

Лекция 4
Энтропийные методы
исследования
экономических
процессов

1. Энтропия как функция состояния системы



Ларсен Онзагер,
нобелевский
лауреат

Илья Романович
Пригожин,
нобелевский
лауреат



Энтропия S – функция состояния. Она характеризует степень упорядоченности системы, количественно оценивает уровень ее организации.



Рис. 1 – *Неравновесная* экономическая система

Процессы в системе можно представить уравнением:

$$dS = d_i S + d_e S, \quad (1)$$

где dS – изменение энтропии, изменение уровня организации системы;

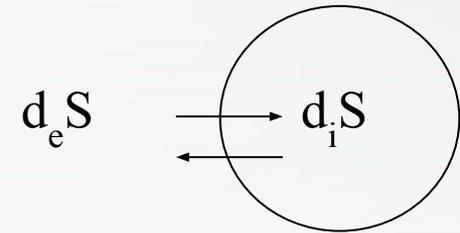
$d_i S$ – «производство энтропии»;

$d_i S > 0$ – характеризует необратимый процесс превращения сырья в продукцию;

$d_e S$ – «поток энтропии»;

$d_e S > 0$ – импорт энтропии;

$d_e S < 0$ – экспорт энтропии, характеризует процесс реализации продукции.



Если $|d_e S < 0| > |d_i S > 0|$, то $dS < 0$ (2)

Экспортируя энтропию экономическая система:

- *повышает уровень организации, порядка;*
- *осуществляет новые технические решения, внедряет новую технологию;*
- *способна к структурированию, самоорганизации.*

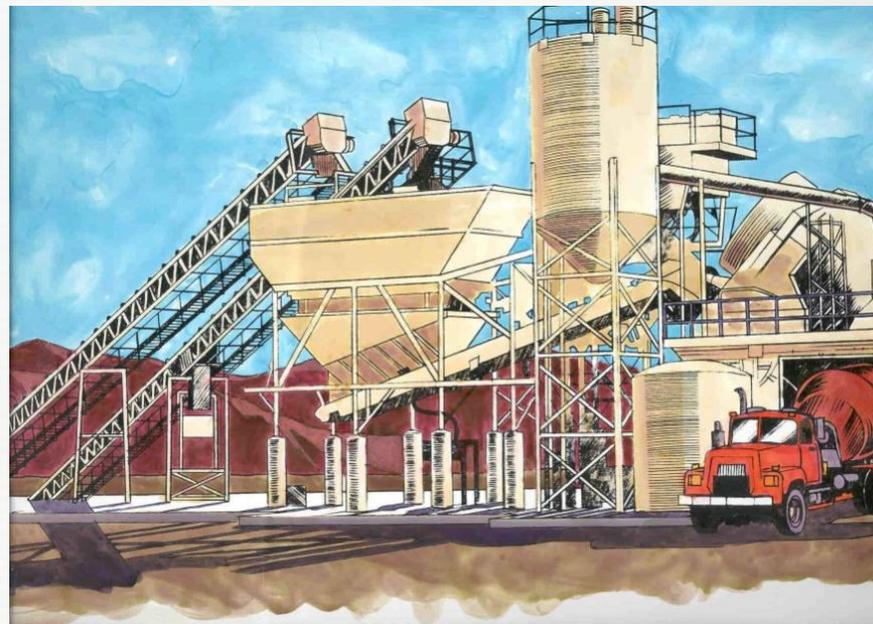
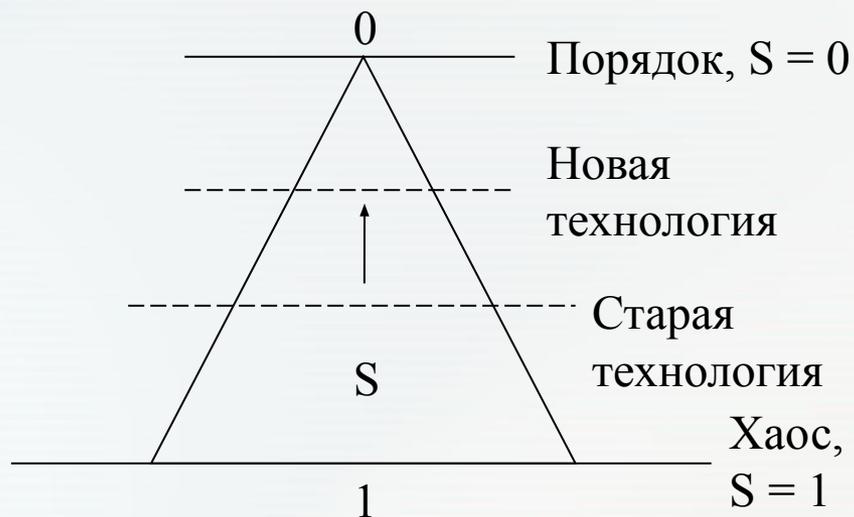


