

ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

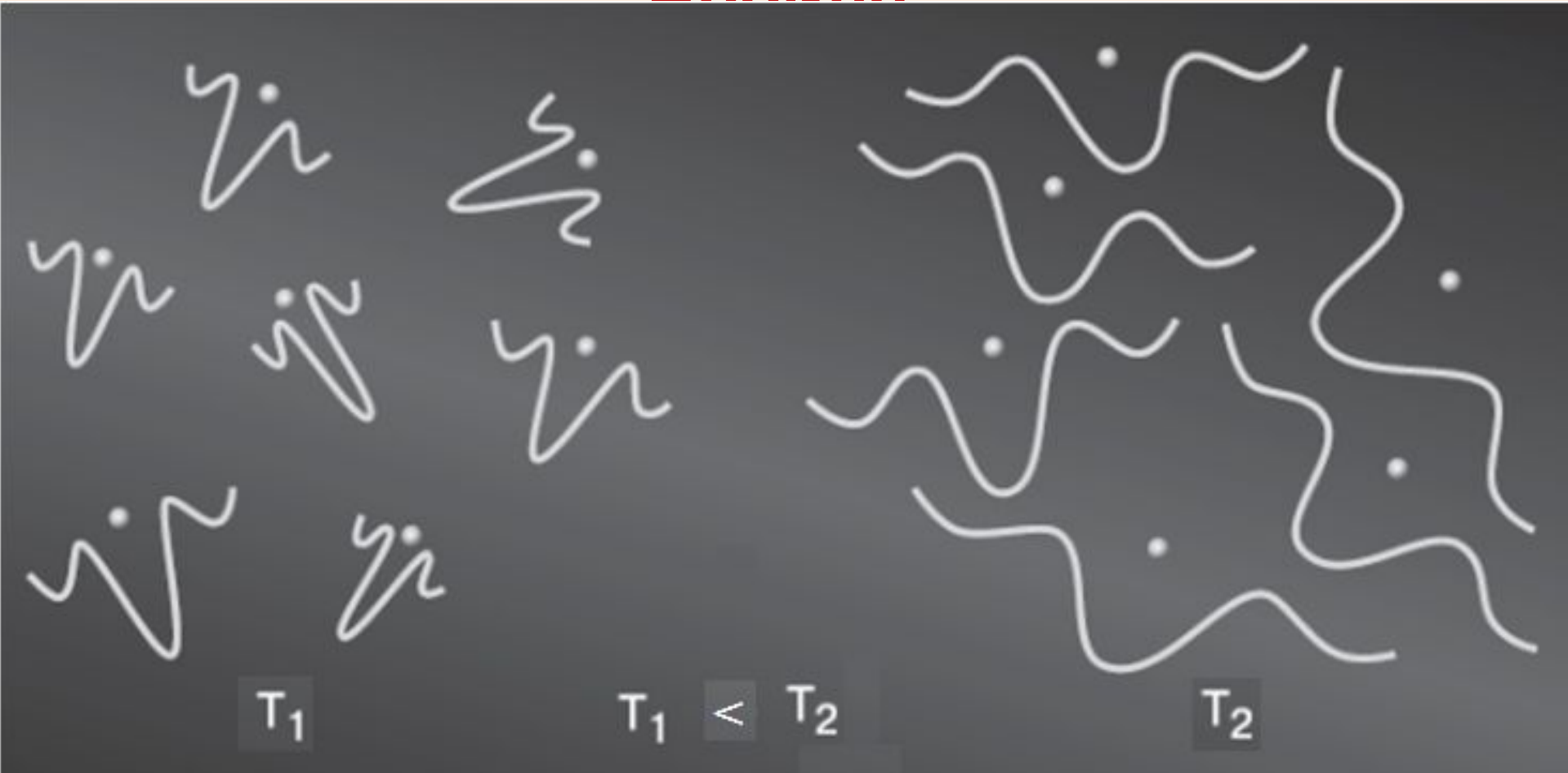
Гипотеза де Бройля

В 1924 г. Луи де Бройль выдвинул гипотезу об универсальности корпускулярно-волнового дуализма: не только фотоны, но и любые частицы материи наряду с корпускулярными обладают также и волновыми свойствами.

