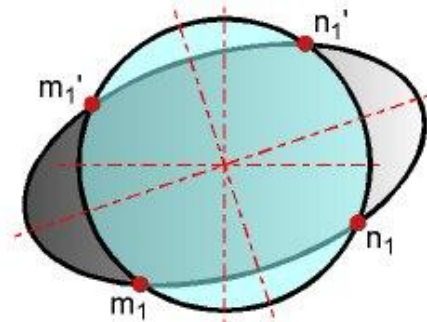
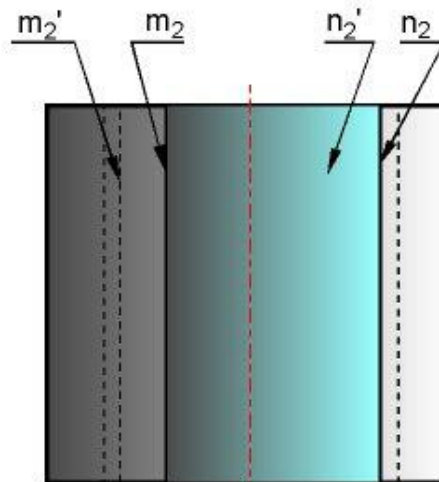


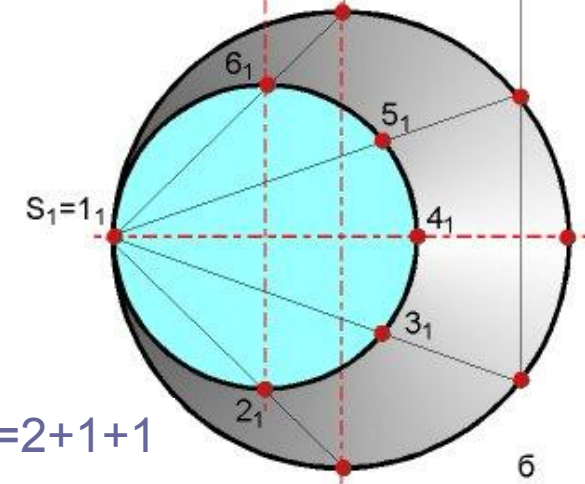
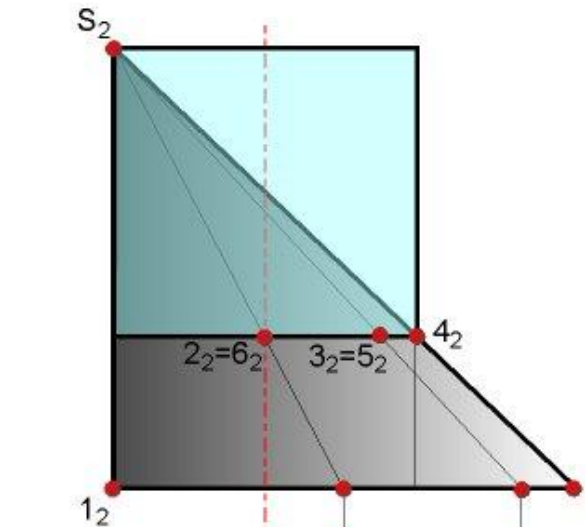
Особые случаи пересечения

Две поверхности 2-ого порядка пересекаются в общем случае по кривой 4-ого порядка (2x2)

В особых случаях линия пересечения распадается на 2 и более, но порядок при этом не меняется.



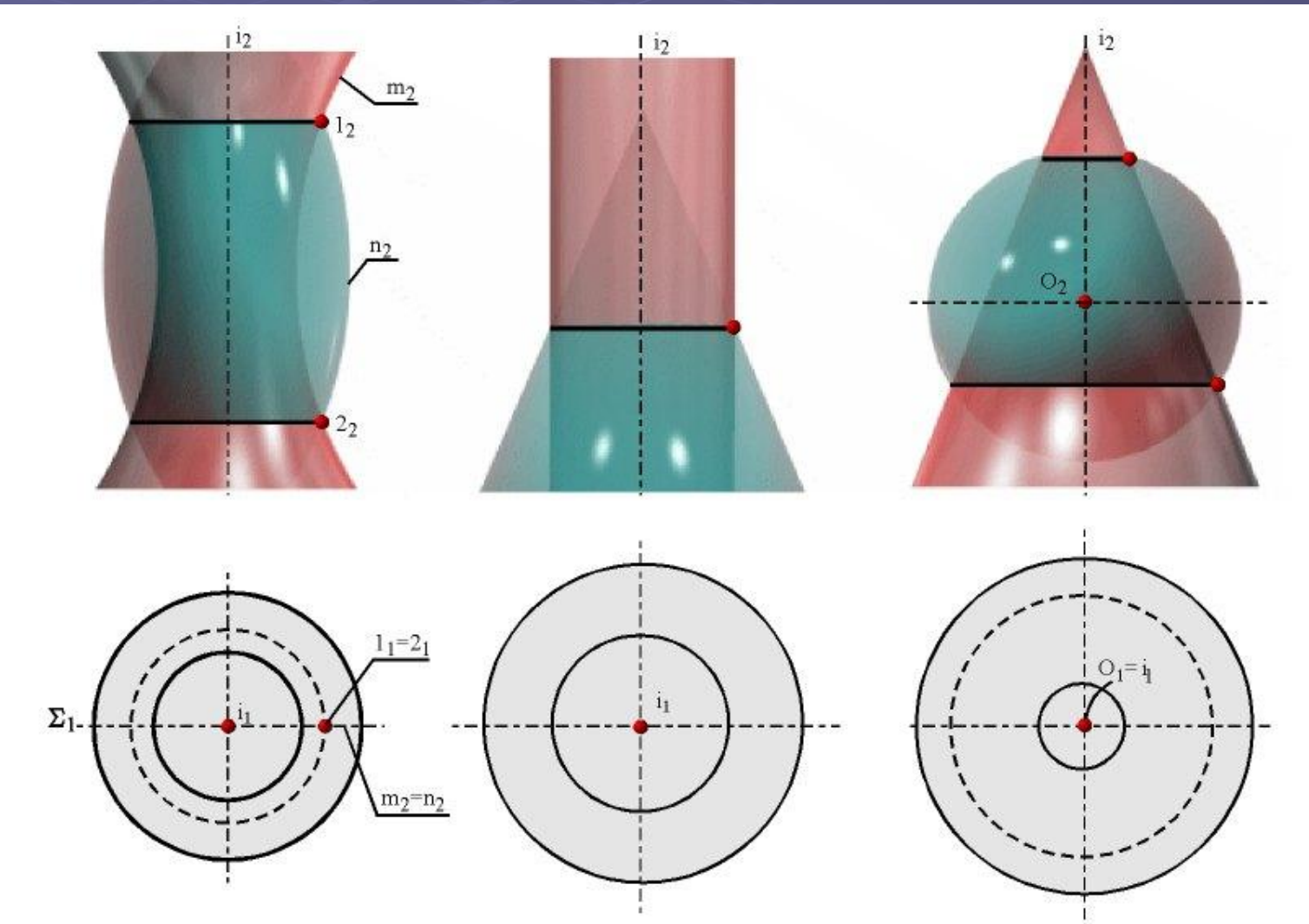
$$4 = 1 + 1 + 1 + 1$$



$$4 = 2 + 1 + 1$$

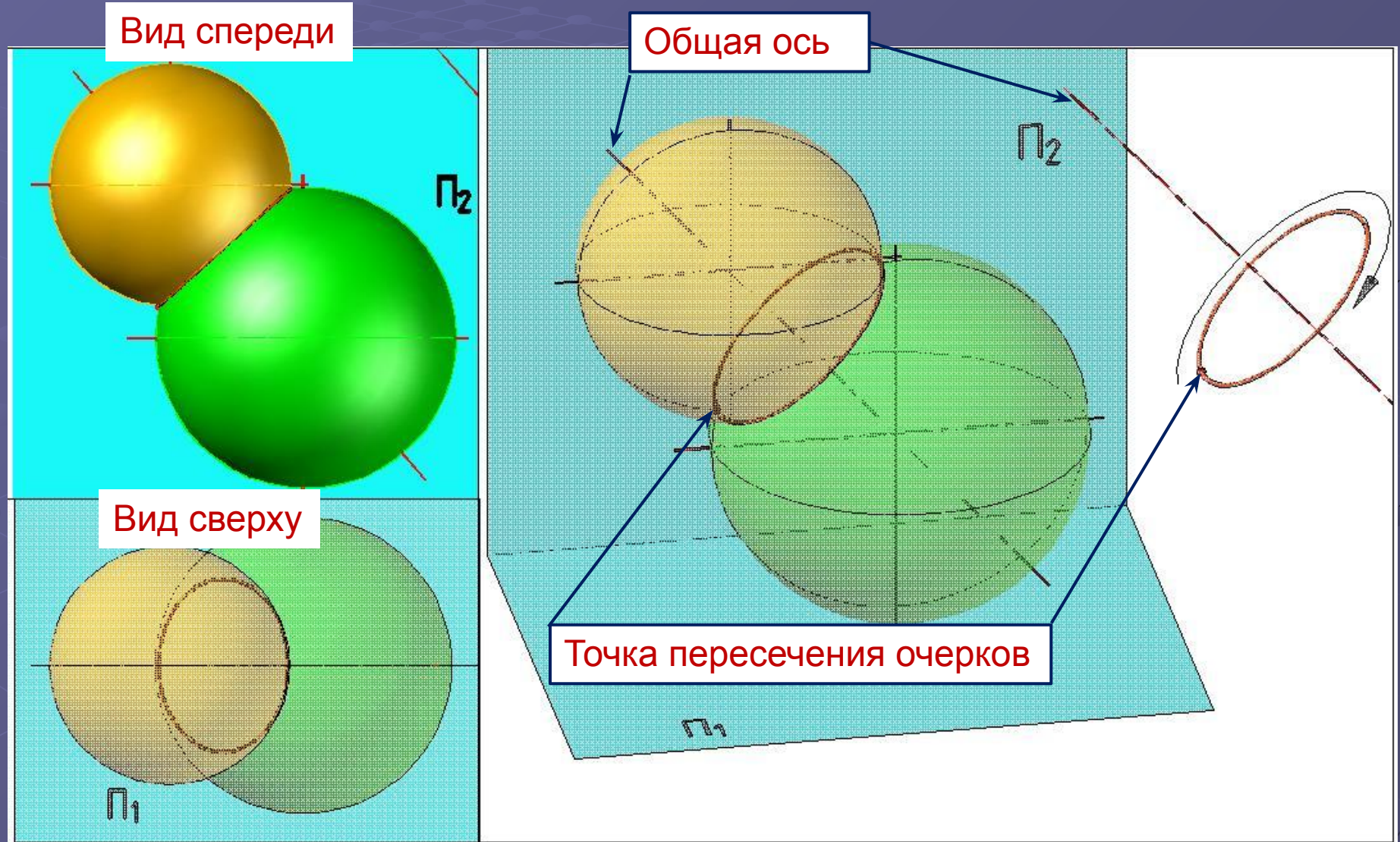
Пересечение соосных поверхностей вращения

Соосными называются поверхности вращения, имеющие общую ось. Соосные поверхности вращения пересекаются по окружностям.



