



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

«ЭКОНОМЕТРИКА»

Илона Юловна Парик

К.э.н. Доцент

Кафедра статистики и эконометрики





Основная литература

- Эконометрика: учебник / И.И. Елисеева [и др.]; под ред. И. И.Елисеевой. - М.: Издательство Юрайт, 2012
- Эконометрика : учеб. для студентов вузов по специальности 080601 "Статистика" и др. междисциплинар. специальностям / [И.И.Елисеева и др.] ; под ред. И.И.Елисеевой. - Москва: Проспект, 2011
- Курышева С.В. Анализ временных рядов и прогнозирование: учебное пособие / С.В.Курышева, М.В. Боченина. – СПб. : Изд-во СПбГЭУ, 2014
- Практикум по эконометрике: учеб. пособие / И.И. Елисеева, С.В.Курышева, Н.М.Гордеенко и др.; под ред. И. И.Елисеевой. - 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2008



Дополнительная литература

- Айвазян С.А. Методы эконометрики. - М.: Инфра-М, 2010
- Афанасьев В.Н., Юзбашев М. М. Анализ временных рядов и прогнозирование. – М.: Финансы и статистика, 2010
- Доугерти К. Введение в эконометрику: Учебник. 2-е изд. / Пер. с англ. – М.: ИНФРА – М, 2007
- Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный дисциплина: учебник. – М.: Дело, 2009
- Чураков Е. П. Прогнозирование эконометрических временных рядов: учебник. - М.: Финансы и статистика, 2008



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Рагнар Антон Киттиль Фриш

(норв. *Ragnar Anton Kittil Frisch*)
(1895-1973)





- 1926 г. норвежский экономист Рагнар Фриш (1895-1973) предложил использовать термин «эконометрика» для обозначения самостоятельной отрасли научных исследований
- Развернутое определение эконометрики было дано Рагнаром Фришем во вступительной статье первого номера журнала "Эконометрика" в 1933 г.



Эконометрика – это наука, которая
дает конкретное количественное
выражение общим (качественным)
взаимосвязям экономических явлений и
процессов, обусловленным
экономической теорией



БАЗОВЫЕ КОМПОНЕНТЫ ЭКОНОМЕТРИКИ





- На основе экономической теории разрабатываются концепции развития изучаемых процессов
- С помощью статистики эти процессы выражаются в статистических показателях
- Математико-статистические методы позволяют строить модели изучаемых процессов, оценивать их параметры, степень соответствия реальным данным и прогнозировать развитие изучаемого явления



**Главный инструмент
эконометрики – эконометрическая
модель, параметры которой
оцениваются с помощью методов
математической статистики**



Этапы построения эконометрической модели

- Теоретическое описание рассматриваемого экономического процесса с отражением существующих тенденций
- Сбор данных, анализ их качества
- Спецификация модели. Устанавливаются экзогенные (внешние) и эндогенные (внутренние) переменные, выявляются связи и соотношения, определяется вид модели исходя из соответствующей теории связи между переменными
- Оценка параметров модели
- Верификация модели, то есть проверка достоверности построенной модели
- Интерпретация результатов



ПРИМЕНЕНИЕ ПАРНОЙ РЕГРЕССИИ В ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

1. Выбор типа математической функции при построении уравнения регрессии
2. Оценка параметров уравнения парной линейной регрессии
3. Показатели силы связи в моделях парной регрессии
4. Показатели тесноты связи в моделях парной регрессии
5. Статистическая оценка достоверности регрессионной модели
6. Интервальная оценка параметров уравнения парной регрессии
7. Использование модели парной регрессии для прогнозирования



Задачи корреляционно-регрессионного анализа

- Измерение параметров уравнения, выражающего связь между признаками. Эта задача решается оценкой параметров уравнения регрессии
- Измерение тесноты связи между признаками. Данная задача решается показателями корреляции



Виды функций, наиболее часто используемые в эконометрическом моделировании

Линейная

$$y = a + bx$$

Гипербола

$$y = a + \frac{b}{x}$$

Парабола второго порядка

$$y = a + bx + cx^2$$

Логарифмическая функция

$$y = a + b \cdot \ln x$$

Степенная функция

$$y = ax^b$$

Показательная функция

$$y = ab^x$$

Экспонента

$$y = e^{a+bx}$$



Методы выбора типа математической функции

- Аналитический метод (теоретический анализ связи рассматриваемого фактора и результата)
- Графический метод
- Экспериментальный метод



