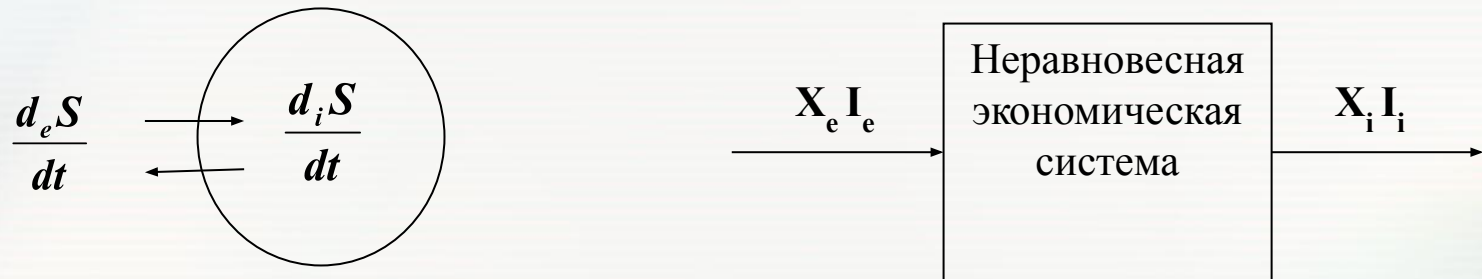
### 3. Функция издержек

Установлено:

1. между потоками, ценами и энтропией есть связь;
2. на динамику системы влияет *скорость изменения энтропии*, а не величина энтропии, и не изменение энтропии.

Характер развития неравновесных процессов в экономической системе определяется уравнением:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d_i S}{dt} + \frac{d_e S}{dt} \quad (8)$$





$$\frac{d_i S}{dt} = I_i X_i \quad (9)$$

где  $I_i$  – предложение, выпуск (у.е.т./мес);

$X_i$  – цена предложения (руб./у.е.т.);

$I_i X_i$  – функция предложения (руб/мес), расход

$\frac{d_i S}{dt}$  на производство;

$\frac{d_i S}{dt}$  – скорость производства энтропии.

$$\frac{d_e S}{dt} = -I_e X_e \quad (10)$$

где  $I_e$  – спрос (у.е.т./мес);

$X_e$  – цена спроса (руб./у.е.т.);

$I_e X_e$  – функция спроса (руб/мес), доход в

$\frac{d_e S}{dt}$  условиях реализуемого спроса;

$\frac{d_e S}{dt}$  – скорость переноса энтропии.

(9) и (10)  $\rightarrow$  (8) имеем:

$$\frac{dS}{dt} = -I_e X_e + I_i X_i \quad (11)$$

**Теорема:** *скорость изменения энтропии экономической системы равна алгебраической сумме функций спроса и предложения.*

Обозначим:

$\sigma$  - второстепенные внутренние затраты,

$\frac{dS}{dt} = G(t)$  - функция издержек, тогда **функция издержек:**

$$G(t) = -I_e X_e + I_i X_i + \sigma \quad (12)$$

где  $I_i X_i + \sigma$  - полные издержки.

В структуре реализуемого спроса (выручки, руб./мес.)  $I_e X_e$  можно выделить составляющую, связанную с эмиссией дополнительных денег  $\frac{d_0 S}{dt}$ , которая пошла на увеличение спроса:

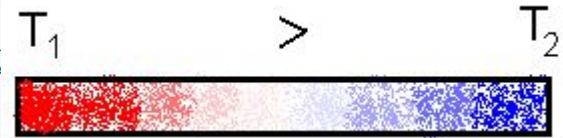
$$\frac{d_e S}{dt} = \frac{d_0 S}{dt} + \frac{d'_e S}{dt} \quad (13)$$

$\frac{d'_e S}{dt}$  - потоки за счет реализуемого спроса

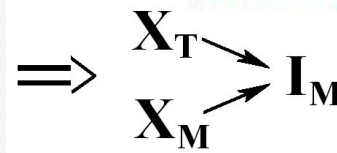
- *Функция издержек*  $G(t)$  характеризует убытки и является знакопеременной функцией;
- *Функция предложения* (полные издержки) – затраты как связанные, так и не связанные с производством;
- $S$  – переменная состояния рыночной экономики, например, региона; ее экономический смысл – количество денег в обращении (руб.);