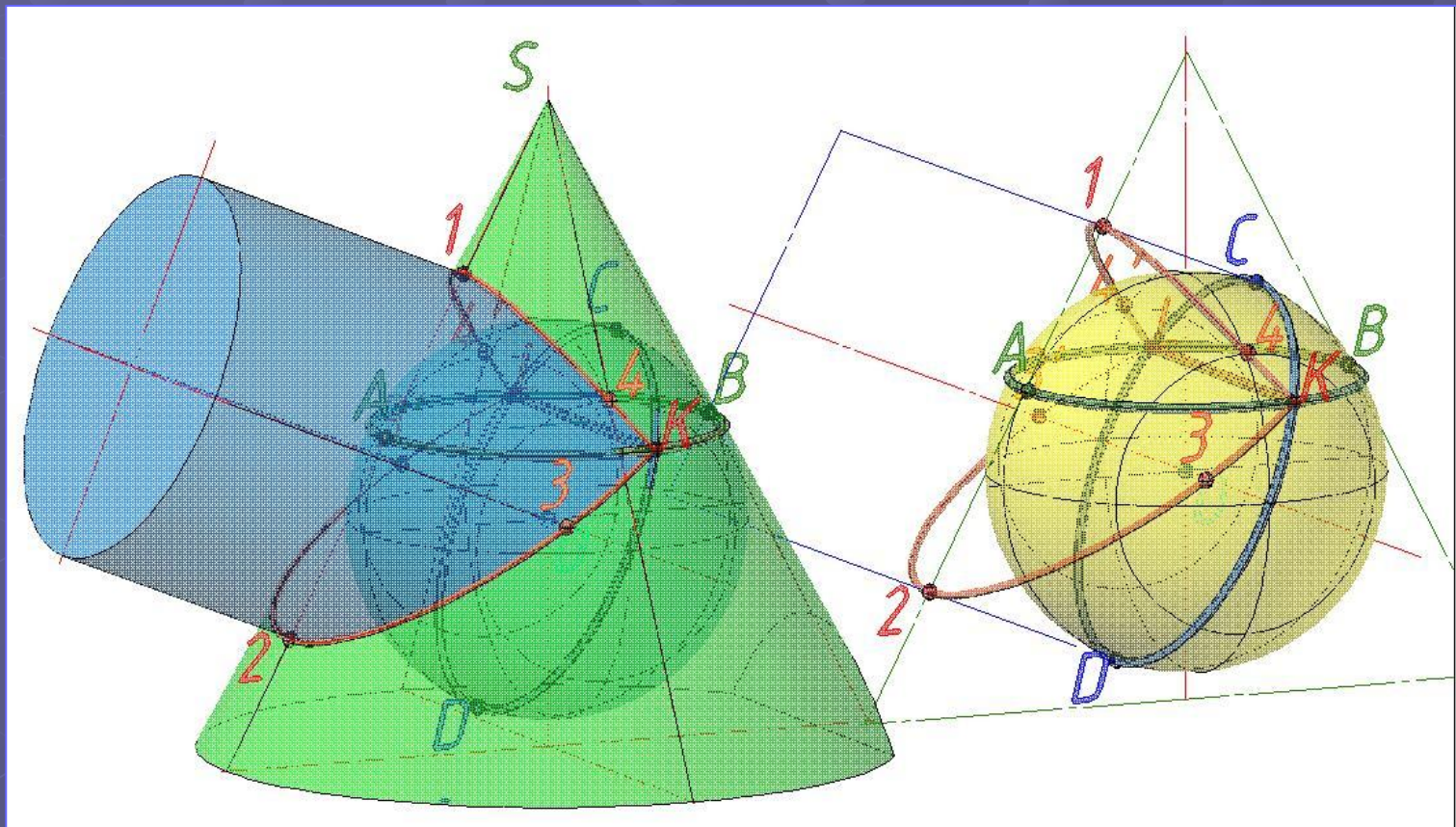
Пересечение соосных поверхностей вращения

Соосные сферы пересекаются по окружности.

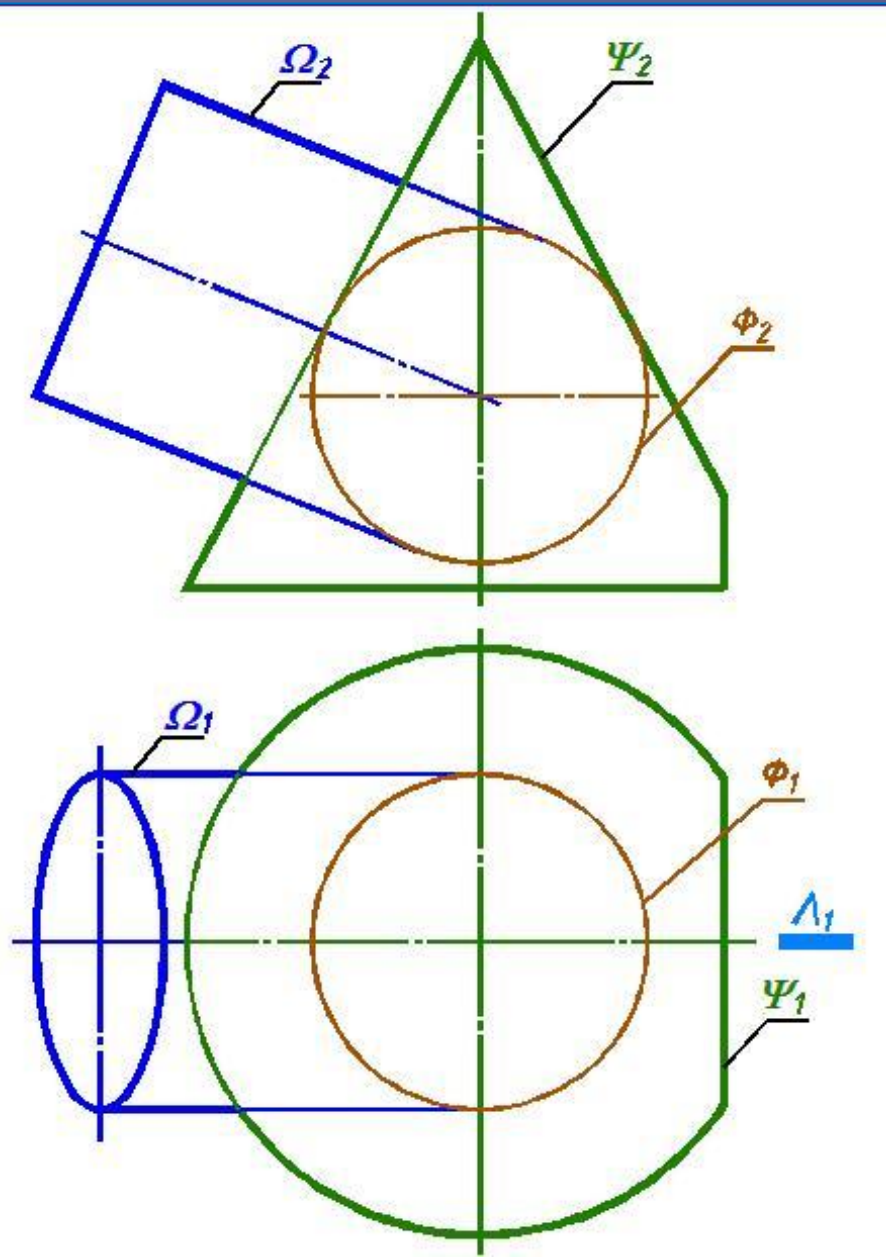


Теорема Монжа

Если две поверхности второго порядка описаны около третьей поверхности или вписаны в нее, то они пересекаются по двум плоским кривым, плоскости которых проходят через прямую (KL), соединяющую точки пересечения линий касания (AB и CD).



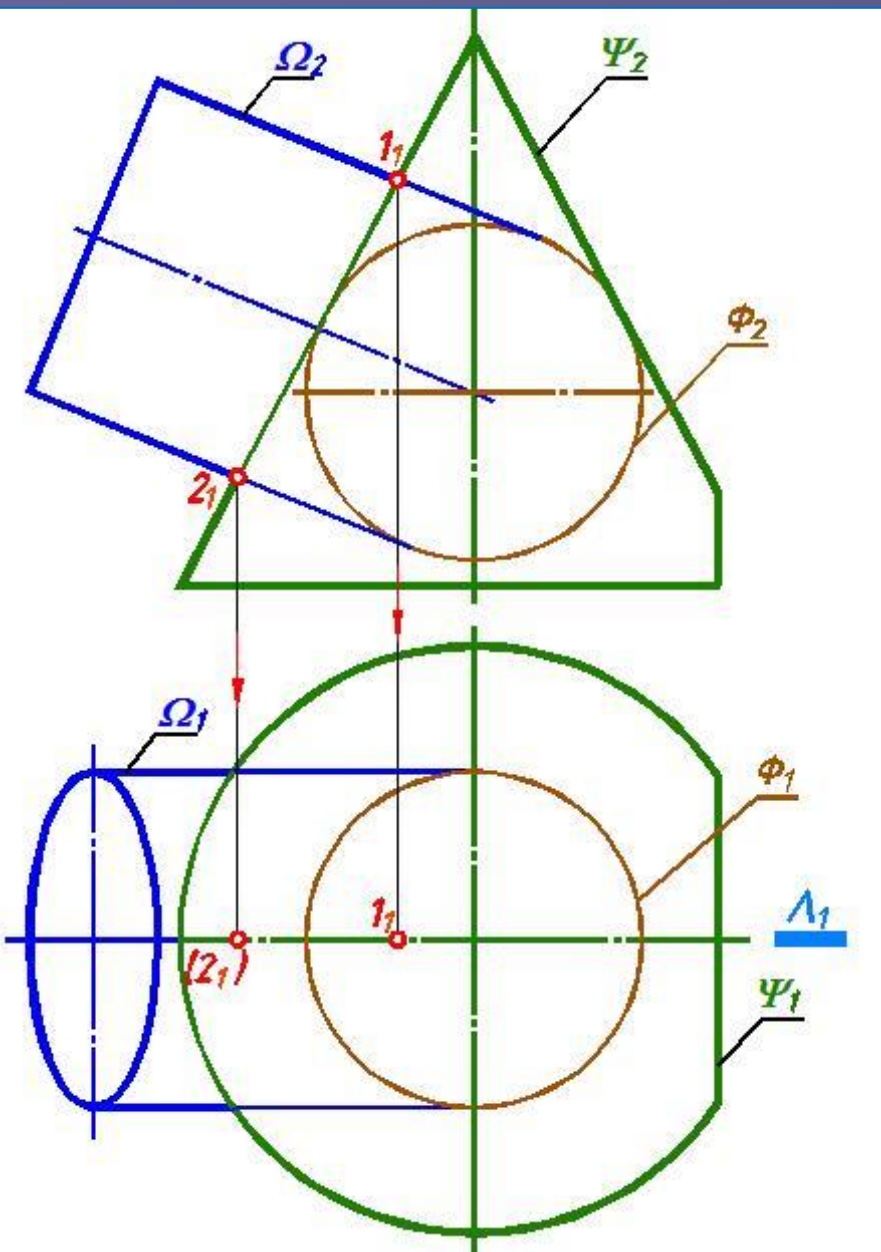
Теорема Монжа



Задача. Построить проекции линии пересечения поверхностей конуса (Ψ) и цилиндра (Ω). Определить видимость.