Линеаризация нелинейных уравнений

Функция	Исходное уравнение	Преобразованное уравнение
Гипербола	$y = a + \frac{b}{x}$	$1/x = z$ $y = a + bz$
Степенная	$y = ax^b$	$\ln y = \ln a + b \ln x$
Показательная	$y = ab^x$	$\ln y = \ln a + x \ln b$
Экспонента	$y = e^{a+bx}$	$\ln y = a + bx$



Оценка параметров уравнения парной линейной регрессии

- Для оценки параметров функций, линейных по параметрам, используется **метод наименьших квадратов (МНК)**

- МНК позволяет получить такие оценки параметров, при которых сумма квадратов отклонений фактических значений результативного признака от теоретических минимальна.

$$\sum (y - \hat{y})^2 \rightarrow \min$$



Оценка параметров уравнения парной линейной регрессии

Для линейных и нелинейных уравнений,
приводимых к линейным, решается
следующая система относительно b и a
:

$$\begin{cases} \Sigma y = na + b\Sigma x \\ \Sigma yx = a\Sigma x + b\Sigma x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{y} = a + b\bar{x} \\ \overline{yx} = a\bar{x} + b\overline{x^2} \end{cases}$$



Формулы расчета параметров уравнения парной регрессии

$$b = \frac{\overline{yx} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

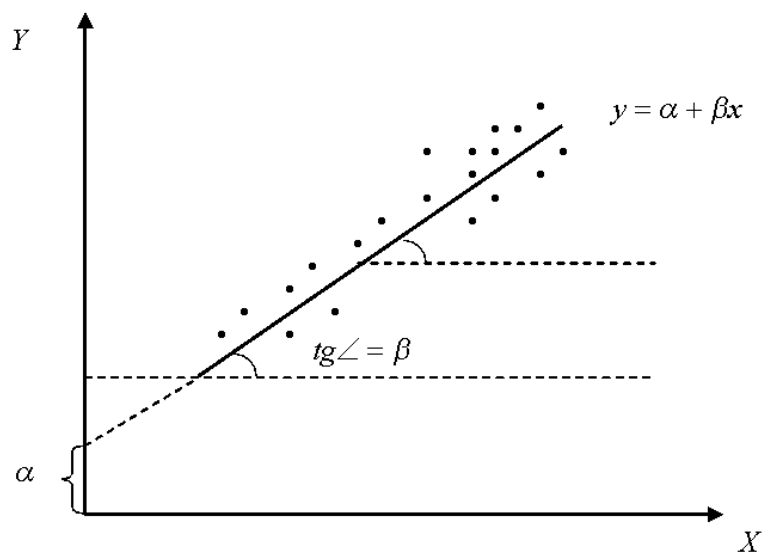
Свободный член уравнения регрессии (пересечение, *intercept*). Экономически не интерпретируется.

b — наклон линии регрессии (*slope*) или коэффициент регрессии. Он является мерой зависимости переменной y от переменной x .

В линейном уравнении регрессии параметр b является **абсолютным показателем силы связи**.



Линия регрессии





Условия применения МНК

- Модель регрессии должна быть линейной по параметрам
- Значения ошибки (остатка)- случайные. Их изменение не образует определенной модели
- Число наблюдений должно быть больше числа оцениваемых параметров (в 5-6 раз)
- Значения переменной x не должны быть одинаковыми
- Изучаемая совокупность должна быть однородной
- Отсутствие взаимосвязи между фактором x и остатком
- Модель регрессии должна быть корректно специфицирована
- В модели не должно наблюдаться тесной взаимосвязи между факторами (условие для множественной регрессии)



Пример

Федеральный округ	Инвестиции в основной капитал на душу населения, тыс. руб. 2009 г.	Валовой региональный продукт на душу населения, тыс. руб. 2009 г.
Центральный	51,9	308,3
Северо-Западный	69,4	253,2
Южный	51,7	145
Северо-Кавказский	20	86,3
Приволжский	42,4	163,3
Уральский	109,1	358,4
Сибирский	42,7	173,4
Дальневосточный	106,4	268,3

Продолжение примера

№	y	x	$y \cdot x$	x^2	y^2
1	308,3	51,9	16000,77	2693,61	95048,89
2	253,2	69,4	17572,08	4816,36	64110,24
3	145,0	51,7	7496,50	2672,89	21025
4	86,3	20,0	1726,00	400,00	7447,69
5	163,3	42,4	6923,92	1797,76	26666,89
6	358,4	109,1	39101,44	11902,81	128450,6
7	173,4	42,7	7404,18	1823,29	30067,56
8	268,3	106,4	28547,12	11320,96	71984,89
Итого	1756,2	493,6	124772	37427,68	444801,7
Среднее значение	219,525	61,7	15596,5	4678,46	55600,22