**Связь величин, описывающих
корпускулярные и волновые
свойства частиц та же, что и для
фотонов:**

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mV}$$

Групповая и фазовая скорости волн де Бройля



Условно представим каждую частицу
в виде волнового пакета, центр
которого соответствует центру
частицы.

Фазовая:

$$v_{\text{фаз}} = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar \omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{m\mathbf{v}} = \frac{c^2}{\mathbf{v}} = c \frac{c}{\mathbf{v}} > c$$

Фазовая скорость волн де Бройля
больше скорости света.

Групповая:

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp} = \frac{pc^2}{E} = \frac{m\mathbf{v} \cdot c^2}{mc^2} = \mathbf{v}$$

Групповая скорость волны де Бройля
равна скорости частицы.

Длина волны де Бройля тем меньше, чем больше масса частицы и ее скорость.

Пусть $m = 1$ г, $v = 1$ м/с, тогда
 $\lambda \approx 10^{-30}$

Волновые свойства никак не проявляются в механике макроскопических тел.

Для электрона с энергиями от 10 эВ до 10^4 эВ длины волн де Бройля лежат в интервале

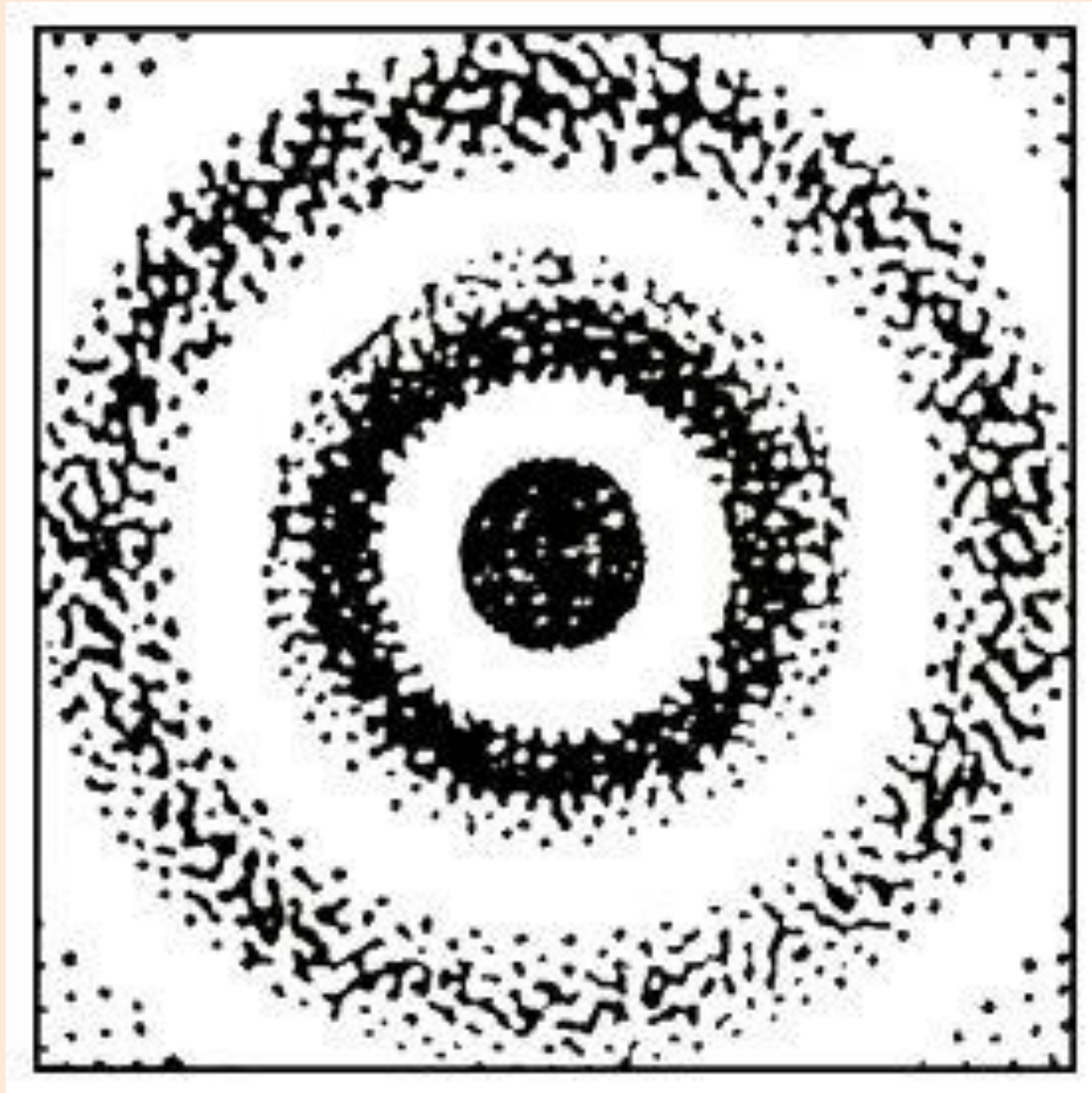
$$\lambda \approx (0,1 - 10) \cdot 10^{-10}$$