1. Заданы две поверхности вращения, описанные вокруг сферы Φ .
2. На основании теоремы Монжа искомая линия пересечения - две плоские кривые второго порядка.

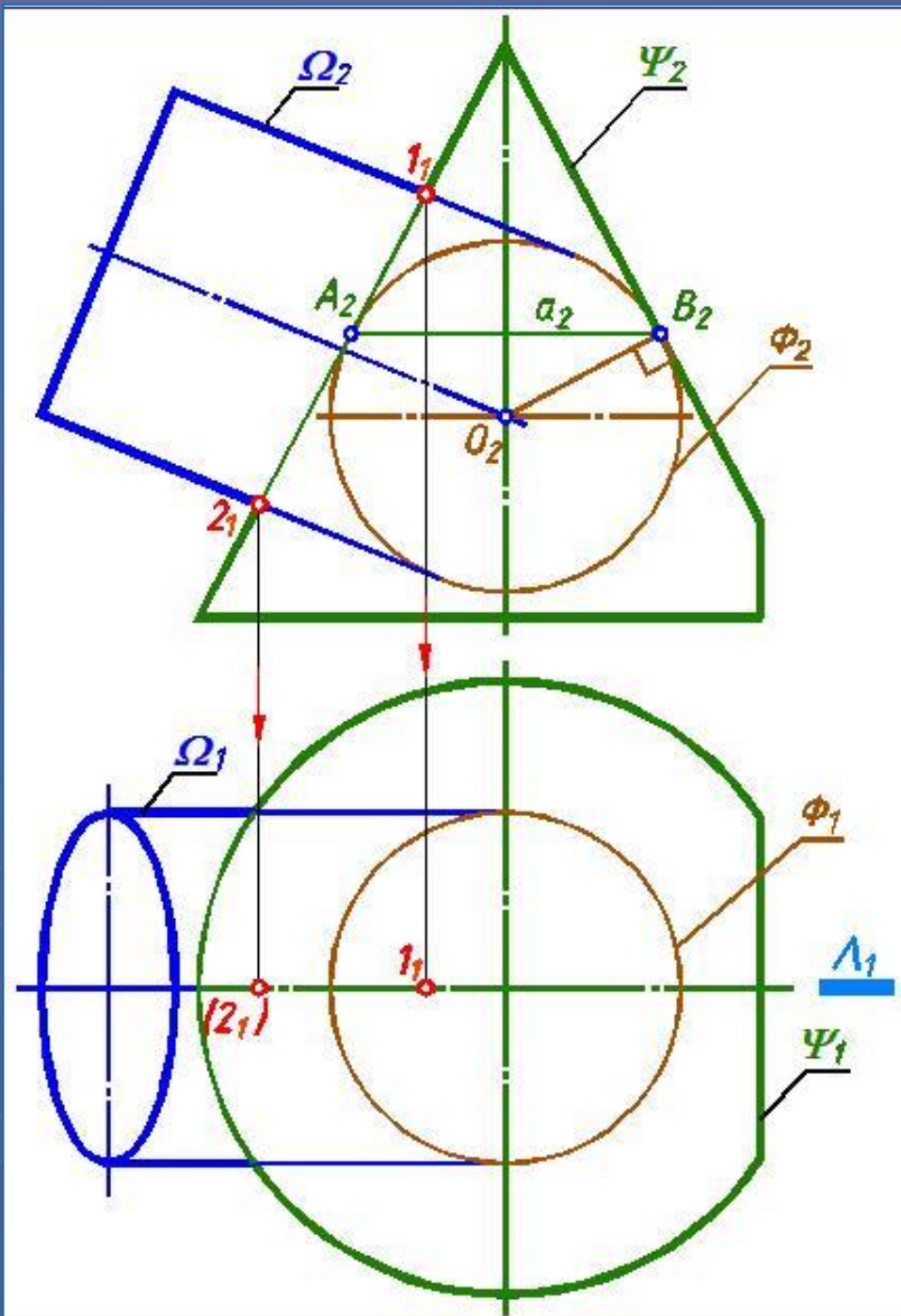
Теорема Монжа



3. Опорные точки.
Экстремальные (они же очерковые относительно Π_2) точки **1** и **2** построены с помощью **общей плоскости симметрии Λ** (очерк – ось).

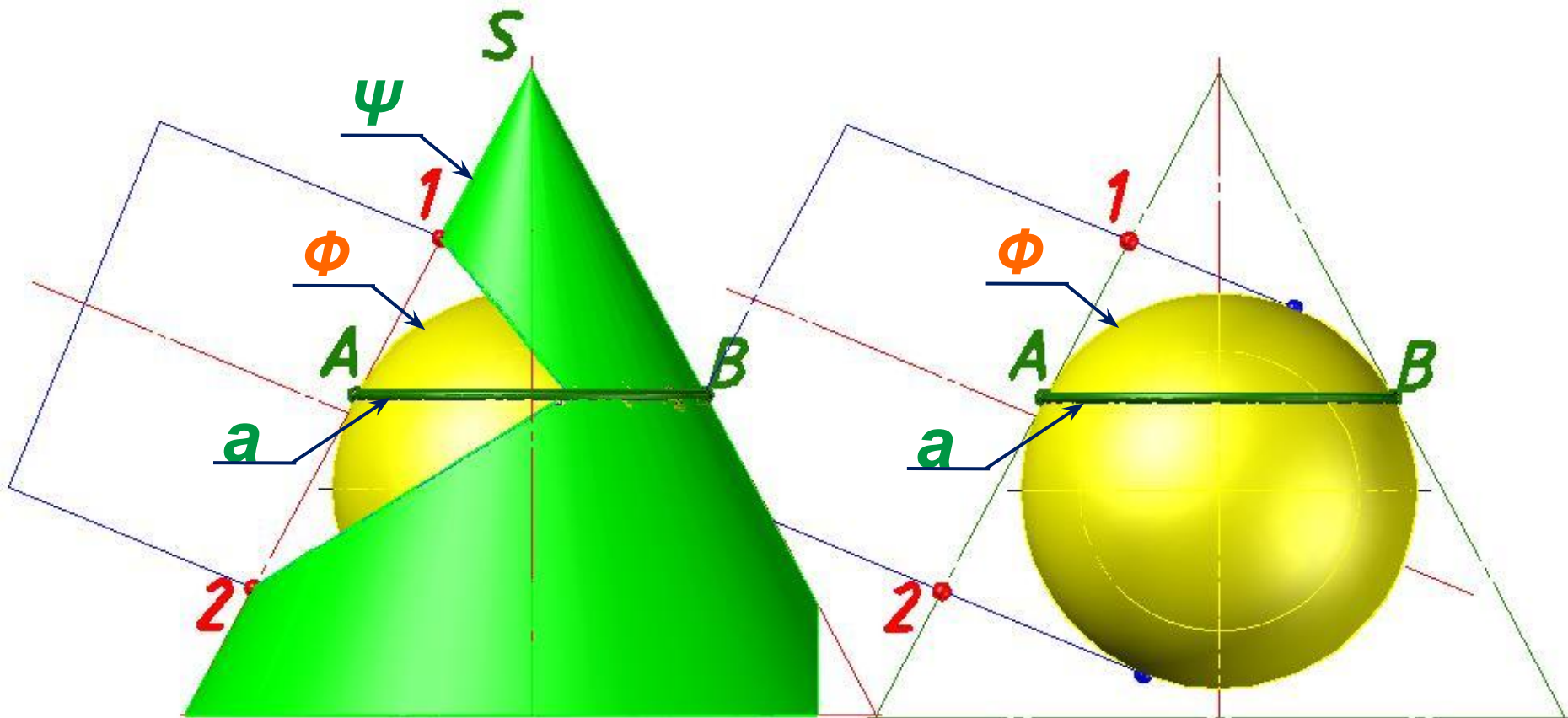
Теорема Монжа

Находим линию $a(AB)$ касания сферы Φ и конуса Ψ , соединив точки касания A и B .



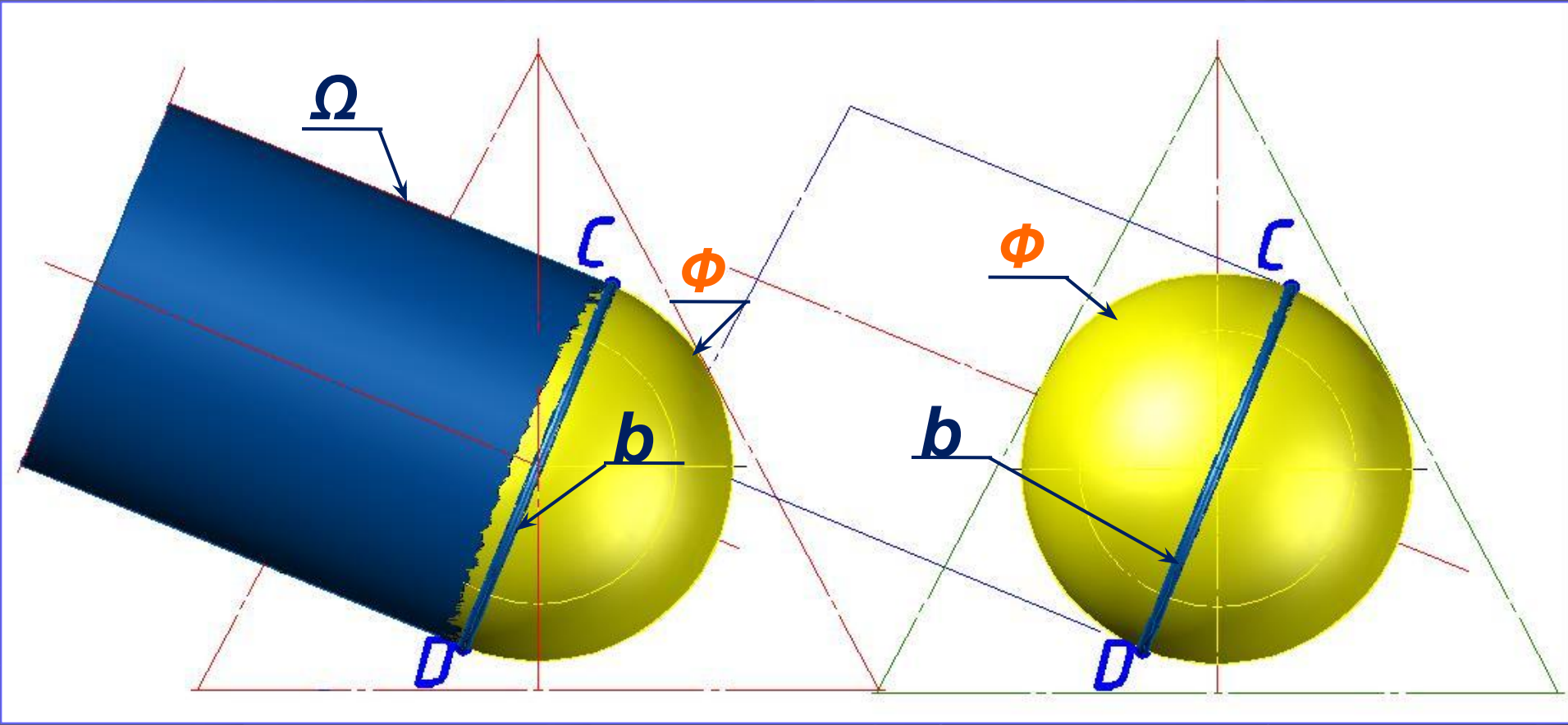
Теорема Монжа

Находим линию $a(AB)$ касания сферы Φ и конуса Ψ , соединив точки касания A и B .