# 4. Принцип взаимности для рыночных процессов

- Если в неравновесной системе протекают несколько одностипных процессов, то они связаны между собой.
- Установлена закономерность: **если одна обобщенная сила вызывает два (или более) потока, то каждый поток создается**



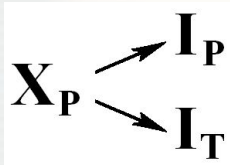
Разность температур  $X_T$  в тепловой системе создает поток тепла  $I_Q$  и поток вещества  $I_M$



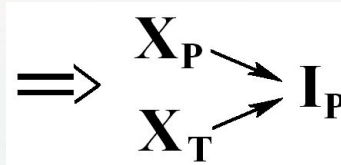
Поток вещества  $I_M$  вызван разностью температур  $X_T$  и разностью концентраций  $X_M$



Экономическая система



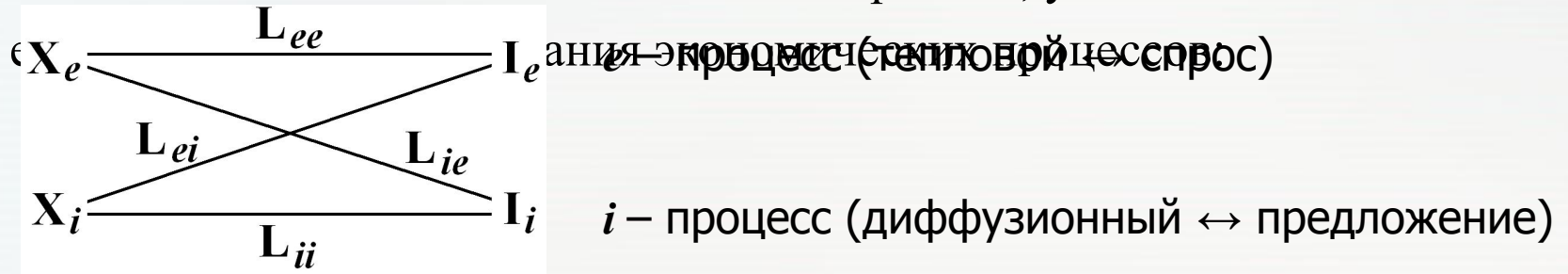
Повышенная заработная плата  $X_P$  вызывает потоки рабочей силы  $I_P$  и товаров  $I_T$



Поток рабочей силы  $I_P$  вызван заработной платой  $X_P$  и ценой товаров  $X_T$

- **Метод аналогий.** Аналогом процесса спроса может служить тепловой процесс (e-процесс), аналогом процесса предложения можно считать диффузионный (термодиффузионный) процесс (i-процесс).

- Метод позволяет использовать закономерности, установленные в



- Потоки и обобщенные силы в перекрестных неравновесных процессах связаны уравнениями:

$$I_e = L_{ee} X_e + L_{ei} X_i \quad (14)$$

$$I_i = L_{ii} X_i + L_{ie} X_e \quad (15)$$

Спрос и предложение и соответствующие цены в неравновесных стационарных задачах можно представить уравнениями:

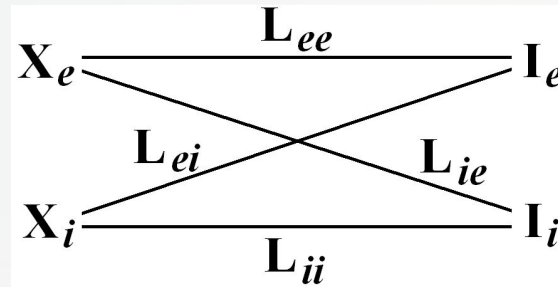
$$I_e = L_{ee} X_e + L_{ei} X_i \quad (14)$$

$$I_i = L_{ii} X_i + L_{ie} X_e \quad (15),$$

где коэффициенты

$L_{ee}$ ,  $L_{ii}$  - прямые,

$L_{ei}$ ,  $L_{ie}$  - перекрестные.