Рис. 2 – Повышение трудовой и технологической дисциплины на предприятии достигается целенаправленным управленческим усилием ($dS < 0$).

S - в относительных единицах.

- Энтروпийный метод позволяет моделировать процесс развития производства при выполнении условий самоорганизации ($dS < 0$).

2. Параметры неравновесности экономической системы

Потоки и цены (обобщенные силы) – количественные характеристики неравновесности экономических систем.

Процессы производства товара и его реализации связаны с изменением энтропии S .

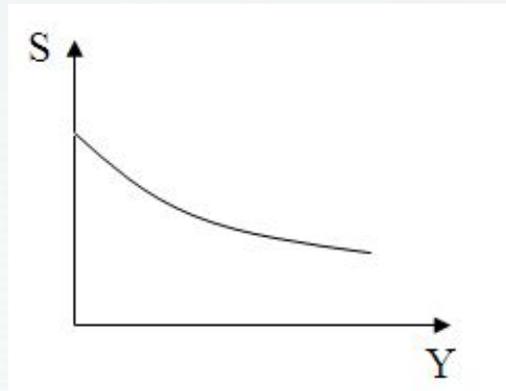


Рис. 4 – S – количество денег, на которое можно купить количество товара Y , либо изготовить его по определенной технологии



$\frac{\partial S}{\partial Y} = X$ (1), где X – цена, равная градиенту энтропии и называемая обобщенной силой;

$\frac{dY}{dt} = I$ (2), где I – поток товара.

Установлено, что потоки вызваны обобщенными силами и в различных по природе неравновесных процессах связаны с ними соотношением:

$I = \pm LX$ (3), где L – коэффициент эластичности;
 $L = \text{Const}$ – линейный процесс;
 $L = L(X)$ – нелинейный процесс.

- *цена, как экономическая сила создает неравновесность в системе;*
- *цена на товар оказывает воздействие на процесс развития производства. Это экономическое воздействие называется обобщенной силой.*
- размерность: $[I] = \text{у.е.т./мес.};$ $[X] = \text{руб./у.е.т.};$ $[S] = \text{руб.};$
 $[t] = \text{мес};$ $[Y] = \text{у.е.т.}$

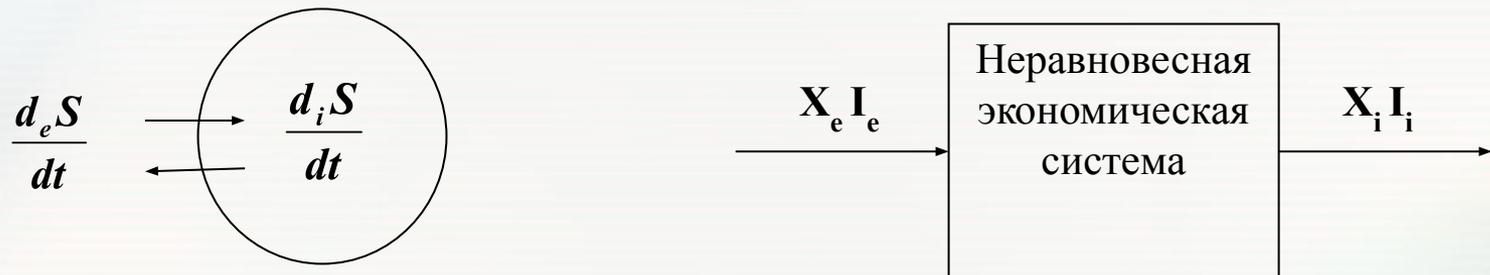
3. Функция издержек

Установлено:

1. между потоками, ценами и энтропией есть связь;
2. на динамику системы влияет *скорость изменения энтропии*, а не величина энтропии, и не изменение энтропии.