Теорема Монжа

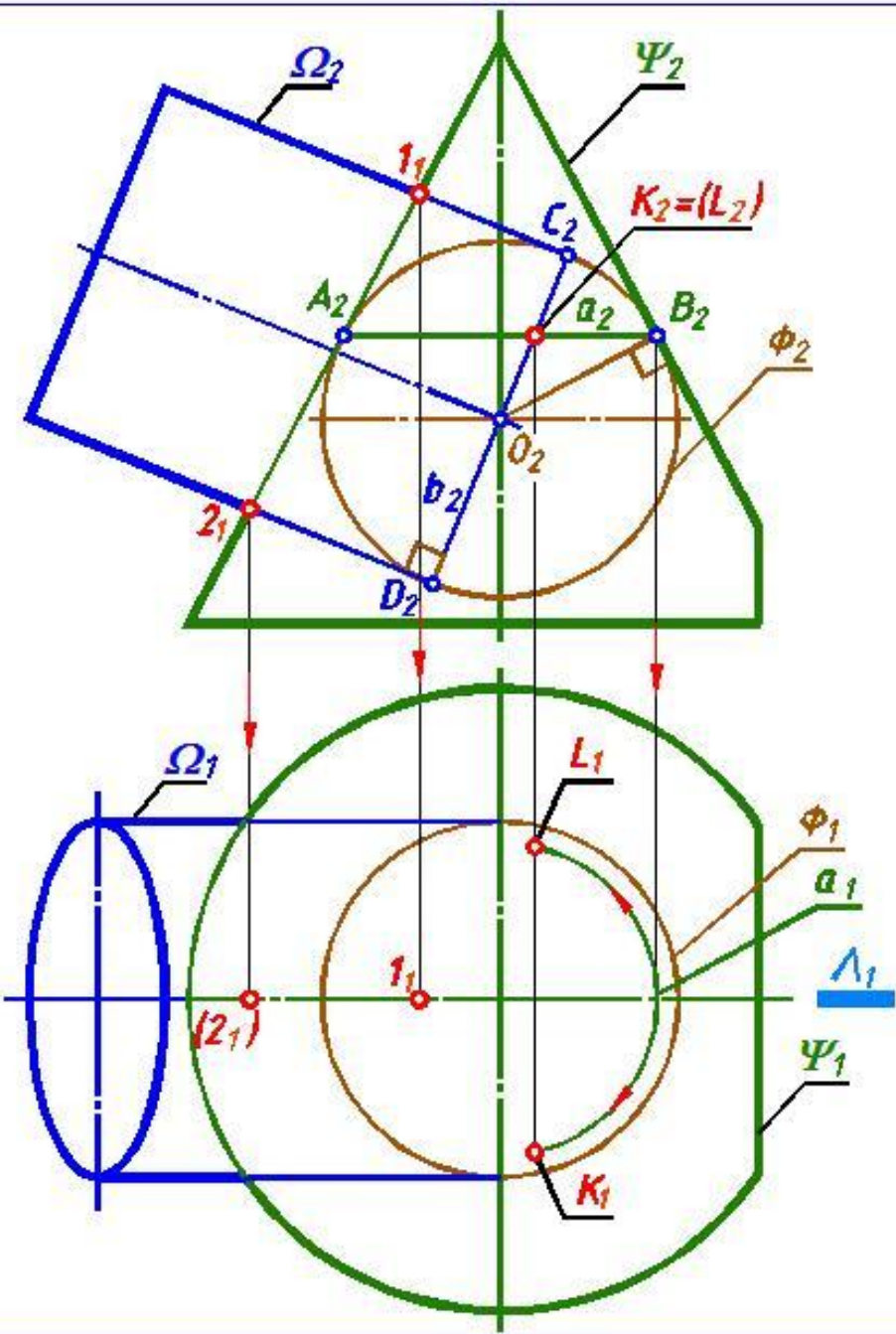
Находим линию $b(CD)$ касания сферы Φ и цилиндра Ω , соединив точки касания C и D .



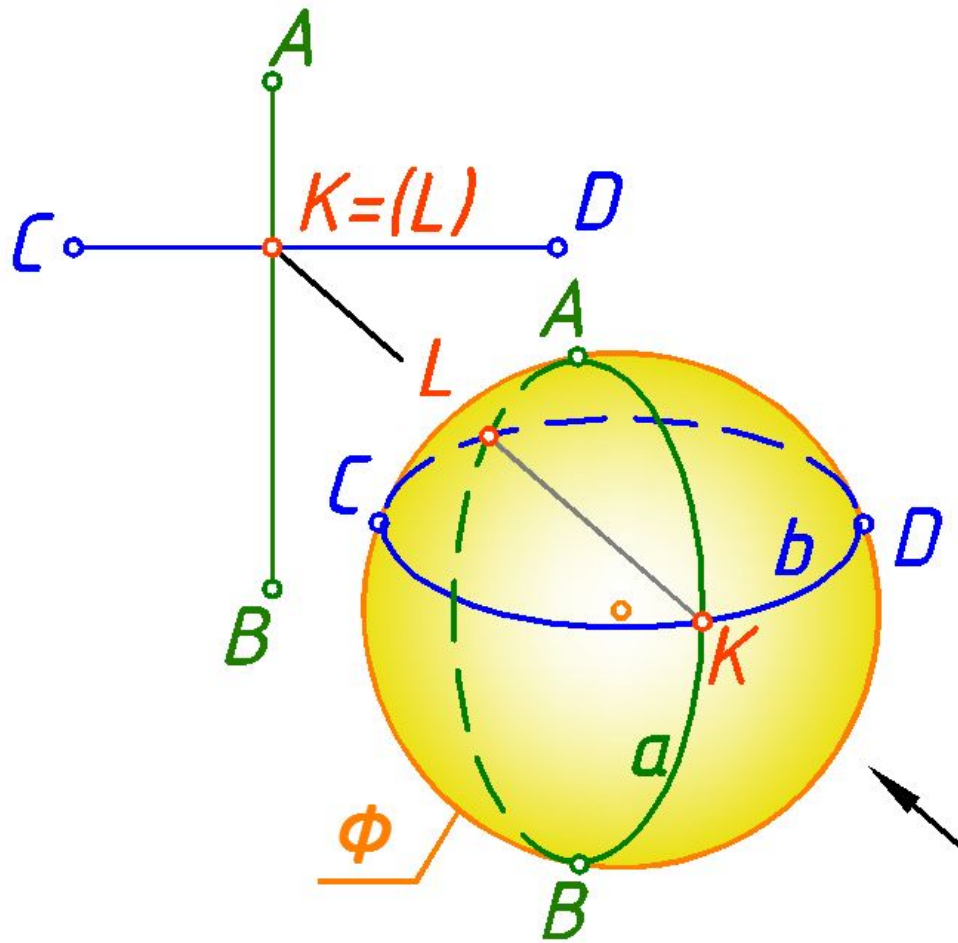
Теорема Монжа

Определяем прямую KL , соединяющую точки пересечения линий $a(AB)$ и $b(CD)$ касания сферы Φ с конусом Ψ и цилиндром Ω .

Горизонтальные проекции точек K и L найдены из условия принадлежности их поверхности конуса Ψ с помощью параллели a (радиус – от оси до очерка).



Теорема Монжа



Сфера ϕ касается конуса ψ Ω по окружности $a(AB)$.

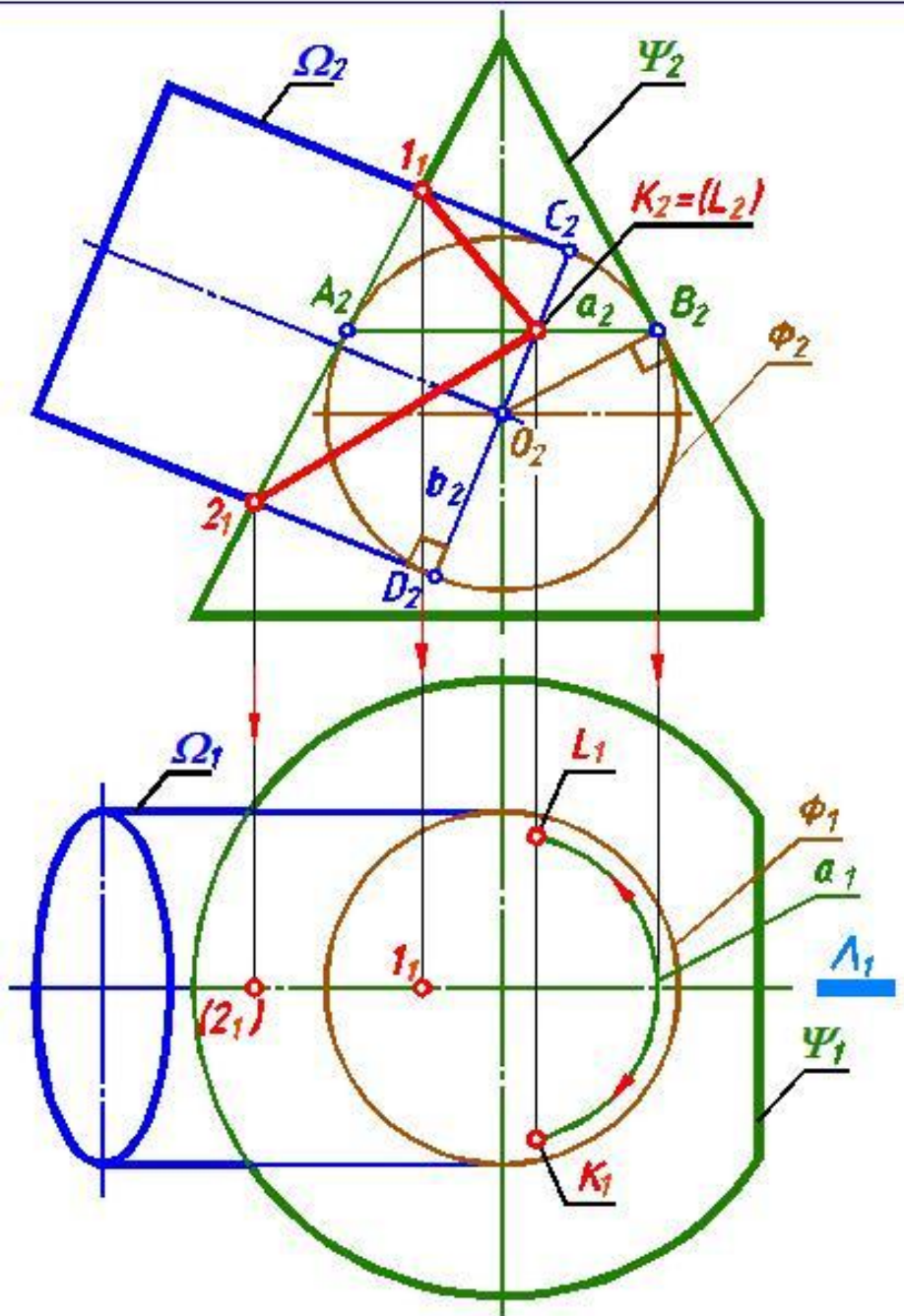
Сфера ϕ касается цилиндра ψ по окружности $b(CD)$.