$e$  – спрос

$i$  – предложение

Для линейных рыночных процессов установлено соотношение взаимности:

$$L_{ei} = L_{ie} \quad (16).$$

**Принцип взаимности** гласит:

*спрос на рынке определяет предложение, а предложение устанавливает спрос и эта взаимосвязь симметрична.*



Экономический смысл коэффициентов: предложения  $L_{ii}$  ; спроса  $L_{ee}$  ; влияния предложения на спрос  $L_{ei}$  ; влияния спроса на предложение  $L_{ie}$ .

$$L_{ii} = \left( \frac{\partial I_i}{\partial X_i} \right)_{X_e} \quad (17)$$

$$L_{ei} = \left( \frac{\partial I_e}{\partial X_i} \right)_{X_e} \quad (19)$$

$$L_{ee} = \left( \frac{\partial I_e}{\partial X_e} \right)_{X_i} \quad (18)$$

$$L_{ie} = \left( \frac{\partial I_i}{\partial X_e} \right)_{X_i} \quad (20)$$

- Уравнения работают в микроэкономике, мезоэкономике, макроэкономике.
- Коэффициенты взаимосвязи процессов симметричны.

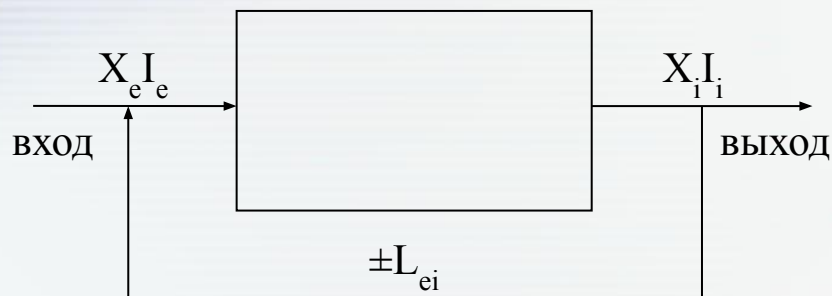


Для трех процессов, связывающих, например, рынки товара ( $i$ ), рабочей силы ( $e$ ), капитала ( $k$ ). Принцип взаимности можно представить симметричной матрицей коэффициентов:

	$X_i$	$X_e$	$X_k$	
$I_i$	$L_{ii}$	$L_{ie}$	$L_{ik}$	$I_i = L_{ii}X_i + L_{ie}X_e + L_{ik}X_k$
$I_e$	$L_{ei}$	$L_{ee}$	$L_{ek}$	$I_e = L_{ee}X_e + L_{ei}X_i + L_{ek}X_k$
$I_k$	$L_{ki}$	$L_{ke}$	$L_{kk}$	$I_k = L_{kk}X_k + L_{ki}X_i + L_{ke}X_e$

- первый индекс характеризует поток, второй цену (товара, рабочей силы, капитала);
- по главной диагонали находятся прямые коэффициенты;
- перекрестные коэффициенты симметричны;
- принцип взаимности сокращает трудозатраты при проведении экспериментальных измерений (для половины коэффициентов).

## 5. Прямые и обратные связи

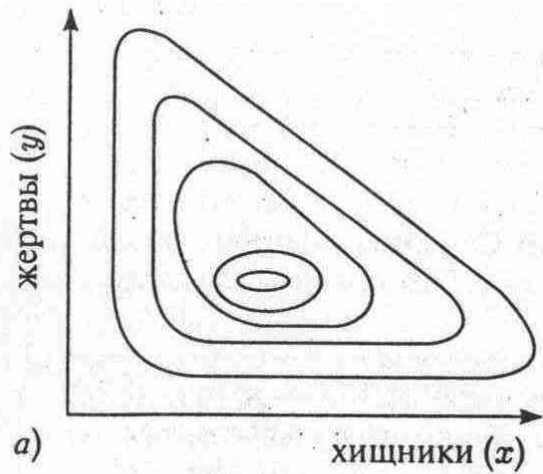


Двухпотоковая система имеет внутренние ( $X_i I_i$ ) и внешние ( $X_e I_e$ ) параметры. В ней действуют прямые и обратные связи.

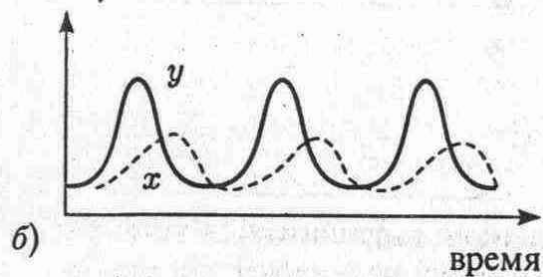
*Прямая связь* характеризует способность системы с помощью обобщенной силы (цены) создавать прямой поток и количественно измеряется коэффициентами прямых связей  $\pm L_{ii}$ ,  $\pm L_{ee}$ .