как для рентгеновского излучения. Для таких электронов должна наблюдаться дифракция на кристаллах.

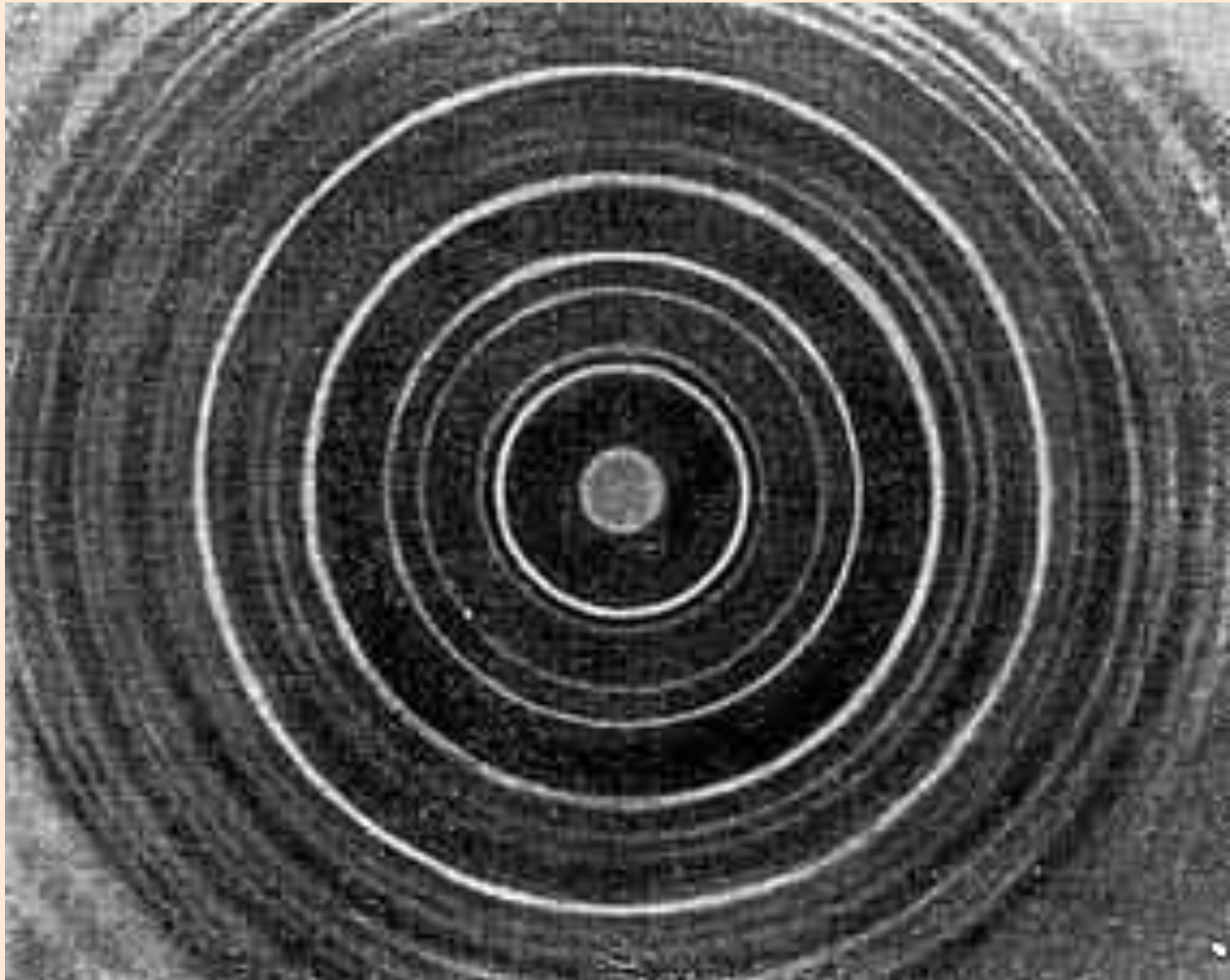
**Первое экспериментальное
подтверждение гипотезы де Бройля
было получено в 1927 году в опытах
К. Дэвиссона и Л. Джермера.**