Характер развития неравновесных процессов в экономической системе определяется уравнением:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d_i S}{dt} + \frac{d_e S}{dt} \quad (8)$$



$$\frac{d_i S}{dt} = I_i X_i \quad (9)$$

где I_i – предложение, выпуск (у.е.т./мес);

X_i – цена предложения (руб./у.е.т.);

$I_i X_i$ – функция предложения (руб/мес), расход

$\frac{d_i S}{dt}$ на производство;

$\frac{d_i S}{dt}$ – скорость производства энтропии.

$$\frac{d_e S}{dt} = -I_e X_e \quad (10)$$

где I_e – спрос (у.е.т./мес);

X_e – цена спроса (руб./у.е.т.);

$I_e X_e$ – функция спроса (руб/мес), доход в

$\frac{d_e S}{dt}$ условиях реализуемого спроса;

$\frac{d_e S}{dt}$ – скорость переноса энтропии.

(9) и (10) \rightarrow (8) имеем:

$$\frac{dS}{dt} = -I_e X_e + I_i X_i \quad (11)$$

Теорема: *скорость изменения энтропии экономической системы равна алгебраической сумме функций спроса и предложения.*

Обозначим:

σ - второстепенные внутренние затраты,

$\frac{dS}{dt} = G(t)$ - функция издержек, тогда **функция издержек:**

$$G(t) = -I_e X_e + I_i X_i + \sigma \quad (12)$$

где $I_i X_i + \sigma$ - полные издержки.

В структуре реализуемого спроса (выручки, руб./мес.) $I_e X_e$ можно выделить составляющую, связанную с эмиссией дополнительных денег $\frac{d_0 S}{dt}$, которая пошла на увеличение спроса:

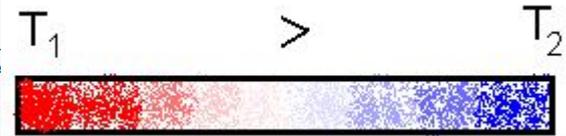
$$\frac{d_e S}{dt} = \frac{d_0 S}{dt} + \frac{d'_e S}{dt} \quad (13)$$

$\frac{d'_e S}{dt}$ - потоки за счет реализуемого спроса

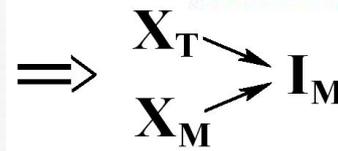
- *Функция издержек* $G(t)$ характеризует убытки и является знакопеременной функцией;
- *Функция предложения* (полные издержки) – затраты как связанные, так и не связанные с производством;
- S – переменная состояния рыночной экономики, например, региона; ее экономический смысл – количество денег в обращении (руб.);

4. Принцип взаимности для рыночных процессов

- Если в неравновесной системе протекают несколько одностипных процессов, то они связаны между собой.
- Установлена закономерность: **если одна обобщенная сила вызывает два (или более) потока, то каждый поток создается**



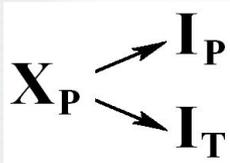
Разность температур X_T в тепловой системе создает поток тепла I_Q и поток вещества I_M



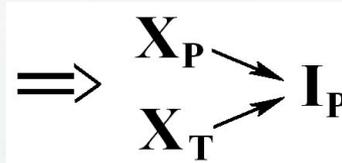
Поток вещества I_M вызван разностью температур X_T и разностью концентраций X_M