Линейная зависимость

$$b = \frac{15596,5 - 219,525 \cdot 61,7}{4678,46 - (61,7)^2} = 2,354$$

$$a = 219,525 - 2,354 \cdot 61,7 = 74,28$$

$$\hat{y} = 74,28 + 2,354x$$

Продолжение примера

№	y	x	lgy	lgx	lgy*lgx	(lgx) ²	y ²
1	308,3	51,9	2,488974	1,715167	4,269006	2,941799	95048,89
2	253,2	69,4	2,403464	1,841359	4,425641	3,390605	64110,24
3	145,0	51,7	2,161368	1,713491	3,703484	2,93605	21025
4	86,3	20,0	1,936011	1,30103	2,518808	1,692679	7447,69
5	163,3	42,4	2,212986	1,627366	3,601338	2,64832	26666,89
6	358,4	109,1	2,554368	2,037825	5,205354	4,15273	128450,6
7	173,4	42,7	2,239049	1,630428	3,650608	2,658295	30067,56
8	268,3	106,4	2,428621	2,026942	4,922672	4,108492	71984,89
Итого	1756,2	493,6	18,42484	13,89361	32,29691	24,52897	444801,7
Среднее значение	219,525	61,7	2,303105	1,736701	4,037114	3,066121	55600,22



Степенная зависимость

$$y = ax^b$$

$$\lg y = \lg a + b \lg x$$

$$b = \frac{\overline{\lg y \lg x} - \overline{\lg y} \cdot \overline{\lg x}}{(\overline{\lg x})^2 - (\overline{\lg x})^2} = 0,746$$

$$\lg a = \overline{\lg y} - b \overline{\lg x} = 1,007$$



Степенная зависимость

$$\lg y = 1,007 + 0,746 \lg x$$

$$\hat{y} = 10^{1,007} x^{0,746} = 10,16 x^{0,746}$$



Показатели силы связи в моделях парной регрессии

- **Абсолютные.** Показывают, на сколько единиц в среднем изменяется результативный признак при изменении факторного признака на одну единицу. В линейном уравнении параметр b - абсолютный показатель силы связи
- **Относительные (коэффициенты эластичности).** Показывают, на сколько процентов в среднем изменяется результативный признак при изменении факторного признака на один процент

$$\varepsilon = f'(x) \frac{x}{y}$$

Абсолютные и относительные показатели силы связи для основных видов функций

Функция	Исходное уравнение	Показатели силы связи	
		Абсолютный	Относительный
Линейная	$y = a + bx$	b	$\frac{bx}{a + bx} = b \frac{x}{y}$
Степенная	$y = ax^b$	abx^{b-1}	b
Показательная	$y = ab^x$	$ab^x \ln b$	$x \ln b$
Гипербола	$y = a + \frac{b}{x}$	$-\frac{b}{x^2}$	$-\frac{b}{ax + b}$
Парабола второго порядка	$y = a + bx + cx^2$	$b + 2cx$	$\frac{(b + 2cx)x}{a + bx + cx^2}$



Продолжение примера

$$\hat{y} = 74,28 + 2,354x$$

С увеличением инвестиций в основной капитал на 1 тыс. руб. ВРП на душу населения возрастает в среднем на 2,354 тыс. руб.



Продолжение примера

Линейная функция:

$$\varepsilon = b \frac{\bar{x}}{y} = 2,354 \frac{61,7}{219,525} = 0,662\%$$

Степенная функция:

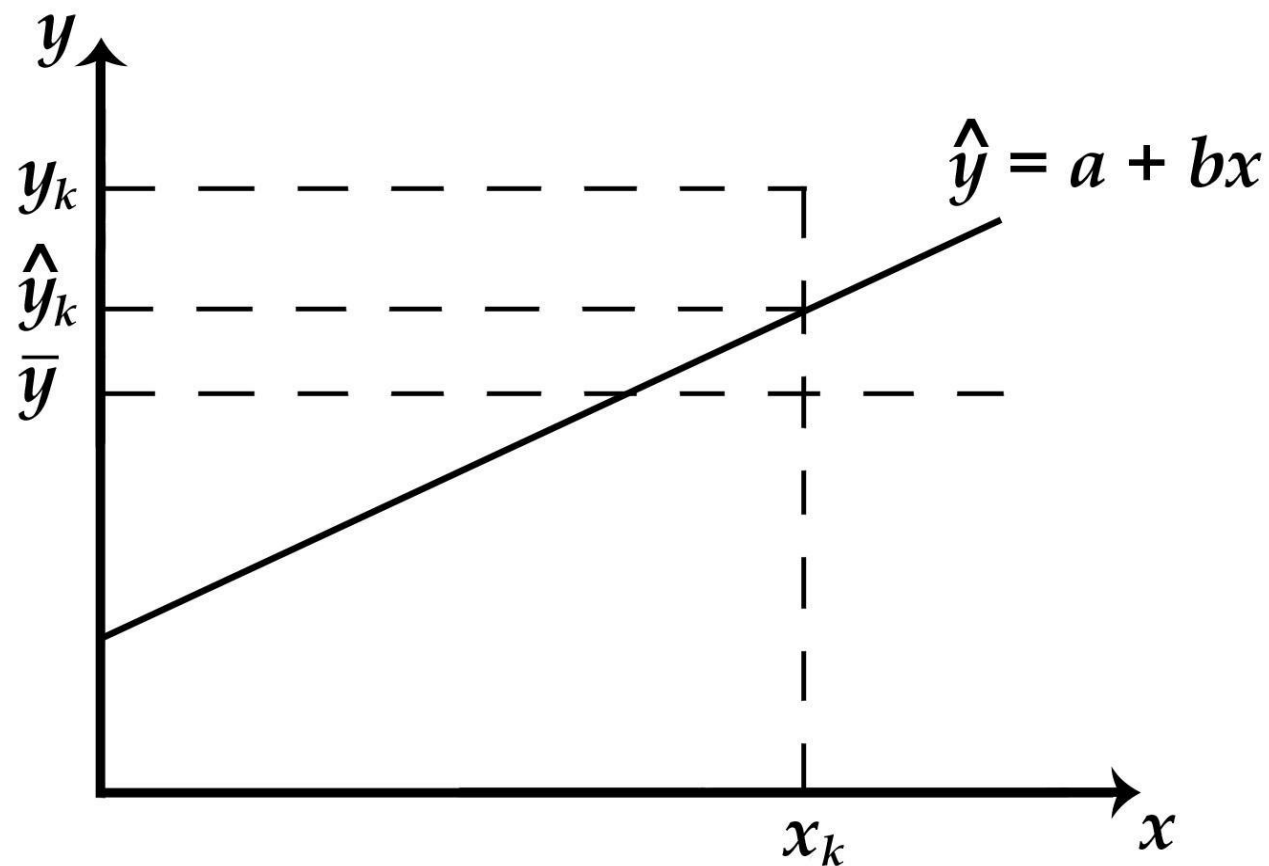
$$\varepsilon = b = 0,746\%$$



Показатели тесноты связи в моделях парной регрессии

Коэффициент детерминации

показывает долю вариации (дисперсии)
результативного признака, объясняемую
регрессией, в общей вариации
результата





Правило сложения дисперсий

$\Sigma(y - \bar{y})^2 = SS_T$ - общая сумма квадратов отклонений
(*total sum of squares*)

$\Sigma(\hat{y} - \bar{y})^2 = SS_R$ - факторная сумма квадратов
отклонений (*sum of squares due to regression*)

$\Sigma(y - \hat{y})^2 = SS_E$ - остаточная сумма квадратов
отклонений (*sum of squares due to error*)

$$SS_T = SS_R + SS_E$$



Коэффициент детерминации

$$r^2 = \frac{SS_R}{SS_T} = 1 - \frac{SS_E}{SS_T}$$

$$0 \leq r^2 \leq 1$$



Коэффициент корреляции

$$r_{yx} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = \frac{\overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_y \sigma_x}$$

$$-1 \leq r \leq 1$$



Шкала значений коэффициента (индекса) корреляции

- До 0,3 связь слабая
- 0,3-0,5 связь умеренная
- 0,5-0,7 связь заметная
- 0,7-0,9 связь высокая
- 0,9-1,0 связь весьма высокая, близкая к функциональной



Свойства линейного коэффициента корреляции

- Это стандартизованный коэффициент регрессии
- Сравним для признаков, имеющих различные единицы измерения $r_{yx} = 0$
- Если связь между y и x отсутствует, то $r_{yx} = 0$;
если $r_{yx} = 0$, это не всегда означает отсутствия связи (связь может быть нелинейной)
-



