

ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА. ПОНЯТИЕ О МЕХАНИЧЕСКОМ КПД. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА

- Определение КПД последовательно и параллельно соединенных элементов.**
- Уравнение движения механизма.**
- Графоаналитический метод решения уравнения движения механизма.**

Уравнение движения механизма

Уравнение движения механизма можно записать как уравнение изменения кинетической энергии:

$$A_{\text{дв}} - A_c = \sum \frac{m_i \cdot v_i^2}{2} - \sum \frac{m_i \cdot v_{i0}^2}{2}, \quad (1)$$

где: A_c – работа сил сопротивлений $A_c = A_{nc} + A_{vc}$;

m_i - масса звена ;

v_i - скорость центра масс звена в конце рассматриваемого промежутка времени;

v_{i0} - скорость центра масс звена в начале рассматриваемого промежутка времени.

Если все силы, моменты сил и массы привести к выбранной точке приведения, то ур-е 1 можно записать так:

$$A_{F_d} - A_{F_c} = \frac{m_{np} \cdot v_A^2}{2} - \frac{m_{np0} \cdot v_{A0}^2}{2},$$

где: A_{F_d} ; A_{F_c} – работы приведенных движущей силы и силы сопротивления:

m_{np0} ; m_{np} – приведенная масса в начальном и конечном положениях механизма;

v_{A0} ; v_A – скорость точки приведения A в начале и конце рассматриваемого промежутка времени.

Если силы и массы привести к звену приведения, то это звено будет иметь приведенный момент инерции J_{np} и будет нагружено приведенными движущим моментом M_{δ}^{np} и моментом сопротивления M_c^{np} . Уравнение 1 тогда будет выглядеть так:

$$A_{M\delta} - A_{Mc} = \frac{J_{np} \cdot \omega_1^2}{2} - \frac{J_{np0} \cdot \omega_{10}^2}{2},$$

где: $A_{M\delta}$; A_{Mc} – работы приведенных моментов на рассматриваемом перемещении:

J_{np0} ; J_{np} – приведенные моменты инерции в начальном и конечном положениях механизма;

ω_{10} ; ω_1 – угловые скорости звена приведения в начале и конце рассматриваемого промежутка времени.

Часто M_{δ}^{np} и M_c^{np} задаются в виде графиков, поэтому распространен графоаналитический метод решения уравнения движения.

ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА

При работе машины из-за неравенства работ движущих сил и сил сопротивления и изменения положения звеньев происходит изменение кинетической энергии и скорости (ω_1) ведущего звена. Решив уравнение движения можно определить ω_1 в любом положении механизма.

Величина колебаний угловой скорости ω_1 оценивается коэффициентом неравномерности вращения:

$$\delta = (\omega_{max} - \omega_{min}) / \omega_{cp},$$

Применяют два варианта решения уравнения движения:

- а) для двигателей предполагается, что движущий момент M_d переменный и зависит от положения механизма, а момент сопротивления M_c - постоянный;
- б) для технологических машин (прессы, компрессоры, пилы и т. д.) предполагается, что M_c - переменный, а M_d - постоянный.

При решении вместо исследования комплекса сил, действующих на машину, рассматривают действие приведенных моментов на звено привода с переменным приведенным моментом инерции $J_{пр}$.