Экономическая система



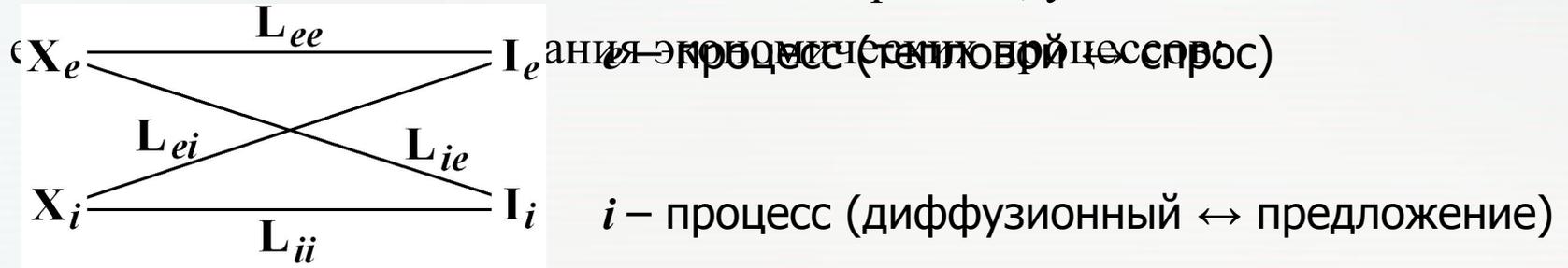
Повышенная заработная плата X_P вызывает потоки рабочей силы I_P и товаров I_T



Поток рабочей силы I_P вызван заработной платой X_P и ценой товаров X_T

- **Метод аналогий.** Аналогом процесса спроса может служить тепловой процесс (e-процесс), аналогом процесса предложения можно считать диффузионный (термодиффузионный) процесс (i-процесс).

- Метод позволяет использовать закономерности, установленные в



- Потоки и обобщенные силы в перекрестных неравновесных процессах связаны уравнениями:

$$I_e = L_{ee} X_e + L_{ei} X_i \quad (14)$$

$$I_i = L_{ii} X_i + L_{ie} X_e \quad (15)$$

Спрос и предложение и соответствующие цены в неравновесных стационарных задачах можно представить уравнениями:

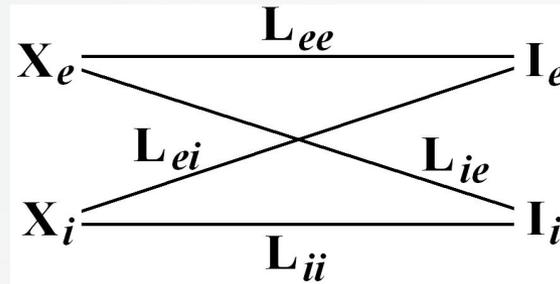
$$I_e = L_{ee} X_e + L_{ei} X_i \quad (14)$$

$$I_i = L_{ii} X_i + L_{ie} X_e \quad (15),$$

где коэффициенты

L_{ee} , L_{ii} - прямые,

L_{ei} , L_{ie} - перекрестные.



e – спрос

i – предложение

Для линейных рыночных процессов установлено соотношение взаимности:

$$L_{ei} = L_{ie} \quad (16).$$

Принцип взаимности гласит:

спрос на рынке определяет предложение, а предложение устанавливает спрос и эта взаимосвязь симметрична.



Экономический смысл коэффициентов: предложения L_{ii} ; спроса L_{ee} ; влияния предложения на спрос L_{ei} ; влияния спроса на предложение L_{ie} .