**Было установлено, что электроны
дифрагируют на кристалле никеля,
причем именно так, как должно быть
для волн, длина которых
определяется соотношением де
Бройля.**

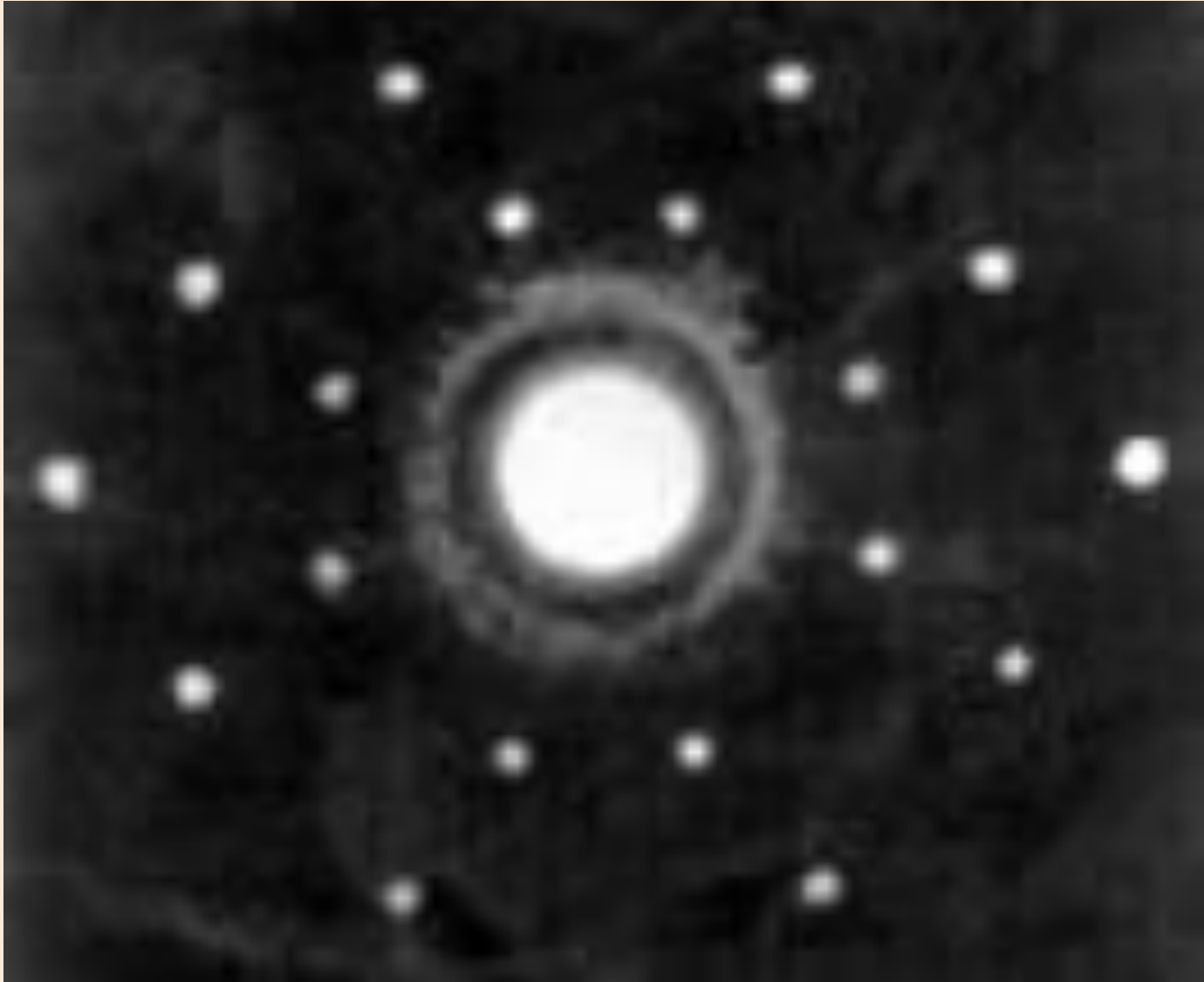
Опыт В.А. Фабриканта (1949 г.)