*Обратная связь* характеризует способность системы влиять на входные параметры с помощью выходных параметров и наоборот. Она измеряется коэффициентами обратных связей  $\pm L_{ei}$ ,  $\pm L_{ie}$ .

На различных стадиях функционирования системы может доминировать либо положительная, либо отрицательная обратная связь и система развивается волнообразно.



а)



б)

Рис. 5 – Динамика системы «Хищники – жертвы»:

$y$  – национальный доход, трудящиеся – жертвы;

$x$  – жулики, ворье, организованные преступники – хищники.



Системы-аналоги:

«хищник-жертва»



«преступник-трудоющийся»

- Наличие обратных связей – неотъемлемая характеристика системы. Нет обратных связей – нет системы.
- *Положительная обратная связь* вызывает развитие системы, но может и разрушить ее.
- *Отрицательная обратная связь* обеспечивает устойчивость системе, но препятствует развитию ее.

## 6. Эффективность экономических процессов

*Эффективность* – это способность системы преобразовывать вещественно-энергетические потоки в полезный продукт.

*Показатель эффективности:*

$$\eta = -\frac{\text{выход}}{\text{вход}} = -\frac{I_i X_i}{I_e X_e} = -\frac{ax + b}{\frac{1}{ax} + b} = \frac{1 - (ax)^2}{1 + bax} - 1, \quad (21)$$

где  $x = \frac{X_i}{X_e}$  (22);  $a = \pm \sqrt{\frac{L_{ii}}{L_{ee}}}$  (23);

$$b = \pm \frac{L_{ei}}{\sqrt{L_{ii} \cdot L_{ee}}} \quad (24).$$

$x$  – параметр порядка (относительная цена),

$a$  – параметр прямых связей,

$b$  – параметр обратных связей.

$$0 \leq \eta \leq 1, \quad -1 \leq a \leq +1, \quad -1 \leq b \leq +1.$$

При  $b = 0$  система превращается в аддитивное множество.

Нет обратных связей – нет системы.

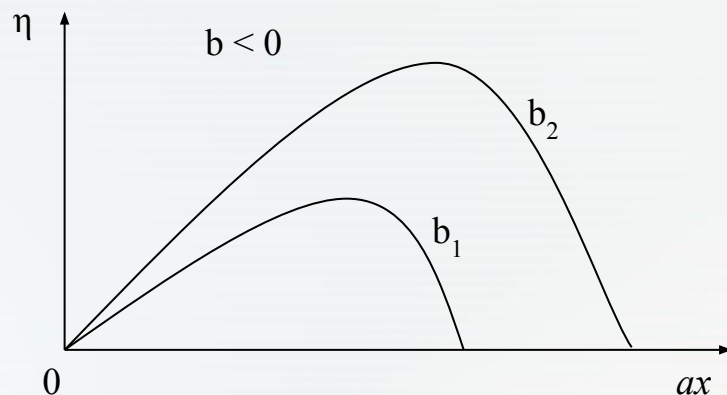


Рис. 6 – Зависимость  $\eta$  от прямых  $a$ , (при  $x = \text{Const}$ ) и обратных  $b$  связей.

$$|b_2| > |b_1|$$

$$\eta_{\max} = \frac{b^2}{(1 + \sqrt{1 - b^2})^2} \quad (25)$$

- Показатель  $\eta$  характеризует систему как целостность.
- В процессе развития экономическая система должна повышать показатель эффективности полезного преобразования ее внешних потоков (сырья, энергии) до максимального значения, то есть  $\eta \rightarrow \eta_{\max}$  (принцип максимальной эффективности.)

# 7. Эффективность кооперации



Компании: «Будем стремиться к тому, чтобы в 2015 году общая доля альянса АВТОВАЗ-Renault-Nissan на российском рынке составила 40%».



Предприятия А и Б имеют производственные отношения – кооперативные связи, приводящие к увеличению выпуска товаров, уменьшению издержек и увеличению прибыли.