$$L_{ii} = \left(\frac{\partial I_i}{\partial X_i} \right)_{X_e} \quad (17)$$

$$L_{ei} = \left(\frac{\partial I_e}{\partial X_i} \right)_{X_e} \quad (19)$$

$$L_{ee} = \left(\frac{\partial I_e}{\partial X_e} \right)_{X_i} \quad (18)$$

$$L_{ie} = \left(\frac{\partial I_i}{\partial X_e} \right)_{X_i} \quad (20)$$

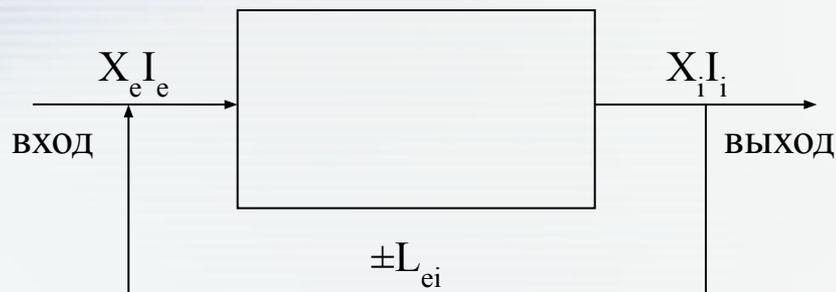
- Уравнения работают в микроэкономике, мезоэкономике, макроэкономике.
- Коэффициенты взаимосвязи процессов симметричны.

Для трех процессов, связывающих, например, рынки товара (i), рабочей силы (e), капитала (k). Принцип взаимности можно представить симметричной матрицей коэффициентов:

	X_i	X_e	X_k	
I_i	L_{ii}	L_{ie}	L_{ik}	$I_i = L_{ii}X_i + L_{ie}X_e + L_{ik}X_k$
I_e	L_{ei}	L_{ee}	L_{ek}	$I_e = L_{ee}X_e + L_{ei}X_i + L_{ek}X_k$
I_k	L_{ki}	L_{ke}	L_{kk}	$I_k = L_{kk}X_k + L_{ki}X_i + L_{ke}X_e$

- первый индекс характеризует поток, второй цену (товара, рабочей силы, капитала);
- по главной диагонали находятся прямые коэффициенты;
- перекрестные коэффициенты симметричны;
- принцип взаимности сокращает трудозатраты при проведении экспериментальных измерений (для половины коэффициентов).

5. Прямые и обратные связи

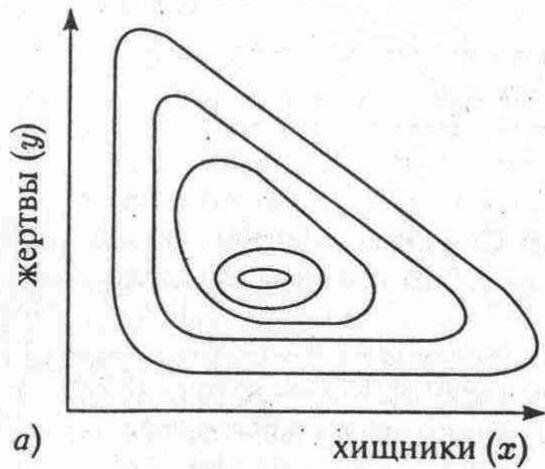


Двухпотоковая система имеет внутренние ($X_i I_i$) и внешние ($X_e I_e$) параметры. В ней действуют прямые и обратные связи.

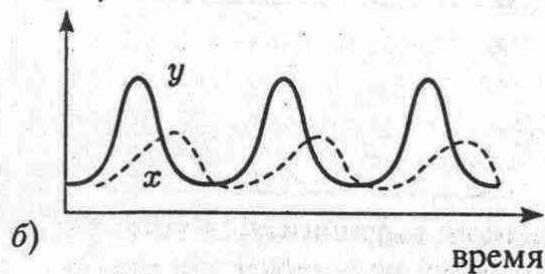
Прямая связь характеризует способность системы с помощью обобщенной силы (цены) создавать прямой поток и количественно измеряется коэффициентами прямых связей $\pm L_{ii}$, $\pm L_{ee}$.

Обратная связь характеризует способность системы влиять на входные параметры с помощью выходных параметров и наоборот. Она измеряется коэффициентами обратных связей $\pm L_{ei}$, $\pm L_{ie}$.

На различных стадиях функционирования системы может доминировать либо положительная, либо отрицательная обратная связь и система развивается волнообразно.