Продолжение примера
Линейная функция

$$\hat{y} = 74,28 + 2,354x$$

$$\sigma_y^2 = \overline{y^2} - (\overline{y})^2 = 55600,22 - 219,525^2 = 7408,99$$

$$SS_T = \sigma_y^2 \cdot n = 7408,99 \cdot 8 = 59271,92$$



Продолжение примера

Расчет остаточной суммы квадратов отклонений по линейной функции

$N_{\text{б}}$	y	$\hat{y}$	$y - \hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$
1	308,3	196,4526	111,8474	12509,84
2	253,2	237,6476	15,5524	241,8771
3	145,0	195,9818	-50,9818	2599,144
4	86,3	121,36	-35,06	1229,204
5	163,3	174,0896	-10,7896	116,4155
6	358,4	331,1014	27,2986	745,2136
7	173,4	174,7958	-1,3958	1,948258
8	268,3	324,7456	-56,4456	3186,106
Итого	X	X	X	20629,75



Продолжение примера

Расчет теоретических значений результативного признака линейной функции

$$\hat{y} = 74,28 + 2,354x$$

$$\hat{y}_1 = 74,28 + 2,354 \cdot 51,9 = 196,4526$$

$$\hat{y}_2 = 74,28 + 2,354 \cdot 69,4 = 237,6476$$

...



Продолжение примера
Расчет коэффициента детерминации для линейной функции

$$r^2 = 1 - \frac{20629,75}{59271,92} = 0,652$$



Продолжение примера
Расчет теоретических значений результативного признака степенной функции

$$\hat{y} = 10,16x^{0,746}$$

$$\hat{y}_1 = 10,16 \cdot 51,9^{0,746} = 13206,91$$

$$\hat{y}_2 = 10,16 \cdot 69,4^{0,746} = 169,3616$$

...



Продолжение примера

Расчет остаточной суммы квадратов отклонений по степенной функции

$N_{\text{б}}$	y	$\hat{y}$	$y - \hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$
1	308,3	193,3787	114,9213	13206,91
2	253,2	240,1861	13,0139	169,3616
3	145	192,8225	-47,8225	2286,989
4	86,3	94,94281	-8,64281	74,69818
5	163,3	166,3063	-3,00628	9,037691
6	358,4	336,5976	21,80243	475,3461
7	173,4	167,1833	6,216696	38,64731
8	268,3	330,3636	-62,0636	3851,888
Итого	X	X	X	20112,88



Продолжение примера
Расчет показателей корреляции

$$r = \sqrt{r^2} = \sqrt{0,652} = 0,807$$

$$r_{yx} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 2,354 \frac{29,522}{86,075} = 0,807$$

$$\sigma_y = \sqrt{7408,99} = 86,075$$

$$\sigma_x = \sqrt{4678,46 - 61,7^2} = 29,522$$



Статистическая проверка гипотез

Статистической гипотезой

называется предположение о свойстве генеральной совокупности, которое можно проверить, опираясь на данные выборки. Обозначается буквой H (лат. *hypothesis*)



Статистическая оценка достоверности регрессионной модели

- Выдвигается $H_0: r^2$ в генеральной совокупности
- Выдвигается $H_1: r^2$ в генеральной совокупности
- Определяется уровень значимости α (1 минус доверительная вероятность)
- Рассчитывается критерий Фишера F
- Определяется табличное значение критерия Фишера $F_{tab.}$
- Фактическое значение сравнивается с табличным



- **Критическая область** – это область, попадание значения статистического критерия в которую приводит к отклонению H_0 . Вероятность попадания значения критерия в эту область равна принятому уровню значимости (1 минус доверительная вероятность)
- **Область допустимых значений** - область, попадание значения статистического критерия в которую приводит к принятию нулевой гипотезы



Оценка значимости уравнения регрессии

- Если $F > F_{tab.}$, то гипотеза о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается статистическая значимость и надежность уравнения
- Если $F < F_{tab.}$, то гипотеза о случайной природе оцениваемых характеристик не отклоняется и признается статистическая незначимость, ненадежность уравнения регрессии



- Число степеней свободы (*degrees of freedom - df*) - число свободно варьируемых переменных

$$df_T = df_R + df_E$$

- $$(n - 1) = m + (n - m - 1)$$

n - число единиц совокупности

m - число параметров при переменных (число факторов)



**Факторная дисперсия на одну
степень свободы**

$$MS_R = \frac{SS_R}{df_R} = \frac{\sum (\hat{y} - \bar{y})^2}{m}$$

**Остаточная дисперсия на
одну степень свободы**

$$MS_E = \frac{SS_E}{df_E} = \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n - m - 1}$$

F-критерий Фишера

$$F = \frac{MS_R}{MS_E}$$
$$F = \frac{r_{yx}^2}{1 - r_{yx}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m}$$



Продолжение примера

Расчет критерия Фишера

Для линейной функции:

$$F = \frac{r_{yx}^2}{1 - r_{yx}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m} = \frac{0,652}{1 - 0,652} \cdot \frac{8 - 1 - 1}{1} = 11,2$$

