«ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ В ФИЗИЧЕСКОМ ПРАКТИКУМЕ»

$$\boxed{X = 54,3 \pm 0,2\ \text{см} \qquad \alpha = 0,7}$$

Доверительная вероятность…

Доверительный интервал…

Погрешность…

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$g = 4\pi^2 N^2 \frac{L}{\tau^2}$$

Измерения L и T, сделанные при помощи приборов, называются ***прямыми измерениями.***

Ускорение свободного падения g рассчитывается по ***рабочей формуле*** и называется ***косвенным измерением.***

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Равноточными ***называются измерения, выполненные в одинаковых условиях***

Пусть $x_1, x_2, ..., x_n$ – результаты ***n*** ***прямых равноточных*** измерений величины ***X***, находящиеся в окрестности ***истинного значения*** x_0 (если таковое существует) на числовой оси.

Погрешности прямых измерений, в зависимости от причин, их вызывающих, делятся на

- случайные,

- систематические,

Учесть

- промахи.

Удалить измерение

3,45 3,47 3,42 3,40 ~~**3,05**~~ 3,47 3,43

Учёт случайных ошибок

1) $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

2) $\Delta x_\alpha^2 = t_{\alpha n}^2 \cdot \left[\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (\overline{x} - x_i)^2 \right]$

Случайная погрешность

$$\Delta x_\alpha = t_{\alpha n} \cdot S_x, \quad S_x = \left[\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (\overline{x} - x_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

S_x - ***средняя квадратичная погрешность***

$$n \uparrow \Rightarrow S_x \downarrow \Rightarrow \Delta x_\alpha \downarrow$$

$t_{\alpha n}$ - ***коэффициент Стьюдента***

α - ***доверительная вероятность***

$$\alpha \uparrow \Rightarrow t_{\alpha n} \uparrow (\Delta x_\alpha \uparrow)$$

$$\alpha = P(\overline{x} - \Delta x_{\alpha} \le x_0 \le \overline{x} + \Delta x_{\alpha})$$

Таблица коэффициентов Стьюдента

n	α									
	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	**0,70**	0,80	0,90	0,99
2	0,16	0,33	0,51	0,73	1,00	1,38	2,0	3,1	6,3	63,7
3	0,14	0,29	0,45	0,62	0,82	1,06	1,3	1,9	2,9	9,9
4	0,14	0,28	0,42	0,58	0,77	0,98	1,3	1,6	2,4	5,8
5	0,13	0,27	0,41	0,57	0,74	0,94	**1,2**	1,5	2,1	4,6
6	0,13	0,27	0,41	0,56	0,73	0,92	1,2	1,5	2,0	4,0
7	0,13	0,27	0,40	0,55	0,72	0,90	1,1	1,4	1,9	3,7
8	0,13	0,26	0,40	0,55	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	3,5
9	0,13	0,26	0,40	0,54	0,71	0,89	1,1	1,4	1,9	3,4
10	0,13	0,26	0,40	0,54	0,70	0,88	1,1	1,4	1,8	3,3
…										
40	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,1	1,3	1,7	2,7

$$n = 5, \quad \alpha = 0{,}7 \Rightarrow t_{\alpha n} = 1{,}2$$

Источники систематических ошибок

- несовершенство методики измерений; ***Улучшить метод…***

- особенности объекта исследования (по форме, неоднородности и т.п.); ***Учесть особенности…***

- ограниченность точности приборов.

Определить систематическую (приборную) погрешность.

$$\Delta x_{\text{пр}}$$

Определение систематических ошибок

3) $\Delta x_{\text{пр}}$

1. Берут цену деления или 0,5 цены деления шкалы прибора (секундомер, линейка, нониус…)

Электроизмерительные приборы

предел измерения…

цена деления…

класс точности…

2. Ошибки электроизмерительных приборов (максимальная абсолютная приборная погрешность) определяют по классу точности прибора, который указан на лицевой части прибора в виде отдельного числа:

0.2; 0.5; 1.0; 2.0 и т. д.

Пример: миллиамперметр

Предел измерения - 150 мА
Число делений шкалы - 30
Класс точности - 2.0.

Цена деления 150 : 30 = 5 мА

Максимальная абсолютная погрешность
(приборная погрешность):

$$\Delta x_{\text{пр}} = \frac{(\text{Предел измерения}) \times (\text{класс точности})}{100} = \frac{150 \cdot 2}{100} = 3\ \text{мА}$$

Определение погрешности прямых равноточных измерений.

$$4)\quad \Delta x = \sqrt{{\Delta x_{\alpha}}^2 + {\Delta x_{пр}}^2}$$

При расчетах погрешностей вычисления производят, сохраняя не более **<u>двух значащих цифр</u>**. Более точные вычисления не имеют смысла, так как в окончательном результате в погрешности сохраняется только **<u>одна</u>** **<u>значащая цифра.</u>**