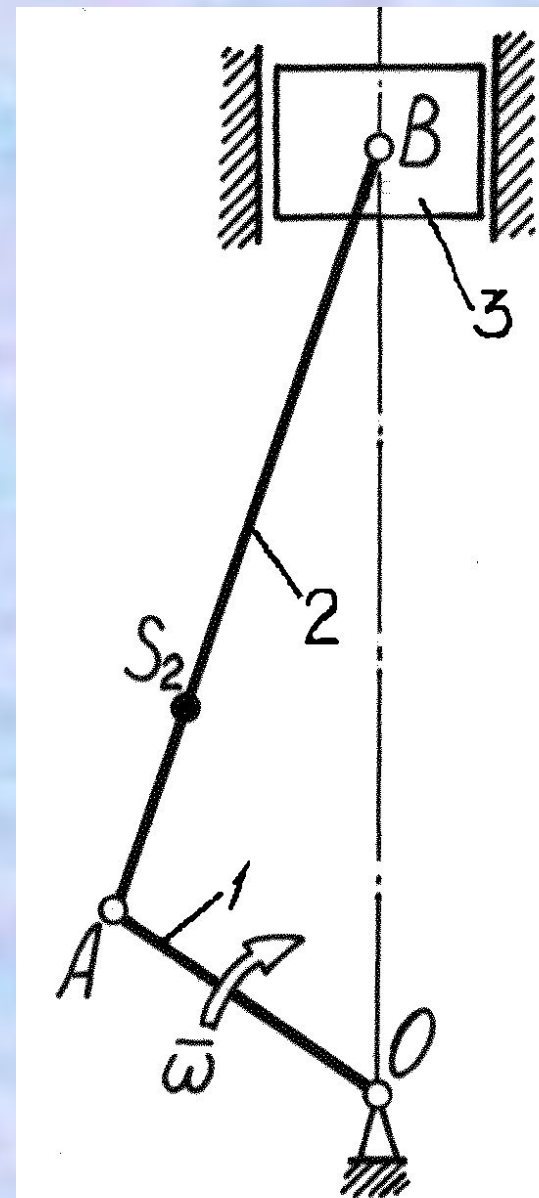
Пример решения уравнения движения

Требуется: для одноцилиндрового двигателя найти ω_1 кривошипа в любом положении механизма.

Если известны массы, моменты инерции и длины звеньев, то при известной ω_1 можно провести кинематический и силовой анализ механизма.

Решение:

1. Для всех положений механизма в течение одного цикла (два оборота кривошипа) аналитически определить приведенный момент движущих сил $M_{D+G}^{пр}$, приведя к точке A кривошипа моменты сил тяжести звеньев и сил давления газа в цилиндре двигателя по формуле:



$$M_{D+G}^{np} = \frac{F_{ДВ} \cdot v_B \cdot \cos(\angle \bar{F}_{ДВ}; \bar{v}_B)}{\omega} + \frac{G_2 \cdot v_{S2} \cdot \cos(\angle \bar{G}_2; \bar{v}_{S2})}{\omega} +$$

$$+ \frac{G_3 \cdot v_B \cdot \cos(\angle \bar{G}_3; \bar{v}_B)}{\omega},$$

где: $F_{ДВ}$ – сила давления газов в цилиндре B ;

$G_2; G_3$ - силы тяжести звеньев 2 и 3;

$v_B; v_{S2}$ - скорости точек приложения сил;

$(\angle \bar{F}_{ДВ}; \bar{v}_B)$; $(\angle \bar{G}_2; \bar{v}_{S2})$; $(\angle \bar{G}_3; \bar{v}_B)$ - острые углы между векторами сил и векторами скоростей точек их приложения

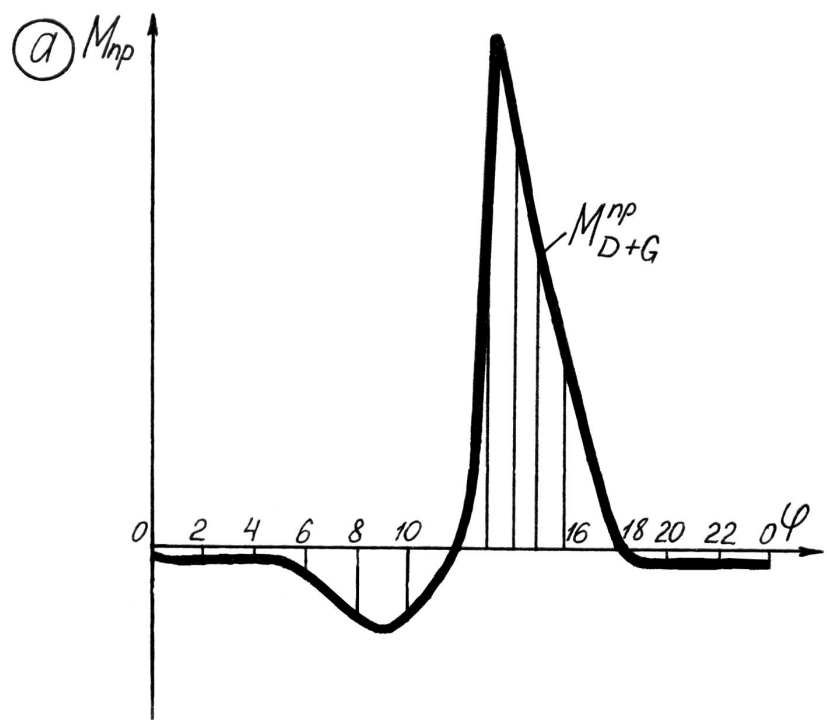
2. По рассчитанным M_{D+G}^{np} построить график $M_{D+G}^{np} = f(\varphi)$. График строят в масштабах $\mu_M = [H \cdot \text{м} / \text{мм}]$ и $\mu_\varphi = [\text{рад} / \text{мм}]$.