Определяем отрезок KL , в пересечении окружностей $a(AB)$ и $b(CD)$.

Окружности a и b на Π_2 проецируются в отрезки AB и CD , а отрезок KL – в точку.

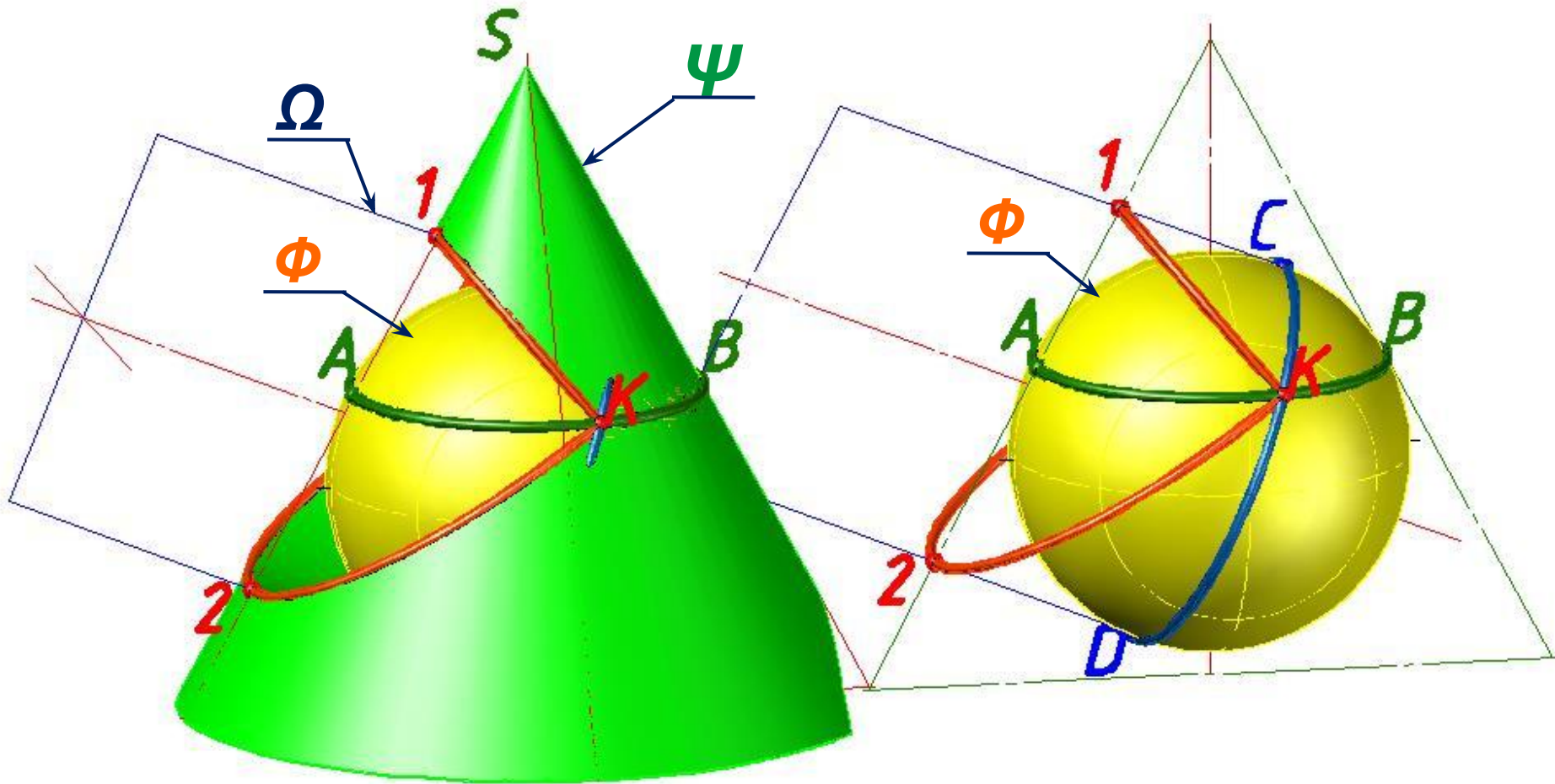
Теорема Монжа

На основании теоремы Монжа **искомая линия пересечения распалась** на две плоские кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую ***KL***.



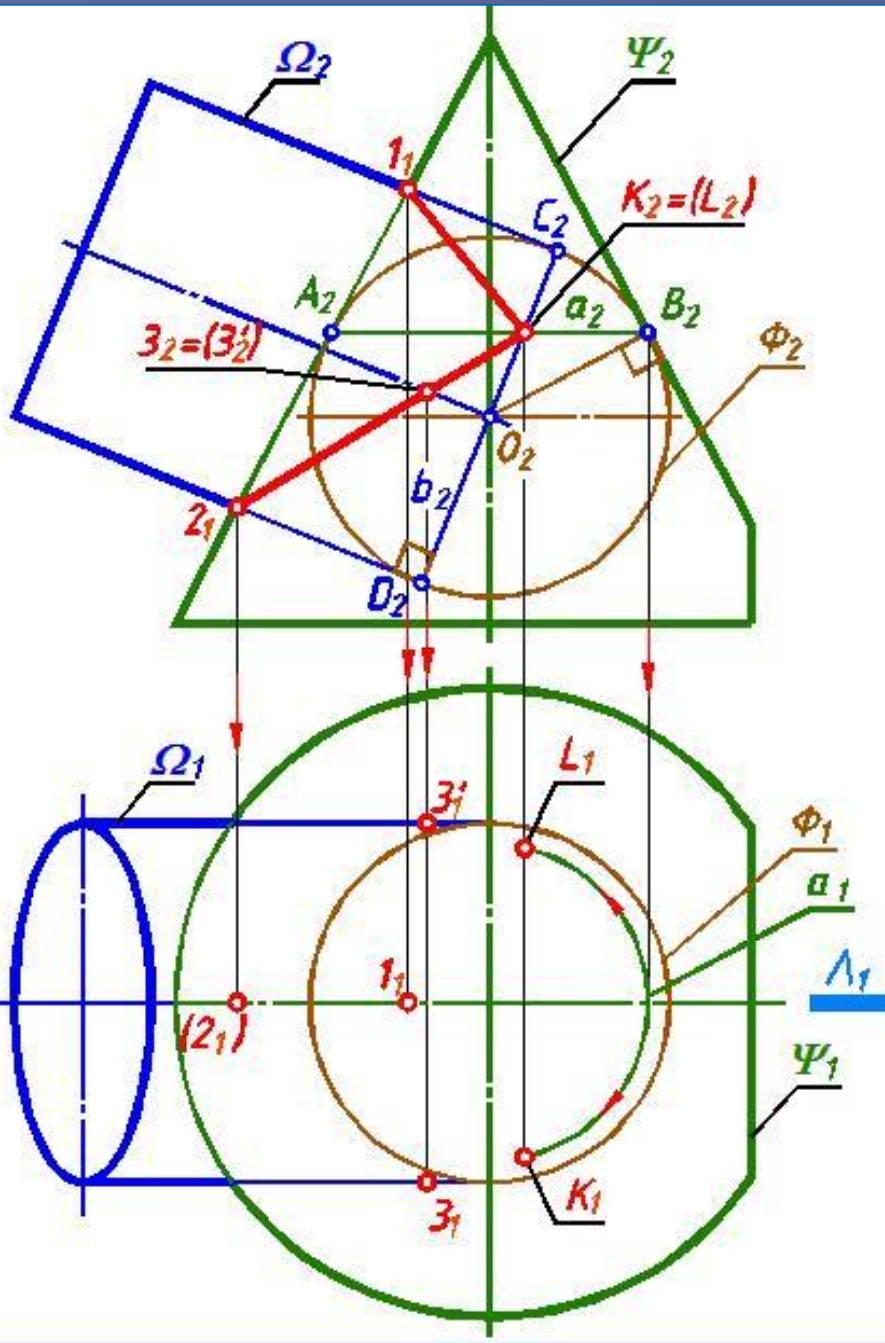
Теорема Монжа

Линия пересечения распалась на две плоские кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую **KL**.



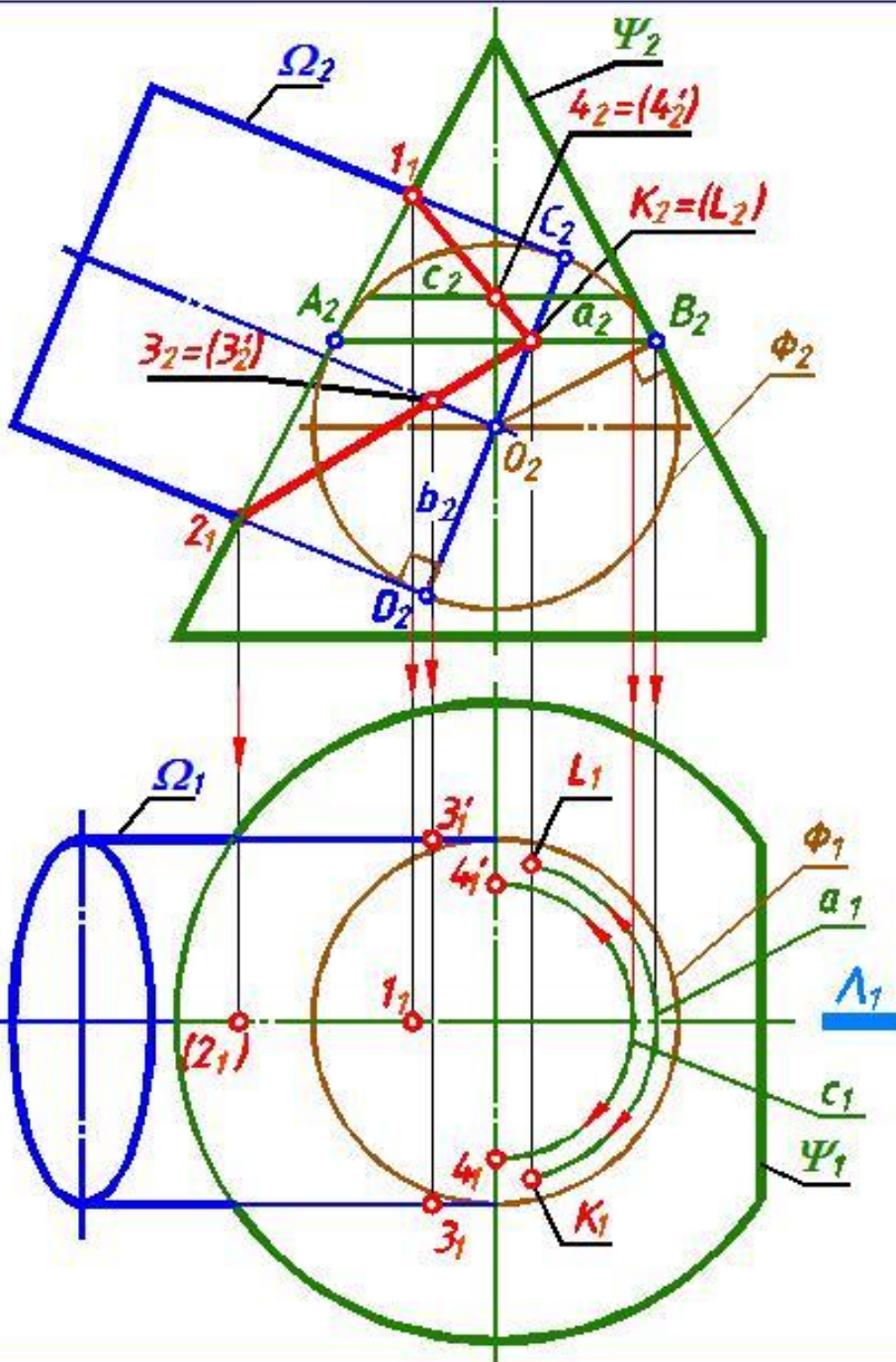
Теорема Монжа

После построения проекции линии пересечения на Π_2 находим очерковые относительно Π_1 точки **3** и **3'** из условия принадлежности горизонтальным очерковым образующим цилиндра Ω (ось – очерк).