Дифракция электронов при прохождении через очень тонкий слой серебра



Дифракция нейтронов



Природа волн де

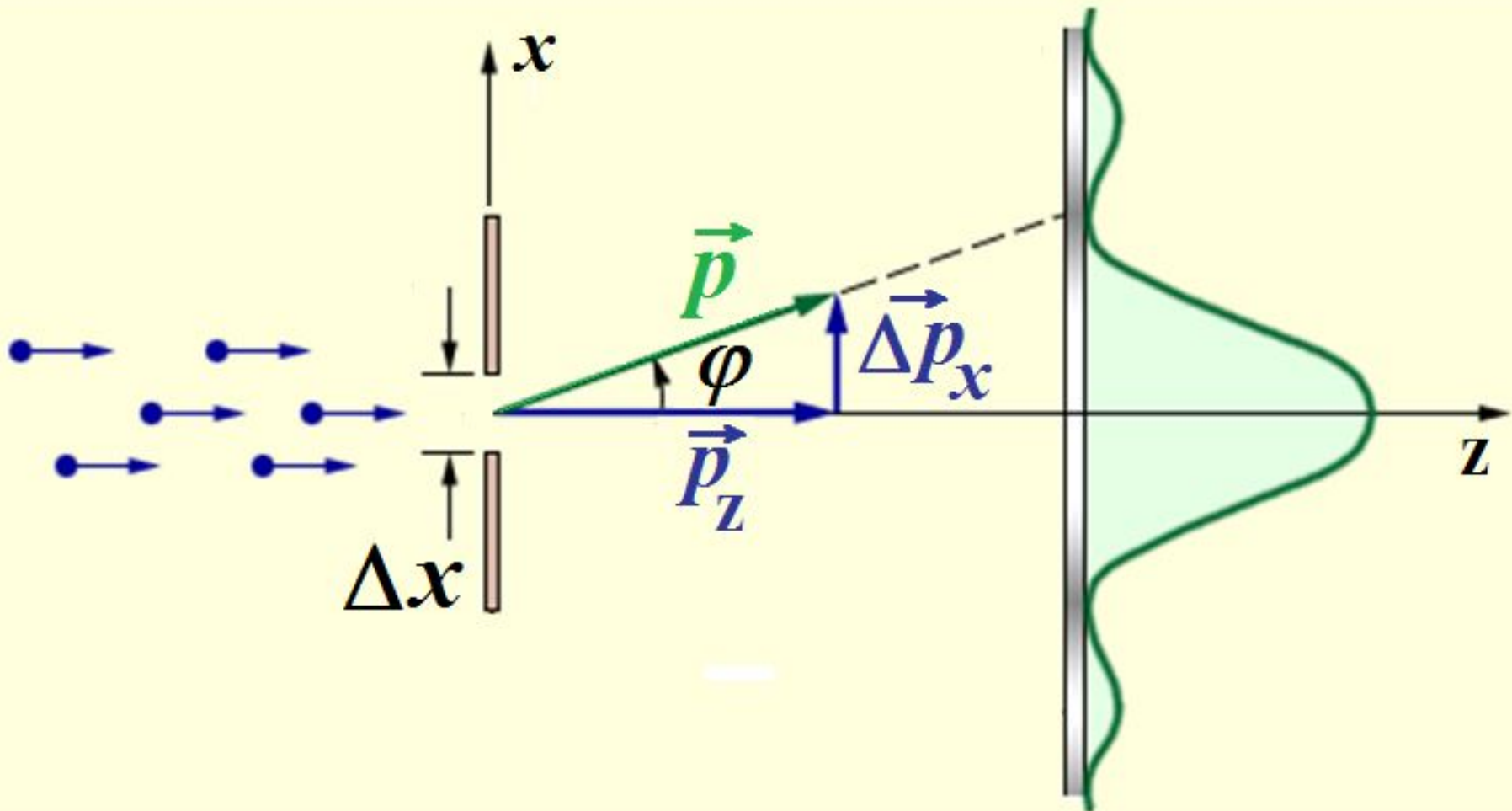
Бройля

**Это не электромагнитные
волны. Природа волн де
Бройля вероятностная.**

**Частицы с большей
вероятностью оказываются в
тех местах, где больше
интенсивность волн де
Бройля.**

Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Рассмотрим дифракцию электронов на щели.



**Пусть условно все
электроны летят в
центральный максимум.
Координата x каждого электрона
точно не известна.
Неопределенность координаты
равна ширине щели Δx .**