3. Методом графического интегрирования графика $M_{D+G}^{np} = f(\varphi)$ строят график его работы $A_{D+G} = f(\varphi)$. Масштабы μ_φ у диаграмм моментов и работ одинаковы. Получившийся масштабный коэффициент μ_A оси работ:

$$\mu_A = \mu_\varphi \cdot \mu_M \cdot H = [\text{Дж} / \text{мм}],$$

где: H – полюсное расстояние при интегрировании.

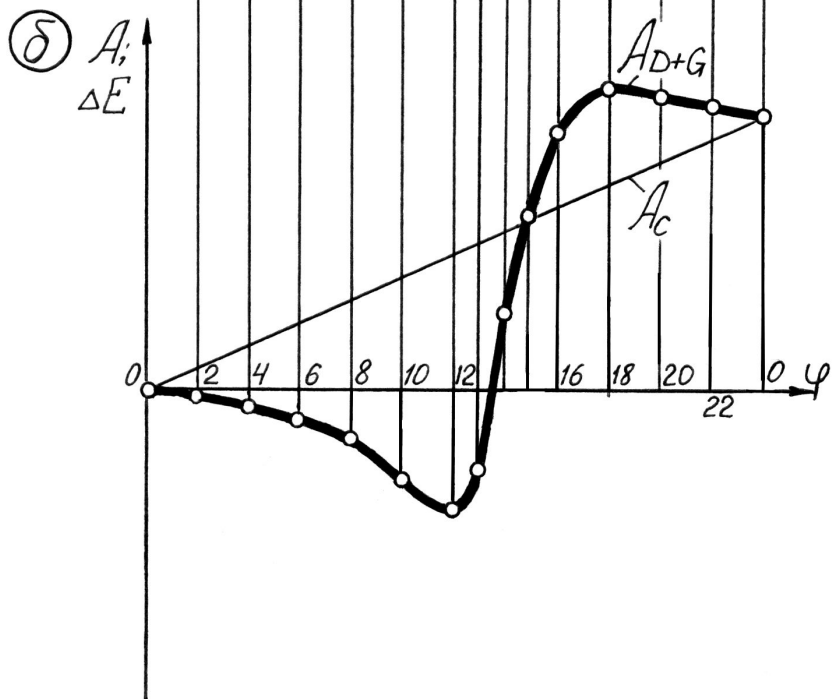
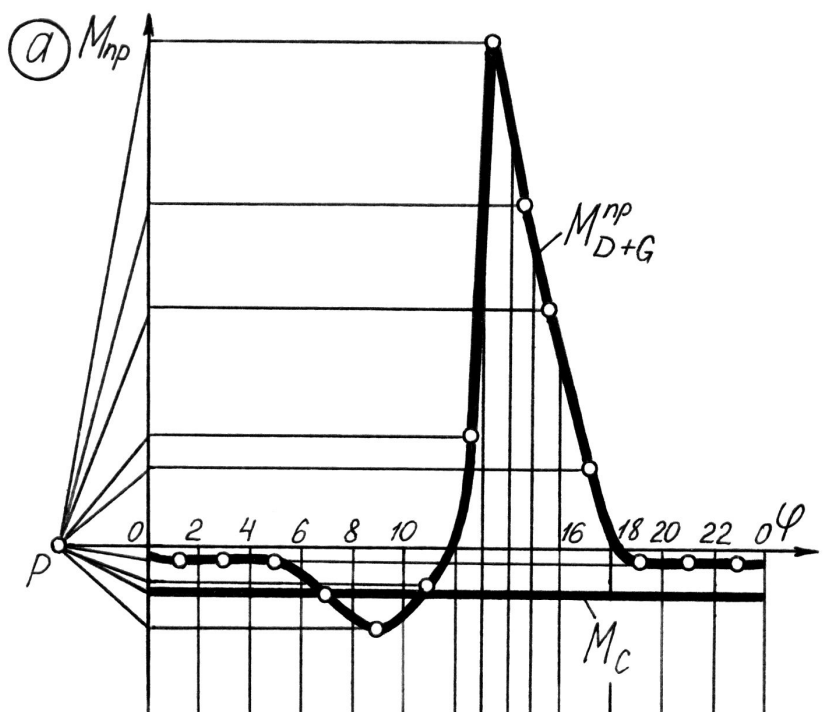
4. При установившемся движении работы движущих сил и сил сопротивлений равны ($A_{D+G} = A_C$), а значит начальная и конечная точки графиков этих работ будут совпадать. Поскольку момент сил сопротивлений M_C считается постоянным, то график его работы $A_C = f(\varphi)$ представляет прямую линию.