$I_A, I_B$  – функции выпуска,

$X_A, X_B$  – объемы производственных фондов предприятий А и Б.

$$I_A = L_{AA}X_A + L_{AB}X_B, \quad (26)$$

$$I_B = L_{BB}X_B + L_{BA}X_A, \quad (27)$$

где

$L_{AA}, L_{BB}$  – коэффициенты прямой фондоотдачи,

$L_{AB}, L_{BA}$  – коэффициенты перекрестной фондоотдачи.

Экономический смысл коэффициентов фондоотдачи:

$$L_{AA} = \left( \frac{\partial I_A}{\partial X_A} \right)_{X_B} \quad (28)$$

$$L_{AB} = \left( \frac{\partial I_A}{\partial X_B} \right)_{X_A} \quad (30)$$

$$L_{BB} = \left( \frac{\partial I_B}{\partial X_B} \right)_{X_A} \quad (29)$$

$$L_{BA} = \left( \frac{\partial I_B}{\partial X_A} \right)_{X_B} \quad (31)$$

$$L_{AB} = L_{BA}$$



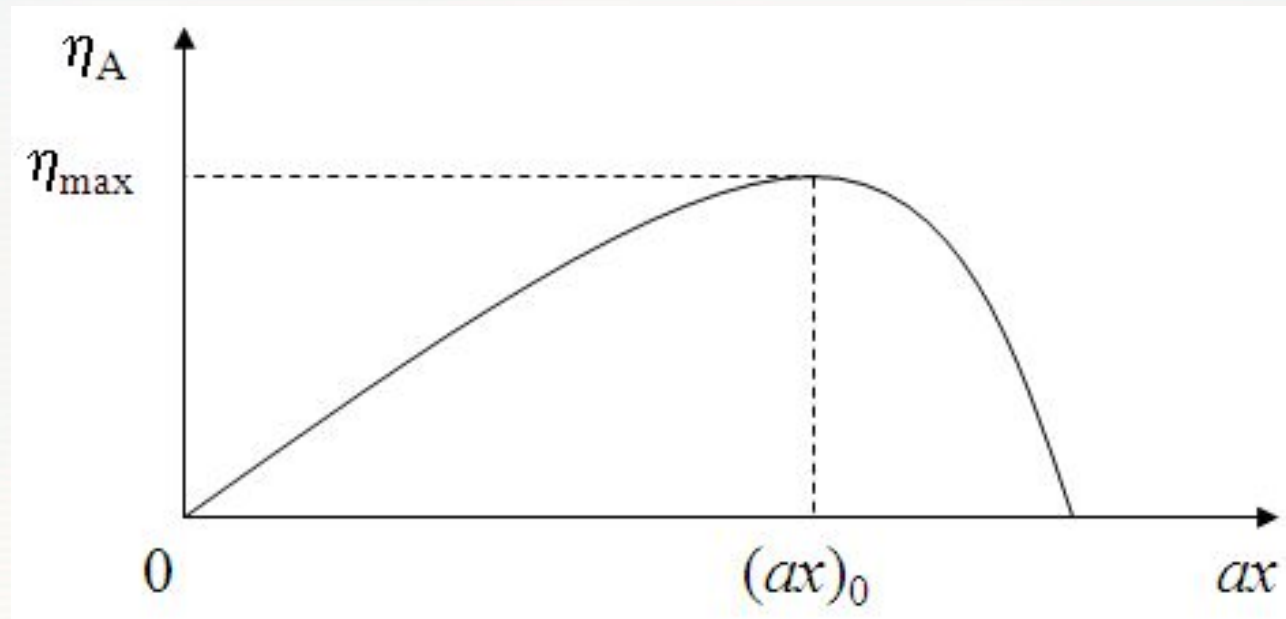
1. При оптимальном режиме кооперации:  $\eta = \eta_{\max}$  для предприятий А и Б.

$$\eta_A = \frac{1 - (ax)^2}{1 + bax} - 1,$$

Здесь  $x = \frac{X_A}{X_B},$

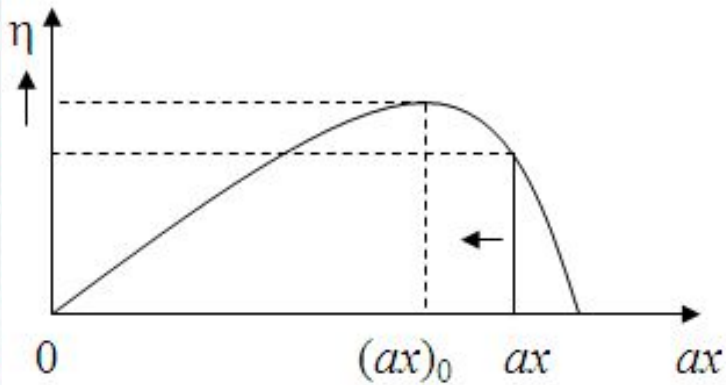
$$b < 0,$$

$$ax > 0$$



## 2. Использование фондов не оптимально:

2.1  $|ax| > |(ax)_0|$ ,  $a = \text{Const}$ .