а)



б)

Рис. 5 – Динамика системы «Хищники – жертвы»:

y – национальный доход, трудящиеся – жертвы;

x – жулики, ворье, организованные преступники – хищники.



Системы-аналоги:

«хищник-жертва»



«преступник-трудоющийся»

- Наличие обратных связей – неотъемлемая характеристика системы. Нет обратных связей – нет системы.
- *Положительная обратная связь* вызывает развитие системы, но может и разрушить ее.
- *Отрицательная обратная связь* обеспечивает устойчивость системе, но препятствует развитию ее.

6. Эффективность экономических процессов

Эффективность – это способность системы преобразовывать вещественно-энергетические потоки в полезный продукт.

Показатель эффективности:

$$\eta = -\frac{\text{выход}}{\text{вход}} = -\frac{I_i X_i}{I_e X_e} = -\frac{ax + b}{\frac{1}{ax} + b} = \frac{1 - (ax)^2}{1 + bax} - 1, \quad (21)$$

где $x = \frac{X_i}{X_e}$ (22); $a = \pm \sqrt{\frac{L_{ii}}{L_{ee}}}$ (23);

$$b = \pm \frac{L_{ei}}{\sqrt{L_{ii} \cdot L_{ee}}} \quad (24).$$

x – параметр порядка (относительная цена),

a – параметр прямых связей ,

b – параметр обратных связей.

$$0 \leq \eta \leq 1, \quad -1 \leq a \leq +1, \quad -1 \leq b \leq +1.$$

При $b = 0$ система превращается в аддитивное множество.

Нет обратных связей – нет системы.

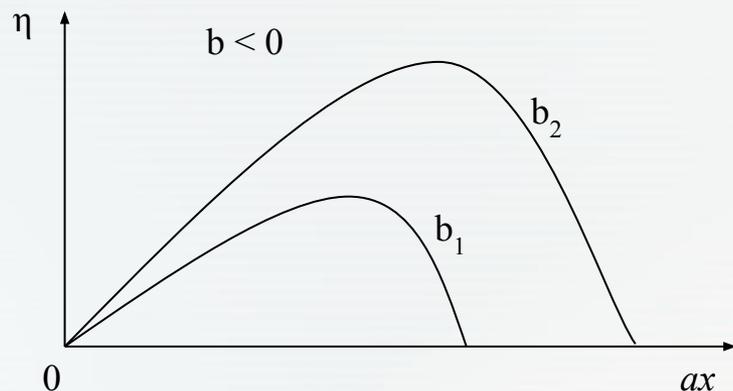


Рис. 6 – Зависимость η от прямых a , (при $x = \text{Const}$) и обратных b связей.

$$|b_2| > |b_1|$$

$$\eta_{\max} = \frac{b^2}{(1 + \sqrt{1 - b^2})^2} \quad (25)$$

- Показатель η характеризует систему как целостность.
- В процессе развития экономическая система должна повышать показатель эффективности полезного преобразования ее внешних потоков (сырья, энергии) до максимального значения, то есть $\eta \rightarrow \eta_{\max}$ (принцип максимальной эффективности.)

7. Эффективность кооперации



Компании: «Будем стремиться к тому, чтобы в 2015 году общая доля альянса АВТОВАЗ-Renault-Nissan на российском рынке составила 40%».



Предприятия А и Б имеют производственные отношения – кооперативные связи, приводящие к увеличению выпуска товаров, уменьшению издержек и увеличению прибыли.

I_A, I_B – функции выпуска,

X_A, X_B – объемы производственных фондов предприятий А и Б.

$$I_A = L_{AA}X_A + L_{AB}X_B, \quad (26)$$

$$I_B = L_{BB}X_B + L_{BA}X_A, \quad (27)$$

где

L_{AA}, L_{BB} – коэффициенты прямой фондоотдачи,

L_{AB}, L_{BA} – коэффициенты перекрестной фондоотдачи.