Для степенной функции:

$$F = \frac{0,661}{1 - 0,661} \cdot \frac{8 - 1 - 1}{1} = 11,7$$



Таблица дисперсионного анализа

Источник вариации	df	SS	MS	F
Регрессия	1	38642,17	38642,17	11,24
Остаток	6	20629,75	3438,29	X
Итого	7	59271,92	X	X



Оценка качества модели на основе ошибки аппроксимации

$$\bar{A} = \frac{\sum \left| \frac{y - \hat{y}}{y} \right| \cdot 100}{n}$$

Продолжение примера

Расчет ошибки аппроксимации для линейной функции

№	x	y	$\hat{y}$	$y - \hat{y}$	$\left \frac{y - \hat{y}}{y} \right \cdot 100$
1	51,9	308,3	196,4526	111,8474	36,2788
2	69,4	253,2	237,6476	15,5524	6,1423
3	51,7	145,0	195,9818	-50,9818	35,1599
4	20,0	86,3	121,36	-35,06	40,6257
5	42,4	163,3	174,0896	-10,7896	6,6072
6	109,1	358,4	331,1014	27,2986	7,6168
7	42,7	173,4	174,7958	-1,3958	0,8050
8	106,4	268,3	324,7456	-56,4456	21,0382
Итого	X	X	X	X	154,2739

$$\bar{A} = \frac{154,2739}{8} = 19,28\%$$



Оценка значимости коэффициентов регрессии

- Выдвигается H_0 : коэффициент регрессии в генеральной совокупности равен 0
- Выдвигается H_1 : коэффициент регрессии в генеральной совокупности не равен 0
- Определяется уровень значимости α
- Рассчитывается критерий Стьюдента t_b
- Определяется табличное (критическое) значение критерия Стьюдента $t_{tab.}$
- Фактическое значение сравнивается с табличным



- Если $t > t_{tab.}$, то H_0 отклоняется, то есть параметр b не случайно отличается от нуля, и сформировался под влиянием систематически действующего фактора
- Если $t < t_{tab.}$, то H_0 не отклоняется, и признается случайная природа формирования параметра ϕ



Расчет критерия Стьюдента

$$t_b = \frac{b}{Se_b}$$

Se_b - случайная ошибка коэффициента регрессии

$$Se_b = \sqrt{\frac{MS_E}{\sum (x - \bar{x})^2}}$$



Продолжение примера

$$Se_b = \sqrt{\frac{MS_E}{\sum (x - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{3438,29}{6972,38}} = 0,7022$$

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 4678,46 - (61,7)^2 = 871,548$$

$$\sum (x - \bar{x})^2 = \sigma_x^2 \cdot n = 871,548 \cdot 8 = 6972,38$$



Продолжение примера

$$t_b = \frac{b}{Se_b} = \frac{2,354}{0,7022} = 3,35$$

$$t_b^2 = F = 3,35^2 = 11,22$$

$$\square t_{tab.} = 2,447$$

$$\square t > t_{tab.}$$



Построение доверительных интервалов для коэффициентов регрессии

$$\Delta_b = \pm t_{tab.} \cdot Se_{(b)}$$

$$b - \underbrace{t_{tab.} \cdot Se_{(b)}}_{\Delta_b} \leq b \leq b + \underbrace{t_{tab.} \cdot Se_{(b)}}_{\Delta_b}$$

$$\Delta_b = \pm 2,447 \cdot 0,7022 = 1,7183$$

$$2,354 - 1,718 \leq b \leq 2,354 + 1,718$$

$$0,636 \leq b \leq 4,072$$



Расчет показателей регрессии и корреляции с помощью пакета анализа в Excel

- **Установка пакета анализа:**
 - Кнопка «Office»
 - Параметры *Excel*
 - Надстройки
 - Надстройки *Excel*
 - Перейти
 - Пакет анализа
- **После установки пакета анализа:**
 - Данные
 - Анализ данных
 - Регрессия



Расчет показателей регрессии и корреляции с помощью пакета анализа в Excel

- В диалоговом окне «**регрессия**» задаются следующие параметры:
- -**Входной интервал Y** , - водится ссылка на диапазон ячеек, содержащий данные результативного признака
- **Входной интервал X** , - водится ссылка на диапазон ячеек, содержащий данные факторного признака
- -Если данные выделяются с названием граф, то устанавливается флажок **метки**
- -Параметры вывода: **выходной интервал** (вводится ссылка на любую свободную ячейку на данном рабочем листе); **другой рабочий лист** или **другая рабочая книга**
- -ОК