<u>Если одна из погрешностей превышает другую более чем в 3 раза, меньшей погрешностью можно пренебречь.</u>

$$\Delta x = \sqrt{{\Delta x_{\alpha}}^2 + {\Delta x_{пр}}^2} = \sqrt{0{,}1^2 + 0{,}5^2} = \sqrt{0{,}26} \simeq 0{,}51$$

$$x = 54{,}3 \pm 0{,}5$$

Измерительный прибор – <u>линейка…</u>

№ изме-рения	L_i, см	$\lvert L_i-\bar{L}\rvert$, см	$\left(L_i-\bar{L}\right)^2$, см^2
1	99,8	0,2	$4\cdot10^{-2}$
2	100,1	0,1	$1\cdot10^{-2}$
3	100,2	0,2	$4\cdot10^{-2}$
4	99,9	0,1	$1\cdot10^{-2}$
5	100,1	0,1	$1\cdot10^{-2}$

$$\bar{L}=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}L_i=100+\frac{1}{5}\left(-0,2+0,1+0,2-0,1+0,1\right)=100,02\approx100,0 \text{ см}$$

$$\sum_{i=1}^{5}\left(L_i-\bar{L}\right)^2=11\cdot10^{-2} \text{ см}^2$$

$$\Delta L_\alpha{}^2=t_{\alpha n}{}^2\left[\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(\bar{L}-L_i)^2\right]=1,2^2\left[\frac{1}{5\cdot4}11\cdot10^{-2}\right]\approx79\cdot10^{-4} \text{ см}^2$$

$$\Delta L_{пр} = 0{,}5 \cdot 10^{-1}\ \text{см} \Rightarrow \Delta L_{пр}^{2} = 25 \cdot 10^{-4}\ \text{см}^{2}$$

$$\Delta L = \sqrt{\Delta L_{\alpha}{}^{2} + \Delta L_{пр}{}^{2}} = \sqrt{79 \cdot 10^{-4} + 25 \cdot 10^{-4}} = 0{,}10\ \text{см}$$

Запись результатов прямых равноточных измерений

$$L = \left(100{,}0 \pm 0{,}1\right)\ \text{см} \qquad \alpha = 0{,}7$$

$$T = \left(2{,}0 \pm 0{,}2\right)\ \text{с} \qquad \alpha > 0{,}7$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТИ КОСВЕННОГО ИЗМЕРЕНИЯ

$$y = f\left(z_1, z_2, \ldots, z_j, \ldots, z_m\right) \qquad \Delta y = ?$$

$$\delta y = \frac{\Delta y}{y} = \sqrt{\sum_{j=1}^{m}\left(\frac{\partial \ln y}{\partial z_j} \cdot \Delta z_j\right)^2}$$

$$\Delta y = y \cdot \delta y.$$

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

$$\delta g = \sqrt{\sum_{j=1}^{2}\left(\frac{\partial \ln g}{\partial z_j}\cdot \Delta z_j\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta T}{T}\right)^2}$$

Формула относительной погрешности косвенного измерения

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

$$\delta g = \sqrt{\sum_{j=1}^{2}\left(\frac{\partial \ln g}{\partial z_j}\cdot \Delta z_j\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta T}{T}\right)^2}$$

Формула относительной погрешности косвенного измерения

$$\ln g = \ln 4\pi^2 + \ln L - 2\ln T$$

$$\frac{\partial \ln g}{\partial L} = \frac{1}{L}$$

$$\frac{\partial \ln g}{\partial T} = -\frac{2}{T}$$

Во всех работах учебной лаборатории относительная погрешность косвенного измерения не бывает меньше 1%, **<u>для предварительной записи результата косвенного измерения достаточно использовать не более трех значащих цифр</u>**.

Пример записи:

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2} = 4 \cdot 3{,}14^2 \cdot \frac{100 \cdot 10^{-2}}{1{,}96^2} = 10{,}3\ м \cdot с^{-2}$$

$$\delta g = \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta T}{T}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,1}{100}\right)^2 + \left(\frac{2\cdot 0,2}{2}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{10^{-6} + 4\cdot 10^{-2}} = 0,20 = 20\%$$

$$\Delta g = g\cdot\delta g = 10,3\cdot 0,2 = 2,06 = 2 \text{ м}\cdot\text{с}^{-2}$$

Число значащих цифр в окончательной записи результатов прямых и косвенных измерений определяется абсолютной погрешностью.

$$g = 10,3 \text{ м}\cdot\text{с}^{-2} \Rightarrow g = (10 \pm 2) \text{ м}\cdot\text{с}^{-2} \qquad \alpha = 0,7$$

ВТОРАЯ МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

…Когда невозможно осуществить серию равноточных измерений.

Суть второй методики: Для каждого значения прямого измерения вычисляется собственное значение косвенного измерения.

1) $$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

2) $$\Delta y_{\alpha}{}^2 = t_{\alpha n}{}^2 \left[\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (\bar{y} - y_i)^2 \right]$$

3) $$\Delta y = \sqrt{\Delta y_{\alpha}{}^2 + \Delta y_{\text{пр}}{}^2}$$

Систематическую (приборную) погрешность косвенного измерения определяют **по формулам погрешностей**, используя результаты **«наилучшего»** опыта, для которого результат оказался **ближе всего к среднему значению косвенного измерения**