**Компонента импульса по x также
неизвестна. Запишем ее как Δp_x .**

Запишем условие первого минимума:

$$b \sin \varphi = m\lambda \quad (m = 1)$$

$$\Delta x \cdot \sin \varphi = \lambda$$

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad \text{а} \quad \sin \varphi = \frac{\Delta p_x}{p}$$

Получим:

$$\Delta x \cdot \frac{\Delta p_x}{p} = \frac{h}{p} \quad \text{или} \quad \Delta x \cdot \Delta p_x = h$$

С учетом других
максимумов произведение
будет больше.

Соотношения неопределенностей Гейзенберга:

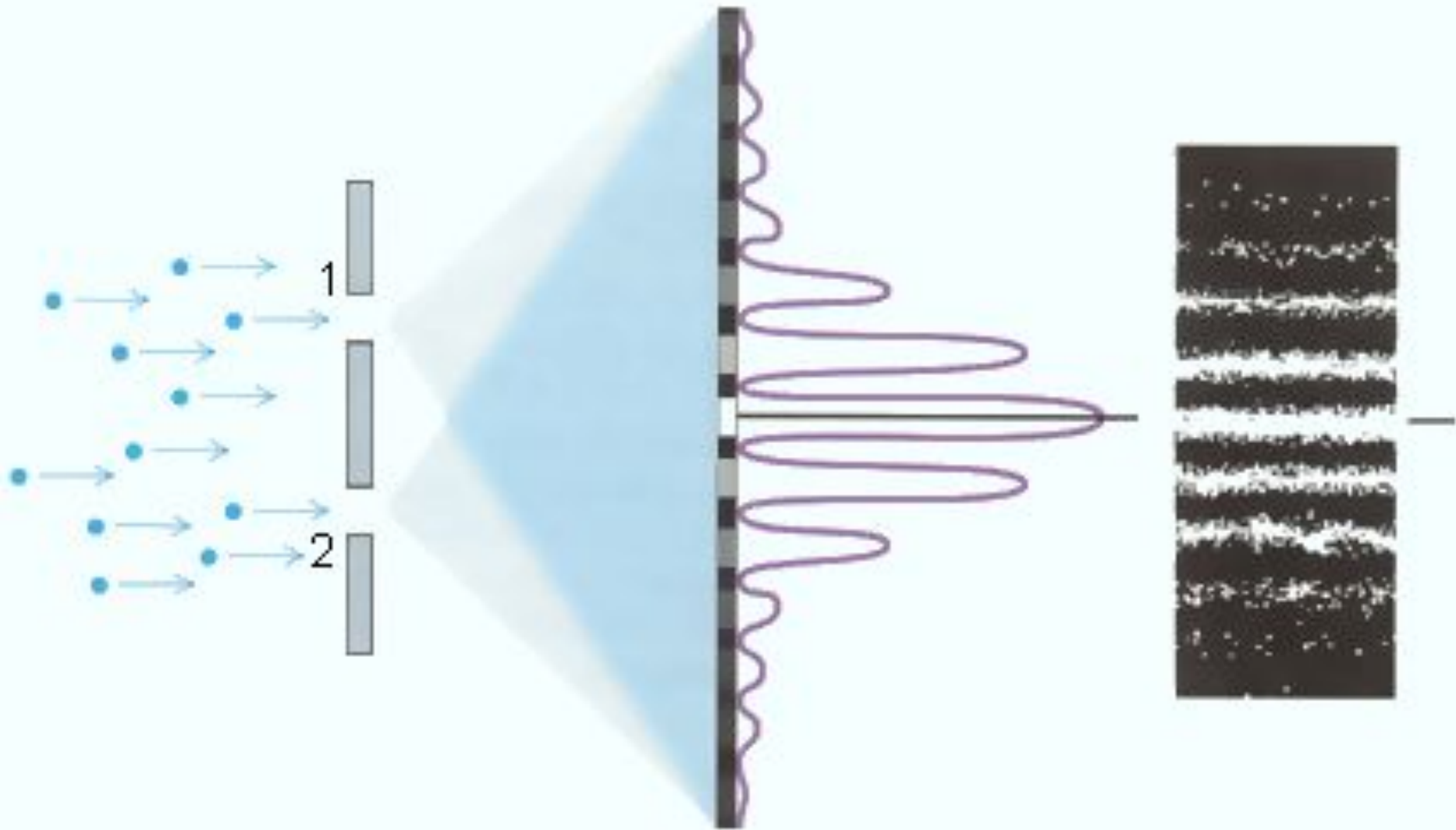
$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$$