Исходя из этого надо соединить начальную и конечную точки графика $A_{д+г} = f(\varphi)$ прямой линией. Прямую отразить зеркально от оси ϕ в область отрицательных значений. Прямая - это график работ сил сопротивления $A_c = f(\varphi)$.

5. Графически продифференцировав диаграмму $A_c = f(\varphi)$, построить график приведенного момента сил сопротивления $M_c = f(\varphi)$.

6. Вычитая из ординат диаграммы $A_{д+г} = f(\varphi)$ ординаты диаграммы $A_c = f(\varphi)$ отложить разницу на тех же ординатах, получив диаграмму изменения кинетической энергии $\Delta E = f(\varphi)$. Масштабный коэффициент $\mu_E = \mu_A$.

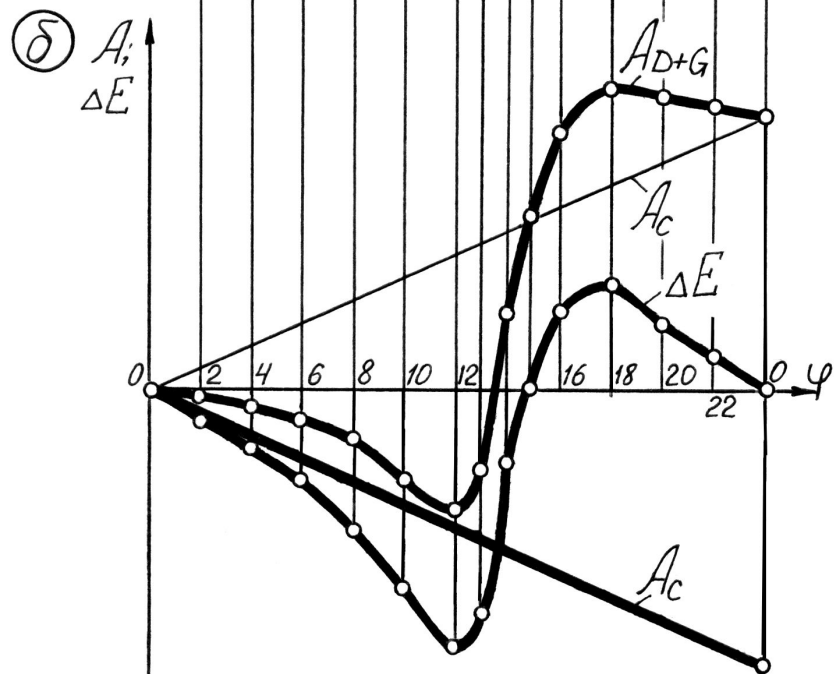
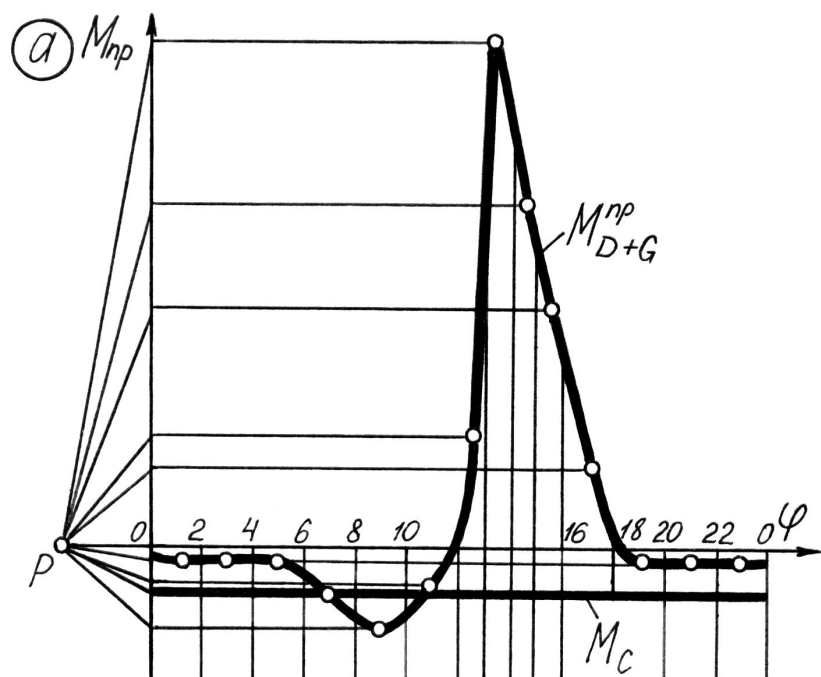