Экономический смысл коэффициентов фондоотдачи:

$$L_{AA} = \left(\frac{\partial I_A}{\partial X_A} \right)_{X_B} \quad (28)$$

$$L_{AB} = \left(\frac{\partial I_A}{\partial X_B} \right)_{X_A} \quad (30)$$

$$L_{BB} = \left(\frac{\partial I_B}{\partial X_B} \right)_{X_A} \quad (29)$$

$$L_{BA} = \left(\frac{\partial I_B}{\partial X_A} \right)_{X_B} \quad (31)$$

$$L_{AB} = L_{BA}$$

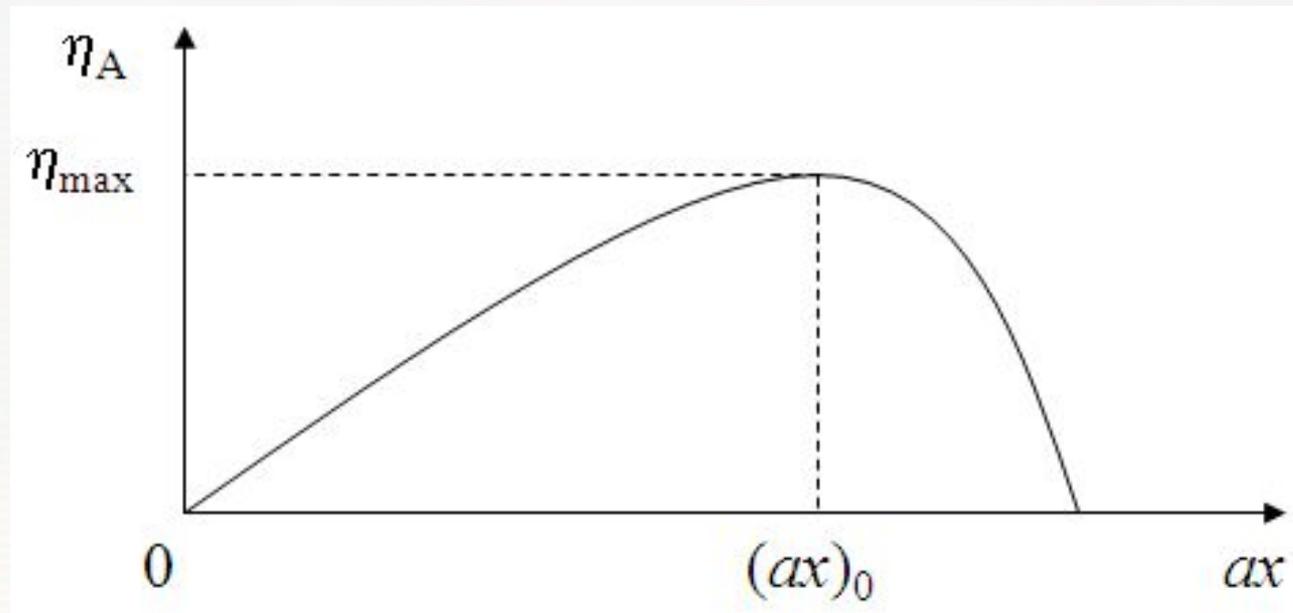
1. При оптимальном режиме кооперации: $\eta = \eta_{\max}$ для предприятий А и Б.

$$\eta_A = \frac{1 - (ax)^2}{1 + bax} - 1,$$

Здесь $x = \frac{X_A}{X_B},$

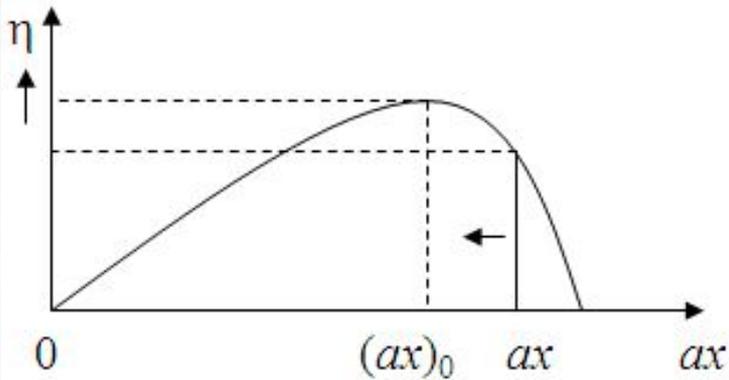
$$b < 0,$$

$$ax > 0$$



2. Использование фондов не оптимально:

2.1 $|ax| > |(ax)_0|$, $a = \text{Const}$.