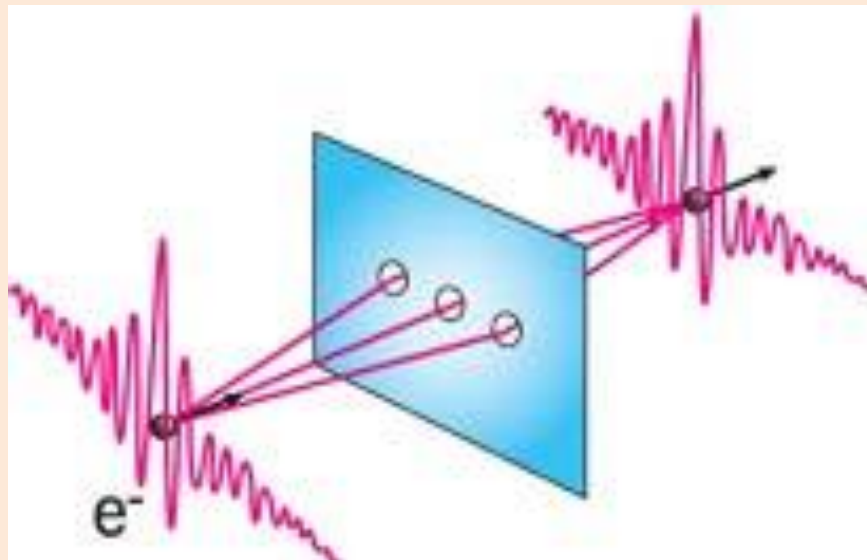
$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar$$

**Для квантовой частицы
неправомерно говорить об
одновременных значениях ее
координаты и импульса. Чем
точнее определена какая-либо из
координат, тем больше
неопределенность в
определении импульса (или
скорости) в том же направлении,
и наоборот. Понятие
траектории для квантовой**

Пример: дифракция электронов на двух щелях





В привычном мире все тела движутся по траекториям. Траекторию летящего электрона указать невозможно: он не только частица, но и волна, бесконечная в пространстве. Поэтому удастся только выяснить, какова вероятность обнаружить электрон в том или ином месте. В какое отверстие электрон пролетел, сказать тоже нельзя: можно считать, что он пролетел сквозь все отверстия сразу!