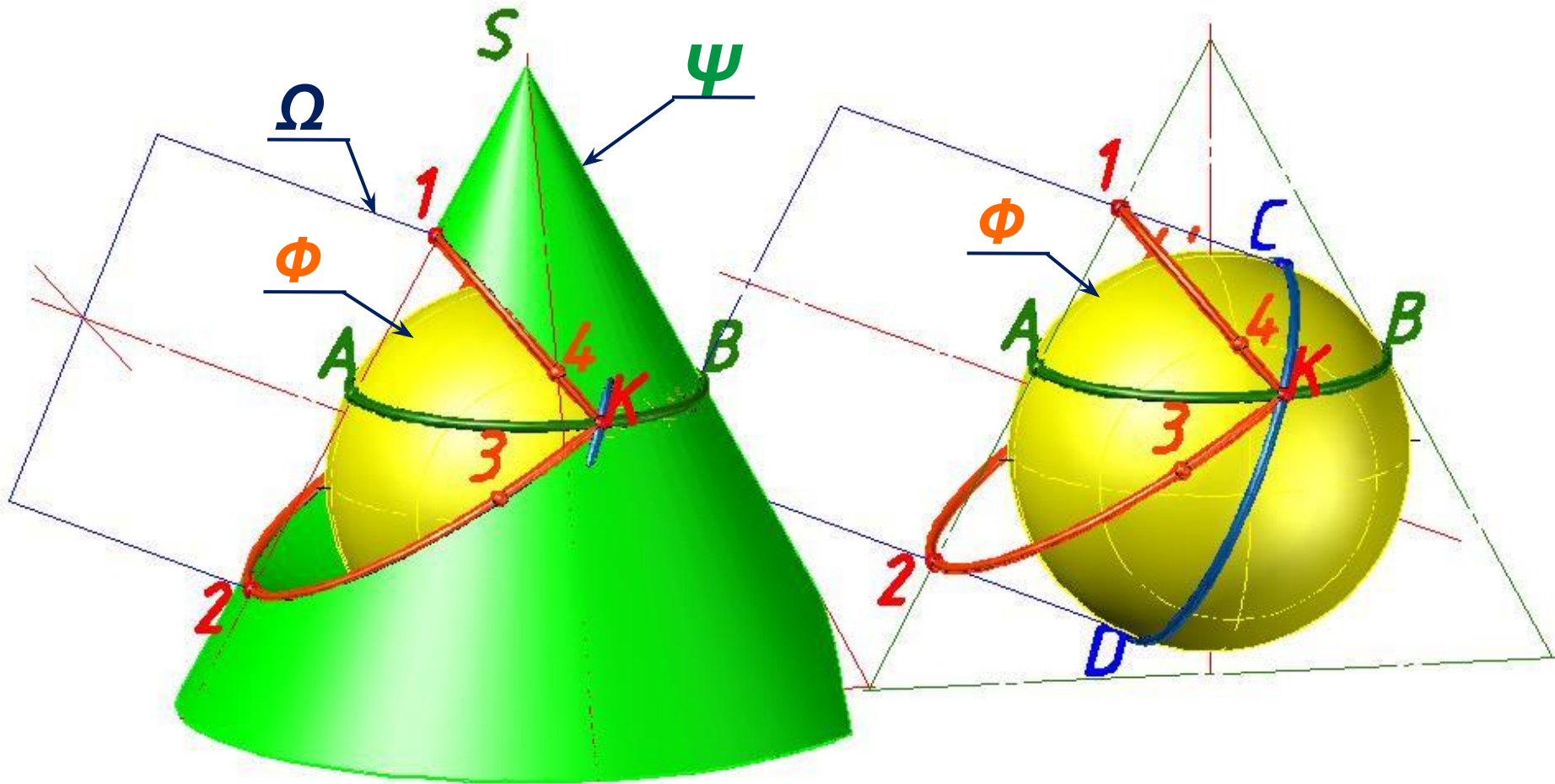
Теорема Монжа

Очерковые относительно Π_3 точки 4 , и $4'$ линии пересечения найдены из условия принадлежности их поверхности конуса Ψ с помощью параллели c (радиус от оси до очерка).



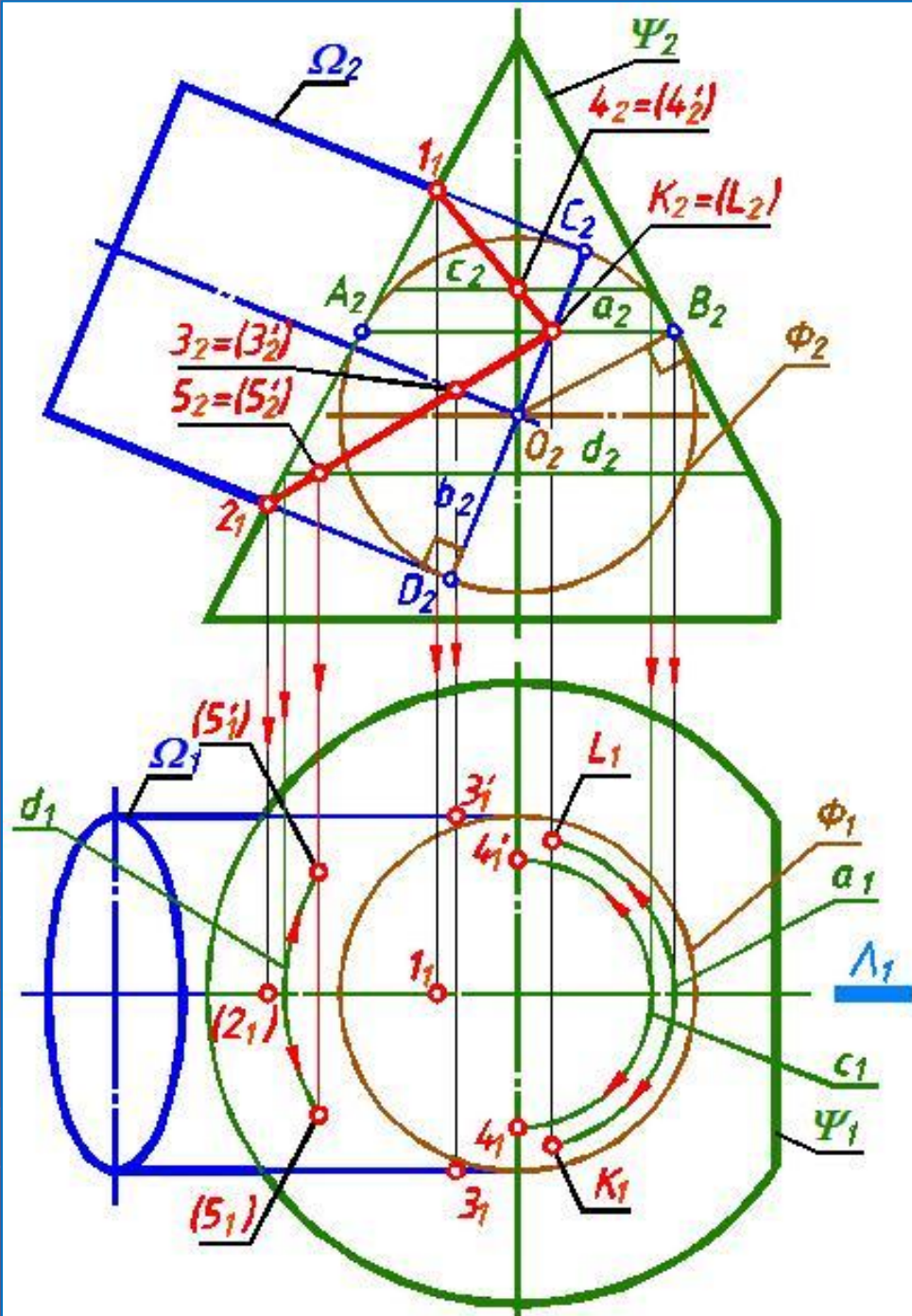
Теорема Монжа

Очерковые относительно Π_1 точки **3** и **3'**.
Очерковые относительно Π_3 точки **4**, и **4'** линии
пересечения