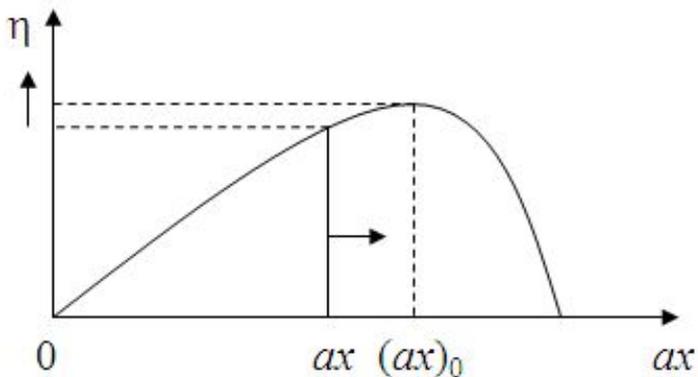


Для оптимизации следует:

1. исключить фонды с min отдачей из совместного производства: $\delta = x - x_0$, или
2. перераспределить фонды на величину Δ , тогда

$$x = \frac{X_A - \Delta}{X_B + \Delta}, \quad \text{где} \quad \Delta(x_0 X_B) = \frac{x - x_0}{1 + x_0} X_B,$$

2.2 $|ax| < |(ax)_0|$.



Добиться оптимизации можно:

1. повышением интенсивности производства L_{AA} (интенсивное развитие);
2. увеличением объема фондов X_A (экстенсивное развитие) до значения $(ax)_0$.

- Развивать кооперативные связи между предприятиями взаимовыгодно. Увеличивается выпуск товара, минимизируются издержки, повышается прибыль.
- При интенсивном развитии обратные связи между предприятиями могут менять знак. Это означает, что система теряет устойчивость и изменяет свою организацию – отказывается от старых технических решений и внедряет новые технологии.

8. Синергетический эффект

Синергетический (эмерджентный, целостности) эффект: показатель эффективности системы в целом выше суммы показателей эффективности составляющих ее компонентов (элементов, подсистем):

$$\eta_c > \eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_n. \quad (32)$$

Величина целостности (синергетизма, эмерджентности) экономической системы равна:

$$\Delta = -2L_{ei}X_iX_e = -2baxL_{ee}X_e^2. \quad (33)$$

При $\eta = \eta_{\max}$

$$\Delta = 2 \left(1 - \sqrt{1 - b^2} \right) L_{ee}X_e^2. \quad (34)$$

Если $L_{ei} = 0$ ($b = 0$), то синергетический эффект отсутствует.

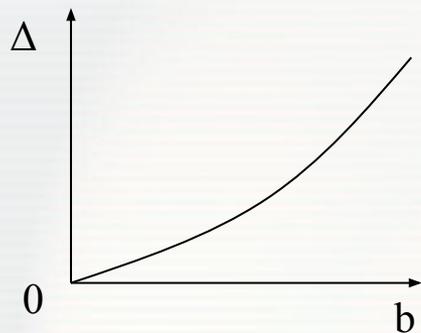


Рис.7 – Зависимость величины целостности Δ от степени взаимодействия элементов b системы при $\eta = \eta_{\max}$

- **Синергетический эффект** создается кооперативным (согласованным, когерентным) взаимодействием элементов системы.
- Развитие экономических систем идет в сторону повышения **целостности (эмерджентности, синергии)**.
- Увеличение целостности системы достигается:
 - совершенствованием структуры;
 - увеличением числа элементов;
 - интенсификацией взаимодействия элементов.

Таким образом, энтропийными методами удастся исследовать широкий спектр явлений и процессов в экономике.

Спасибо за внимание!