Для энергии частицы W и
времени:

$$\Delta W \Delta t \geq \hbar.$$

Эта неопределенность
приводит к размыванию
уровней энергии электронов
в атомах, а, значит, к
уширению спектральных
линий

Волновая функция

Положение частицы в
пространстве в данный
момент времени
определяют с помощью
волновой функции
 $\Psi(x, y, z, t)$.

Это комплексная
величина

Вероятность dP того, что частица находится в некотором объеме dV :

$$dP = |\Psi|^2 \cdot dV$$

$$|\Psi|^2 = \Psi \cdot \Psi^*$$

Ψ^* — комплексно сопряженная функция

Квадрат модуля пси-функции
даёт плотность вероятности
положения частицы в
пространстве

$$|\Psi|^2 = \frac{dP}{dV}$$

и изменяется по волновому

**Уравнение плоской волны де Бройля,
распространяющейся вдоль оси x :**

$$\Psi(x, t) = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}$$

p и E – импульс и энергия частицы, i – мнимая единица, A – амплитуда волны.

Учитывая, что $E = \hbar\omega$, $p = \hbar k$ получим:

$$\Psi(x, t) = Ae^{-i(\omega t - kx)}$$

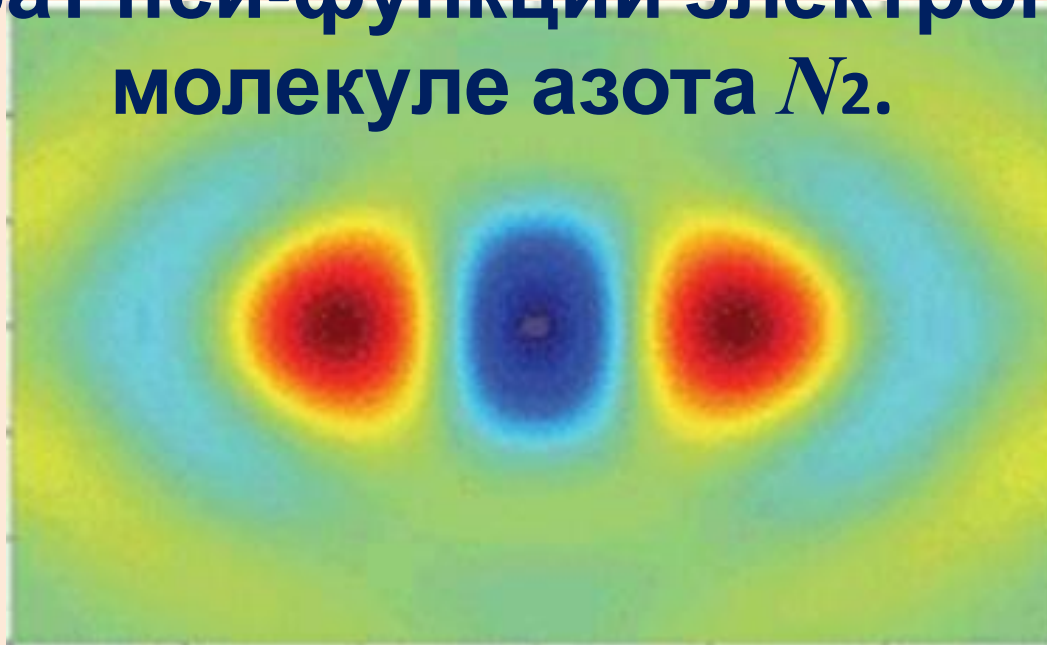
$$\Psi^*(x, t) = Ae^{i(\omega t - kx)}$$

$$|\Psi|^2 = \Psi \cdot \Psi^* = A^2$$

Квадрат амплитуды волны де Бройля в данной точке является мерой вероятности обнаружить частицу в этой точке. Это аналогично формуле для интенсивности света:

$$I \sim A^2 .$$

Распределение электронной плотности и квадрат пси-функции электронов в молекуле азота N_2 .



$|\Psi|^2$