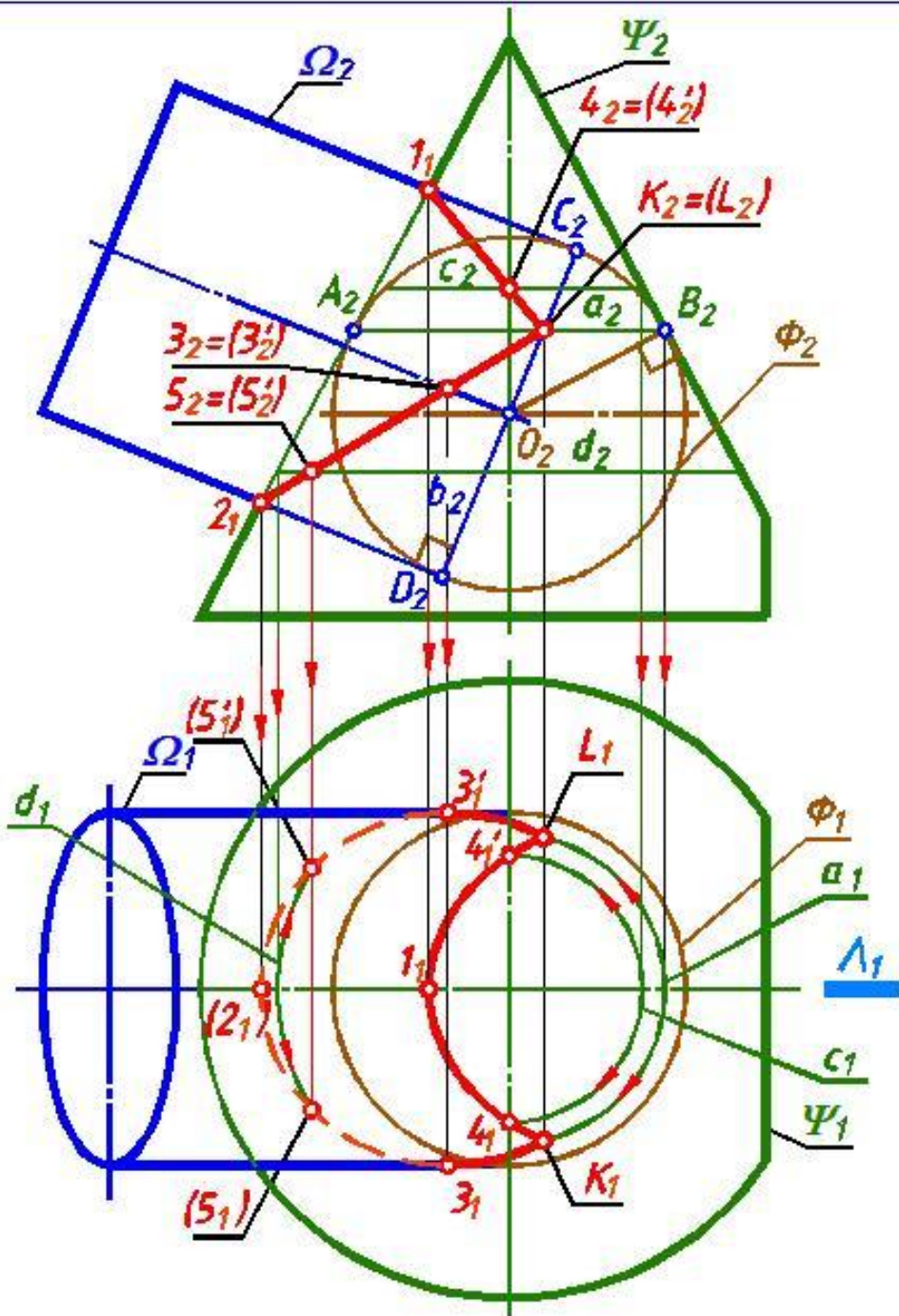
Теорема Монжа

4. Промежуточные точки **5**, и **5'** линии пересечения найдены из условия принадлежности их поверхности конуса Ψ с помощью параллели d .



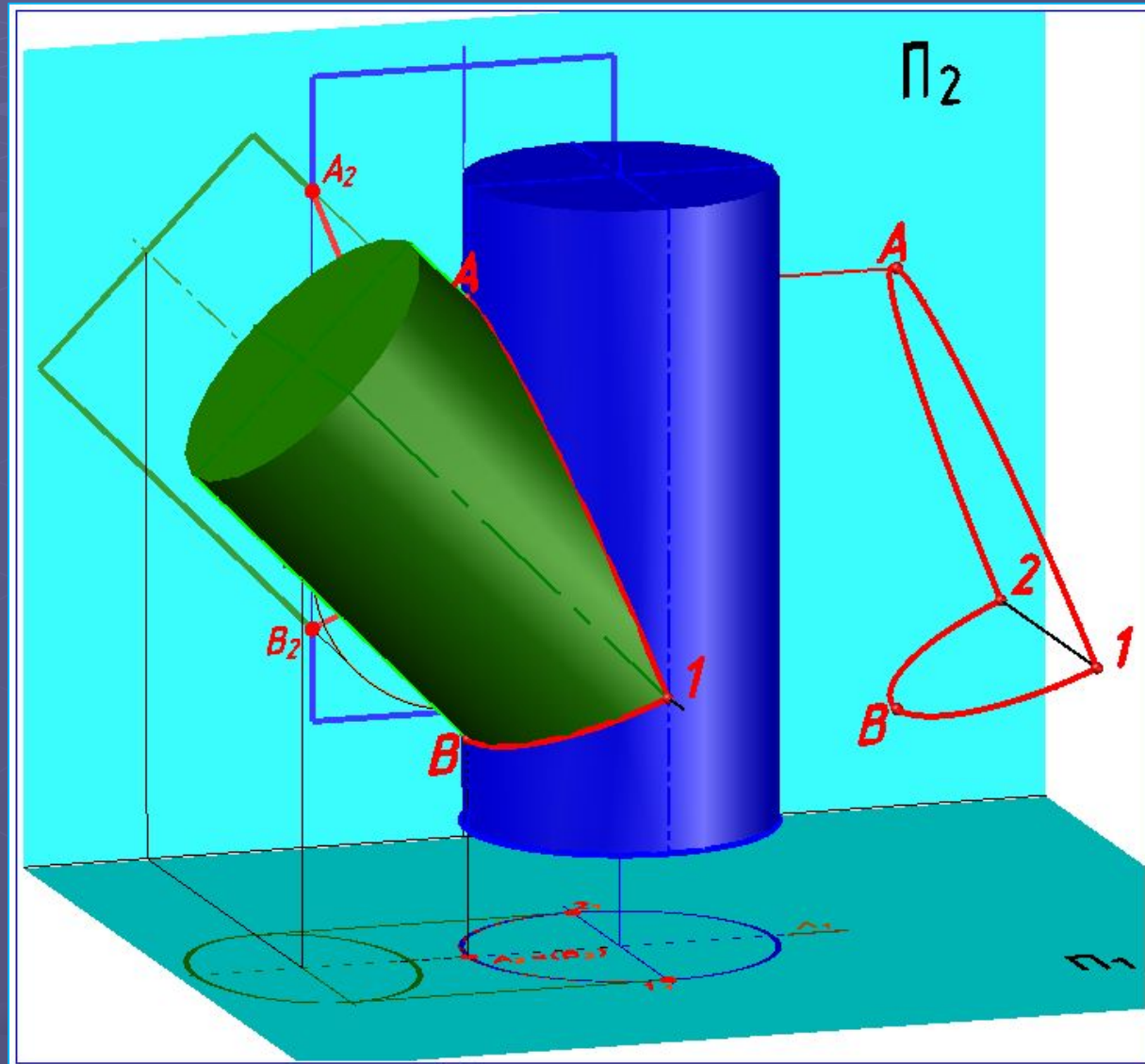
Теорема Монжа

5) Соединив полученные точки плавной кривой с учетом видимости, получим горизонтальную проекцию линии пересечения заданных поверхностей. Точки **3, 3'** – точки смены видимости. Доводим очерк цилиндра Ω до этих точек.



Теорема 2 (о двойном касании)

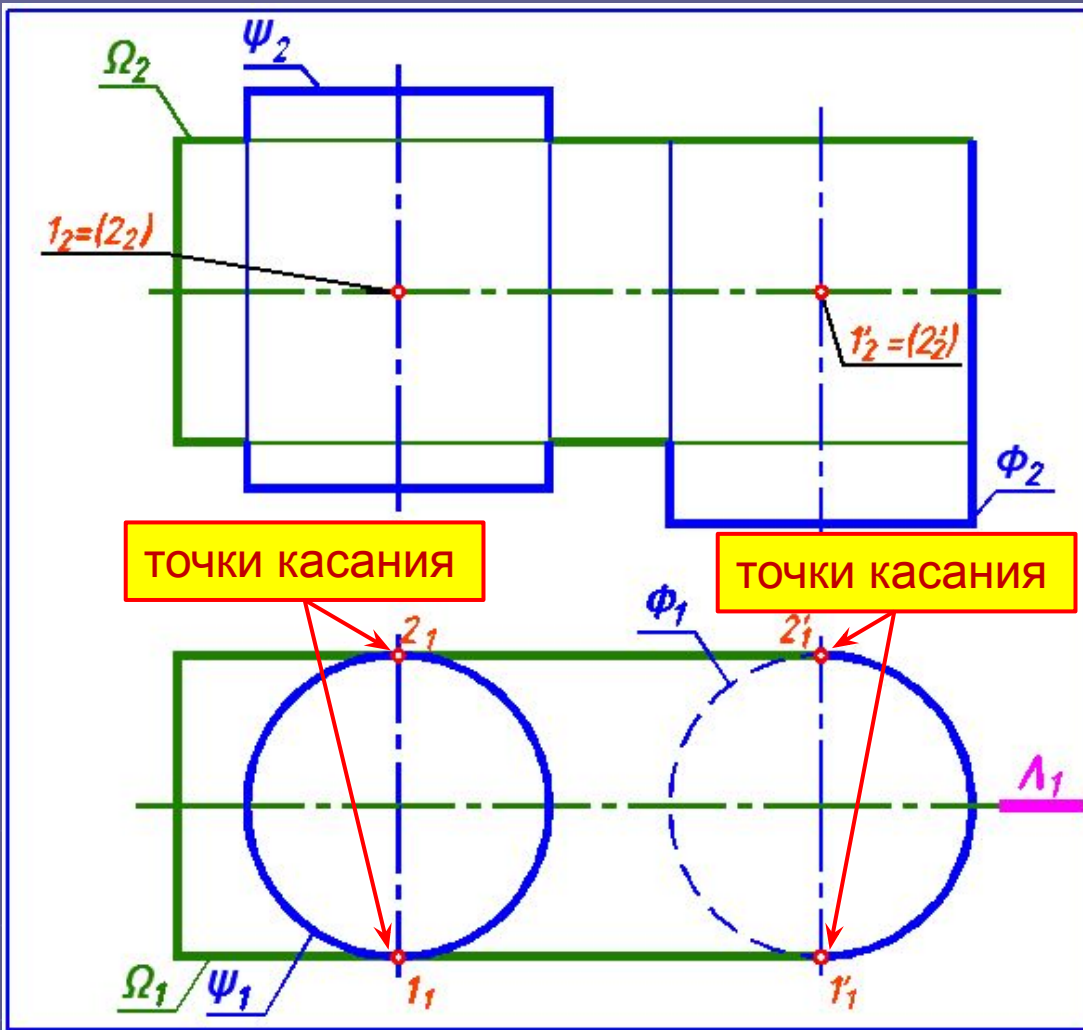
Если две поверхности второго порядка **имеют касание в двух точках**, то линия их пересечения **распадается на две плоские кривые второго порядка**, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки касания (**1** и **2**).