Регрессия



Входные данные

Входной интервал Y:



Входной интервал X:



☐ Метки

☐ Константа - ноль

☐ Уровень надежности:

95 %

ОК

Отмена

Справка

Параметры вывода

☐ Выходной интервал:



☒ Новый рабочий лист:

☐ Новая рабочая книга

Остатки

☐ Остатки

☐ График остатков

☐ Стандартизованные остатки

☐ График подбора

Нормальная вероятность

☐ График нормальной вероятности



Использование модели парной регрессии для прогнозирования

Точечный прогноз осуществляется путем подстановки в найденное уравнение регрессии прогнозного значения

x_p :

$$\hat{y}_p = a + bx_p$$



■ *Интервальный прогноз*

Определяется средняя ошибка прогнозного индивидуального значения y :

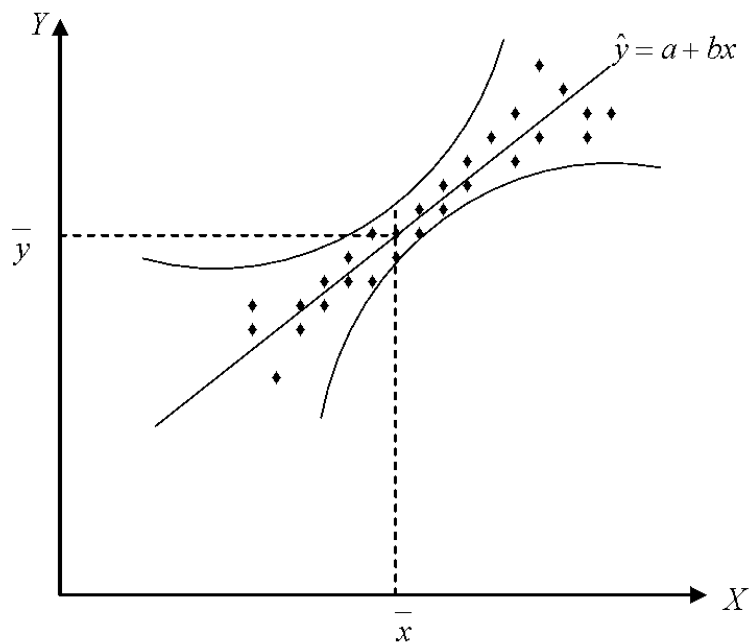
$$Se_{(\hat{y}_p)} = \sqrt{MS_E \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2} \right]}$$

Строится доверительный интервал прогноза:

$$\hat{y}_p - t_{tab.} \cdot Se_{(\hat{y}_p)} \leq \hat{Y}_p \leq \hat{y}_p + t_{tab.} \cdot Se_{(\hat{y}_p)}$$



95%-ый доверительный интервал





Продолжение примера

С вероятностью 0,95 построить доверительный интервал прогнозного значения валового регионального продукта на душу населения в предположении, инвестиции в основной капитал на душу населения увеличатся на 10% от своего среднего уровня.

- Найдем прогнозное значение инвестиций:

$$x_p = 493,6 \cdot 1,1 = 542,96$$

- Найдем по найденному уравнению регрессии прогнозное значение регионального продукта:

$$\hat{y}_p = 74,28 + 2,354 \cdot 542,96 = 1352,41$$



Продолжение примера

- Определим среднюю ошибку прогнозного индивидуального значения y :

$$\begin{aligned} Se_{(\hat{y}_p)} &= \sqrt{MS_E \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2} \right]} = \\ &= \sqrt{3438,29 \left(1 + \frac{1}{8} + \frac{(542,96 - 493,6)^2}{6972,38} \right)} = 71,2 \end{aligned}$$



Продолжение примера

- Построим доверительный интервал прогноза:

$$1352,41 - 2,447 \cdot 71,2 \leq \hat{Y}_p \leq 1352,41 + 2,447 \cdot 71,$$

$$1178,18 \leq \hat{Y}_p \leq 1526,64$$

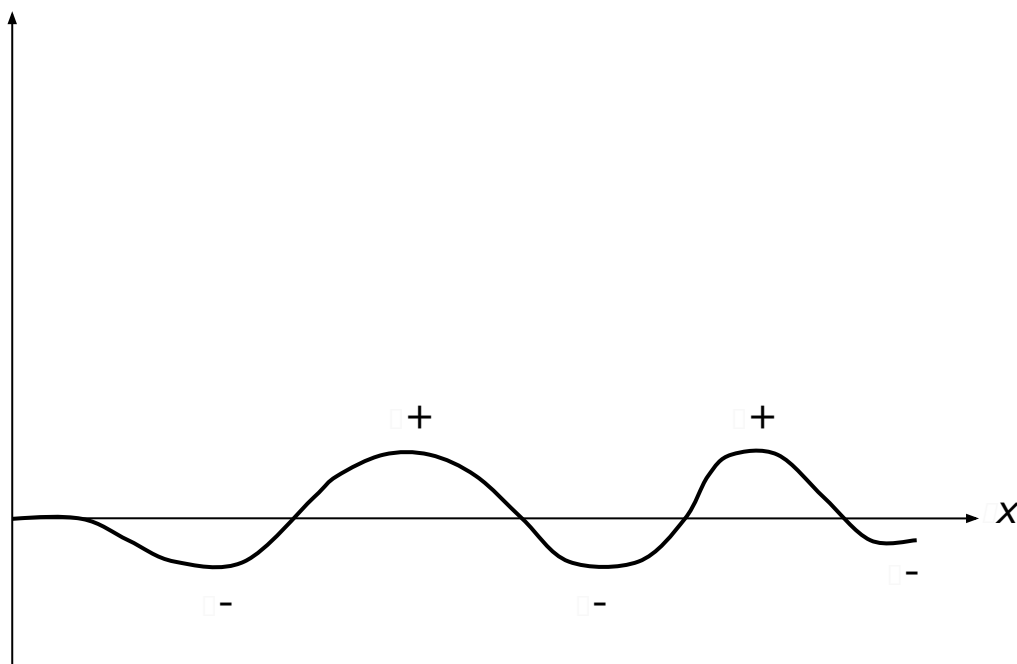


Свойства остатков

- Отсутствие связи между остатками и объясняющей переменной
- Отсутствие связи между остатками и предсказанными значениями
- Математическое ожидание остатков равно нулю
- Остатки имеют постоянную дисперсию. Дисперсия остатков равна единице. Постоянство дисперсии остатков называют гомоскедастичностью остатков. Если же дисперсия остатков непостоянна, то имеет место гетероскедастичность остатков
- Остатки не коррелированы между собой
- Остатки распределены по нормальному закону распределения

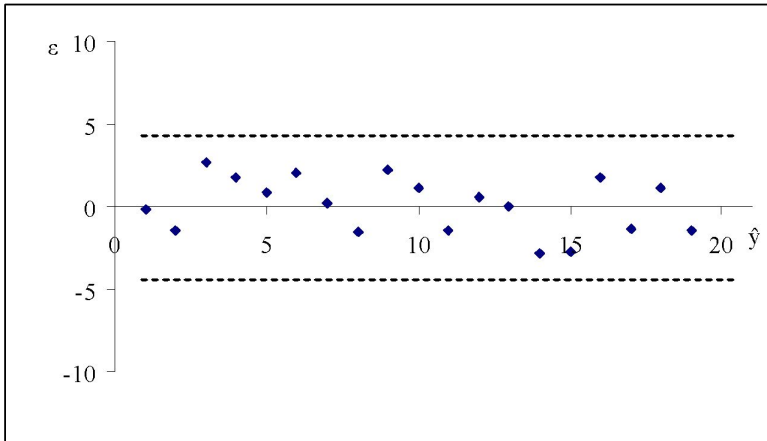


График остатков (*residual plot*) (случай гомоскедастичности)

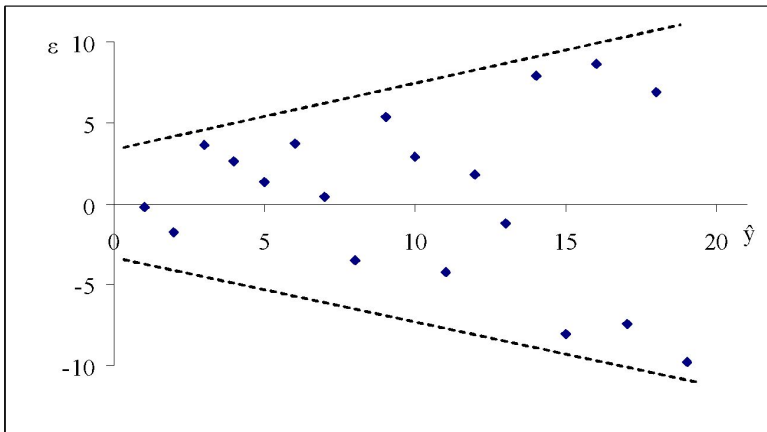




Зависимость остатков от выровненного значения результата



нет зависимости (гомоскедастичность)



дисперсия остатков увеличивается с увеличением выровненного значения результата (один из случаев гетероскедастичности)