«Методы и алгоритмы цифровой обработки сигналов на базе MATLAB»

Методы параметрического спектрального анализа. Оценка порядка АР-модели и сравнение оценок СПМ

Клионский Д.М. – к.т.н., доцент кафедры математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)

Институт непрерывного образования

1886

СПбГЭТУ «ЛЭТИ»

ЗАНИЖЕННЫЙ И ЗАВЫШЕННЫЙ ПОРЯДОК АР-МОДЕЛИ

Порядок **АР-модели** обычно заранее **неизвестен.**

1) выбор **заниженного** порядка АР-модели;

2) выбор **завышенного** порядка АР-модели.

Заниженный порядок АР-модели

Следствие – **избыточное сглаживание** оценки СПМ (неразличимость **малых пиков**), которая не отражает **истинную структуру** СПМ в частотной области.

Завышенный порядок АР-модели

Следствие – **появление ложных пиков** в оценке СПМ, что нарушает (снижает) ее **информативность.**

ОЦЕНИВАНИЕ ПОРЯДКА АР-МОДЕЛИ. КРИТЕРИЙ БАЙЕСА

Оптимальное оценивание порядка АР-модели анализируемой последовательности

Осуществляется на основе использования специальных информационных критериев.

Информационные критерии (разновидности)

1) критерий Акаике;

2) критерий Байеса;

3) критерий финальной ошибки предсказания.

Информационный критерий Байеса

$$BIC(L, p) = L \ln \sigma_{\varepsilon}^{2} + p \ln L$$

КРИТЕРИЙ БАЙЕСА

Информационный критерий Байеса (аналитическое выражение)

$$\mathrm{BIC}(L, p, \sigma_\varepsilon^2) = L \ln \sigma_\varepsilon^2 + p \ln L$$

L – длина последовательности

$p = (M-1)$ – порядок модели

σ_ε^2 – средний квадрат ошибки линейного предсказания

Задача определения оптимального порядка модели

$$p_{\mathrm{opt}} \rightarrow \min_p \mathrm{BIC}(L, p, \sigma_\varepsilon^2), \; p \in [p_{\min}; p_{\max}]$$

1) **минимальный** p_{min} и **максимальный** p_{max} порядки обычно выбираются из эмпирических соображений;

2) **для каждого порядка** p рассчитывается дисперсия ошибки линейного предсказания.

СРАВНЕНИЕ ОЦЕНОК СПМ С ИСТИННОЙ СПМ (1)

1) На этапе **моделирования** имеется возможность сравнения **оценки СПМ** с **истинной СПМ.**

2) Основной **показатель качества** при сравнении оценок СПМ – **среднеквадратическая ошибка RMSE** (Root Mean Squared Error) между **истинной СПМ** и ее **оценкой** при заданной **длине последовательности.**

$$\mathrm{RMSE}(\omega) = \sqrt{\frac{1}{L}\sum_{k=0}^{L-1}\left|S(\omega_k) - \hat{S}(\omega_k)\right|^2}$$

$S(\omega_k)$ – истинная СПМ

$\hat{S}(\omega_k)$ – оценка СПМ

ω_k – значения частот в L равноотстоящих точках на периоде

СРАВНЕНИЕ ОЦЕНОК СПМ С ИСТИННОЙ СПМ (2)

1) Вычисление истинной СПМ

$$H(z) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{M-1} a_k z^{-k}} = \frac{1}{A(z)}$$

$$S_y(\omega) = \frac{\sigma^2}{f_д} \left| H\left(e^{j\omega T}\right) \right|^2$$

2) Вычисление оценки СПМ

- метод **Юла-Уолкера**;
- метод **Берга**;
- **ковариационный** метод;
- **модифицированный ковариационный** метод.

СРАВНЕНИЕ ОЦЕНОК СПМ С ИСТИННОЙ СПМ (2)

3) Предположение о совпадении анализируемой последовательности и моделируемой последовательности.

4) Вычисление оценок параметров АР-модели (используя функции MATLAB).

5) Вычисление оценки СПМ.

Вывод

Чем меньше значение RMSE, тем лучше используемая оценка СПМ.

«Методы и алгоритмы цифровой обработки сигналов на базе MATLAB»

Методы параметрического спектрального анализа. Оценка порядка АР-модели и сравнение оценок СПМ

Клионский Д.М. – к.т.н., доцент кафедры математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)

Институт непрерывного образования
1886
СПбГЭТУ «ЛЭТИ»