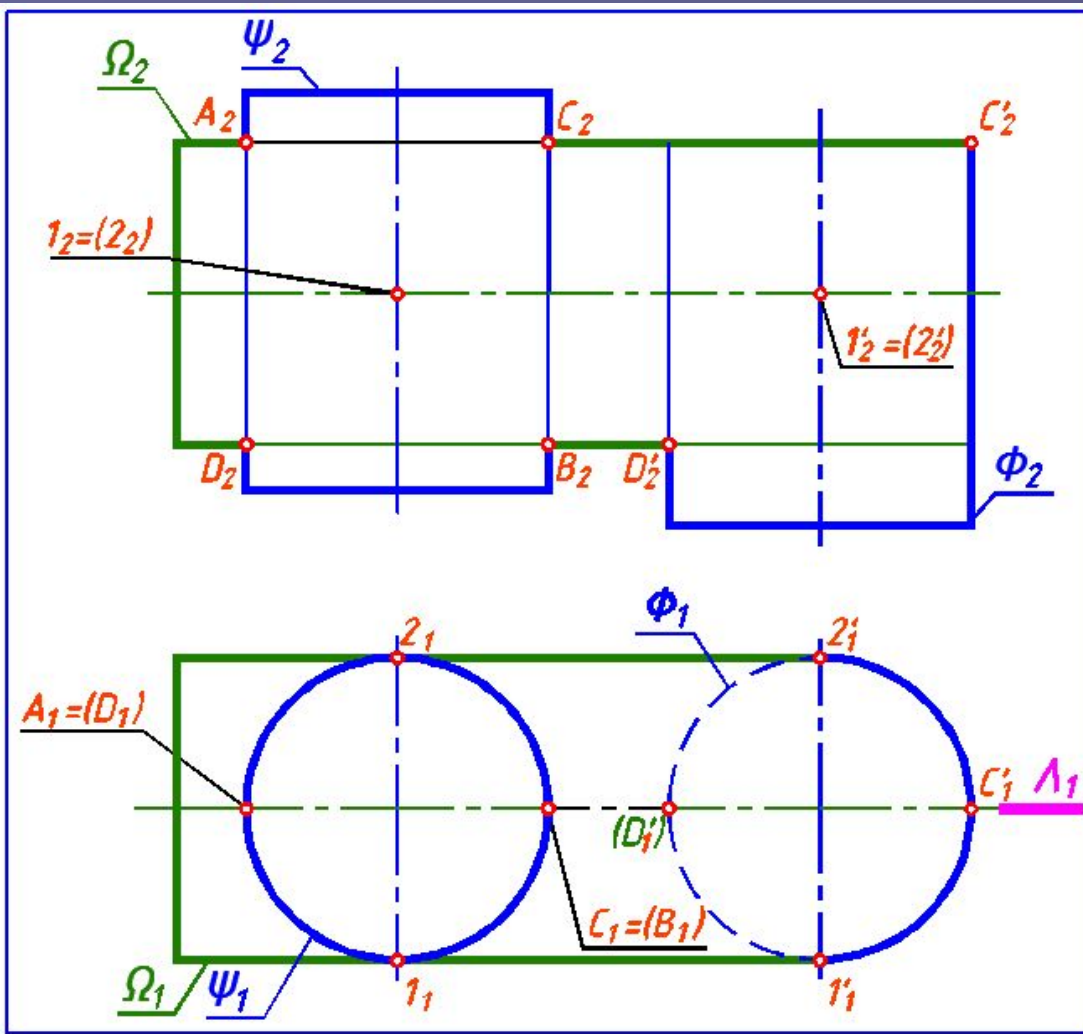
Теорема о двойном касании

Задача. Построить проекции линий пересечения горизонтального цилиндра (Ω) и вертикальных цилиндров (Ψ) и (Φ). Определить видимость.

1. Заданы поверхности второго порядка, имеющие точки касания **1**,
- 2**. Имеется общая плоскость симметрии Λ , параллельная Π_2 .



Теорема о двойном касании

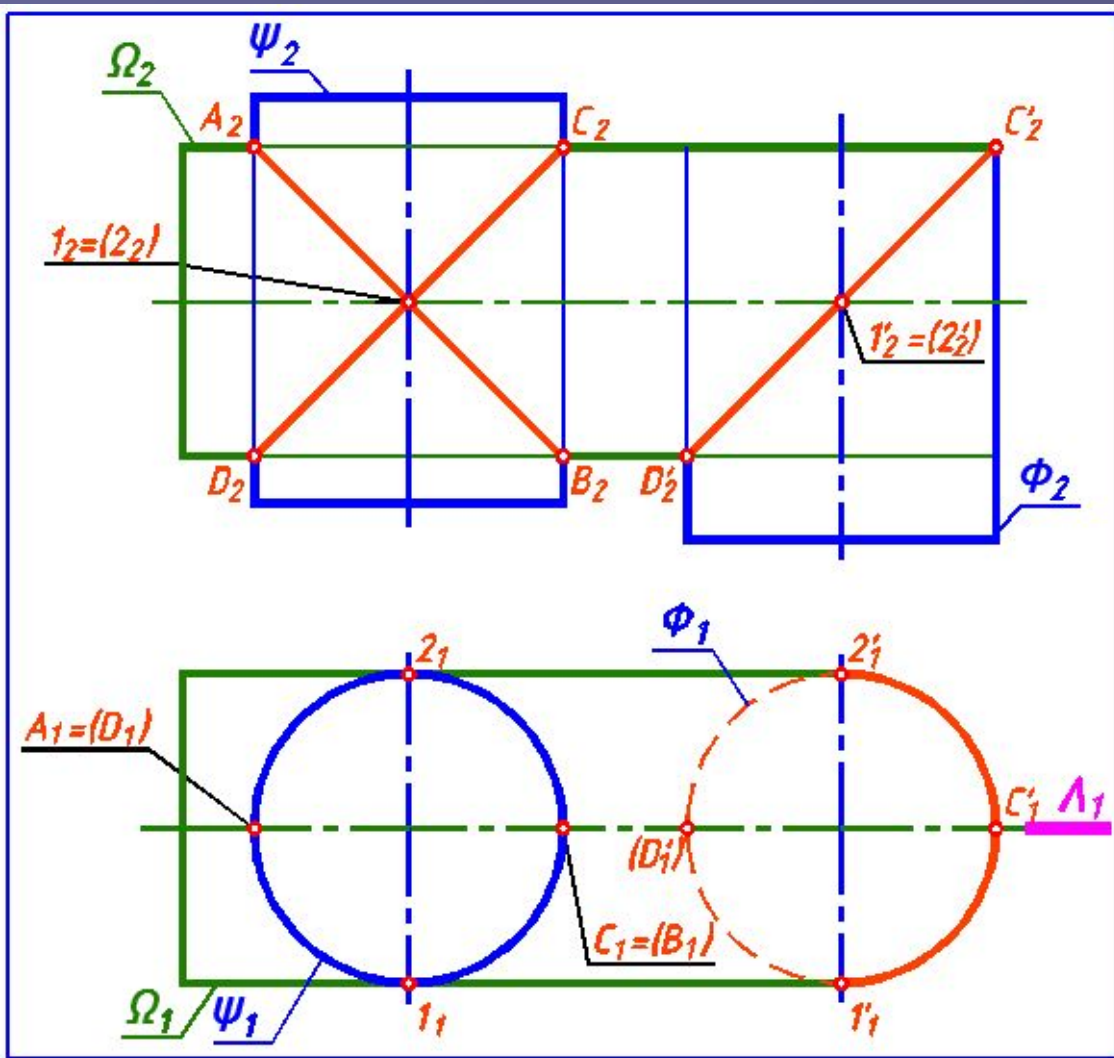


2. Линия пересечения цилиндров Ω и Ψ - две кривые второго порядка (эллипса), плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки касания **1, 2**.

Линия пересечения цилиндров Ω и Φ - кривая второго порядка (эллипс), плоскость которой проходит через прямую, соединяющую точки касания **1, 2**.

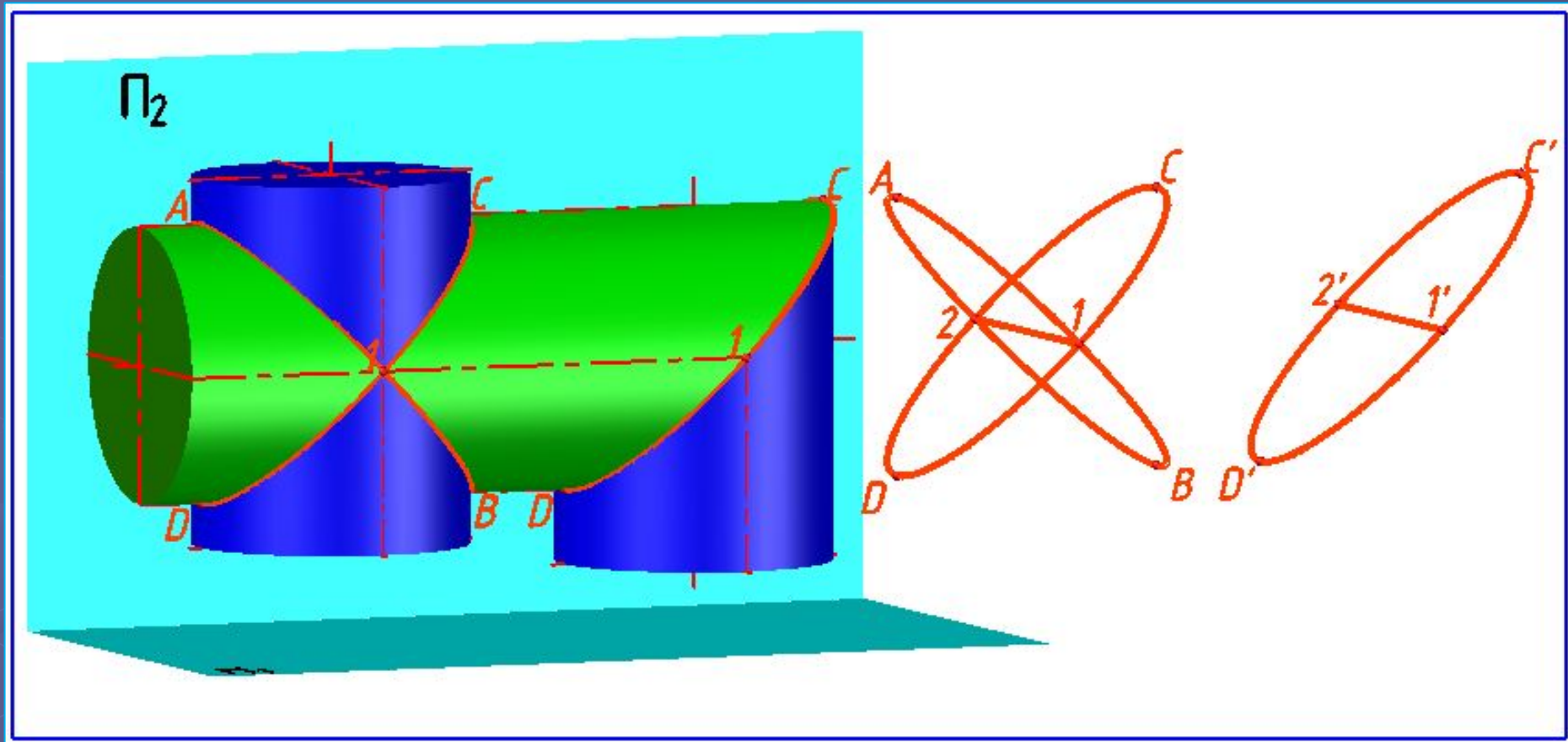
3. Опорные точки: **A, B, C, D, C', D'** - экстремальные (в тоже время очерковые), найдены с помощью общей плоскости симметрии Λ .

Теорема о двойном касании



- Находим фронтальные проекции линий пересечения:
 - от A до B через $1, 2$;
 - от D до C через $1, 2$;
 - от D' до C' через $1', 2'$.
- Горизонтальные проекции линий пересечения совпадают с проекциями вертикальных цилиндров.

Теорема о двойном касании



Теорема 2. Если две поверхности второго порядка имеют касание в двух точках, то линия их пересечения распадается на две кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки касания (1 и 2).