7. Для разных положений механизма в течение одного цикла вычислить приведенный момент инерции J_{np} механизма и построить график $J_{np} = f(\varphi)$ в масштабах μJ и $\mu \varphi$.

$$J_{np} = J_1 + m_2 \left(\frac{v_{S2}}{\omega_1} \right)^2 + J_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_3 \left(\frac{v_B}{\omega_1} \right)^2 .$$

8. Методом исключения переменной φ из диаграмм $\Delta E = f(\varphi)$ и $J_{np} = f(\varphi)$ построить диаграмму энергомасс $\Delta E = f(J_{np})$ (диаграмму Виттенбауэра).

9. Через точку k графика $\Delta E = f(J_{np})$, соответствующую какому либо интересующему положению механизма провести прямую в начало координат.



10 Изменение кинетической энергии ΔE_k и приведенный момент инерции J_{npk} в положении механизма k можно определить, умножив длины отрезков ka и $0a$ соответственно на масштабные коэффициенты μ_E и μ_J .

$$\Delta E_k = ka \cdot \mu_E ; \quad J_{npk} = 0a \cdot \mu_J .$$

Отношение длин отрезков:

$$tg \psi_k = \frac{ka}{0a} = \frac{\Delta E_k \cdot \mu_J}{J_{npk} \cdot \mu_E} . \text{ отсюда: } tg \psi_k \frac{\mu_E}{\mu_J} = \frac{\Delta E_k}{J_{npk}}$$

Известно, что кинетическая энергия вращающегося звена

определяется по формуле $E_k = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$, отсюда $\omega = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{J}}$, тогда угловая скорость звена приведения в положении механизма k :

$$\omega_k = \sqrt{\frac{2 \cdot \mu_E}{\mu_J} tg \psi_k} . \quad (1)$$

По формуле 1 находят ω_k для различных положений механизма. ω_k зависит от угла поворота ϕ , а не от времени, поэтому является аналогом угловой скорости.

Определив действительную угловую скорость определяют нормальное $a^n = \omega^2 \cdot l_{AB}$ и тангенциальное $a^t = \varepsilon \cdot l_{AB}$ ускорения точки приведения, что и является решением уравнения движения механизма

Зная a^n и a^t и зная длины звеньев, можно найти скорости и ускорения всех точек механизма.