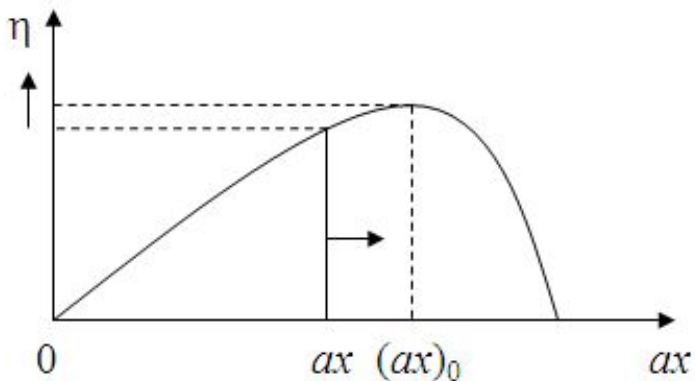


Для оптимизации следует:

1. исключить фонды с  $\min$  отдачей из совместного производства:  $\delta = x - x_0$ , или
2. перераспределить фонды на величину  $\Delta$ , тогда

$$x = \frac{X_A - \Delta}{X_B + \Delta}, \quad \text{где} \quad \Delta(x_0 X_B) = \frac{x - x_0}{1 + x_0} X_B,$$

2.2  $|ax| < |(ax)_0|$ .



Добиться оптимизации можно:

1. повышением интенсивности производства  $L_{AA}$  (интенсивное развитие);
2. увеличением объема фондов  $X_A$  (экстенсивное развитие) до значения  $(ax)_0$ .

- Развивать кооперативные связи между предприятиями взаимовыгодно. Увеличивается выпуск товара, минимизируются издержки, повышается прибыль.
- При интенсивном развитии обратные связи между предприятиями могут менять знак. Это означает, что система теряет устойчивость и изменяет свою организацию – отказывается от старых технических решений и внедряет новые технологии.

# 8. Синергетический эффект

*Синергетический (эмерджентный, целостности) эффект:* показатель эффективности системы в целом выше суммы показателей эффективности составляющих ее компонентов (элементов, подсистем):

$$\eta_c > \eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_n. \quad (32)$$

*Величина целостности* (синергетизма, эмерджентности) экономической системы равна:

$$\Delta = -2L_{ei}X_iX_e = -2baxL_{ee}X_e^2. \quad (33)$$

При  $\eta = \eta_{\max}$

$$\Delta = 2 \left( 1 - \sqrt{1 - b^2} \right) L_{ee}X_e^2. \quad (34)$$

Если  $L_{ei} = 0$  ( $b = 0$ ), то синергетический эффект отсутствует.

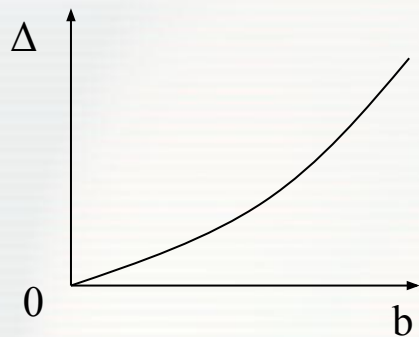


Рис.7 – Зависимость величины целостности  $\Delta$  от степени взаимодействия элементов  $b$  системы при  $\eta = \eta_{\max}$

- **Синергетический эффект** создается кооперативным (согласованным, когерентным) взаимодействием элементов системы.
- Развитие экономических систем идет в сторону повышения **целостности (эмерджентности, синергии)**.
- Увеличение целостности системы достигается:
  - совершенствованием структуры;
  - увеличением числа элементов;
  - интенсификацией взаимодействия элементов.

Таким образом, энтропийными методами удастся исследовать широкий спектр явлений и процессов в экономике.

Спасибо за внимание!

