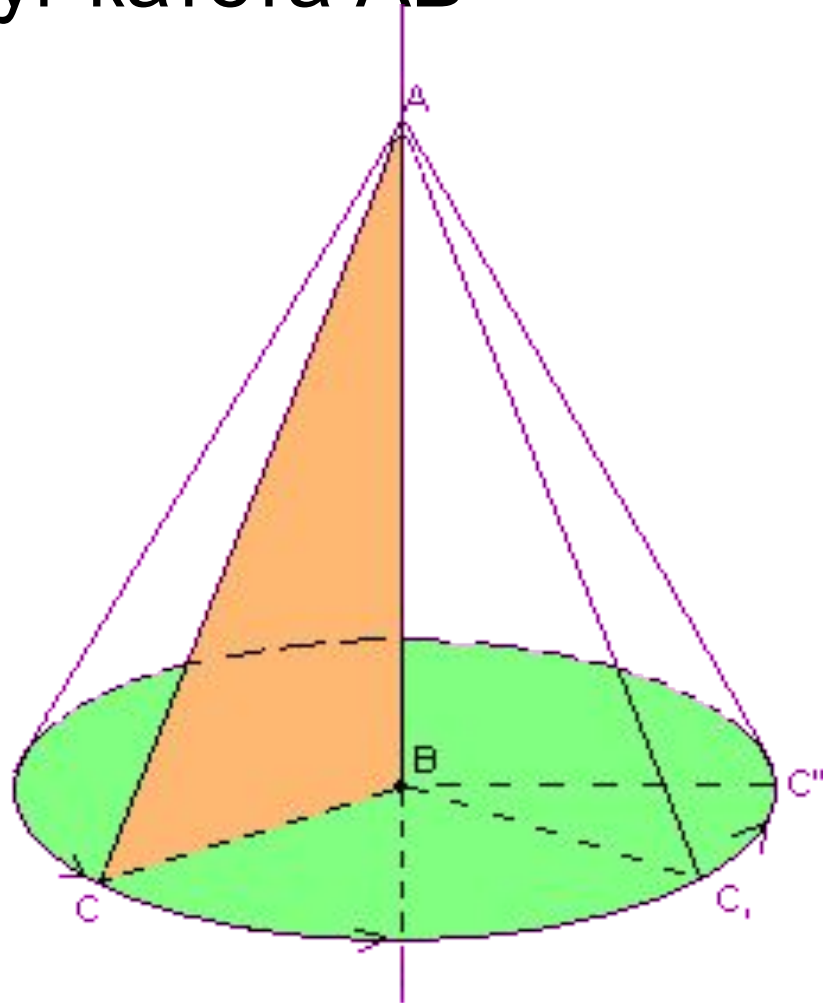




КОМУС

Конус – это фигура, полученная вращением прямоугольного треугольника ABC вокруг катета AB

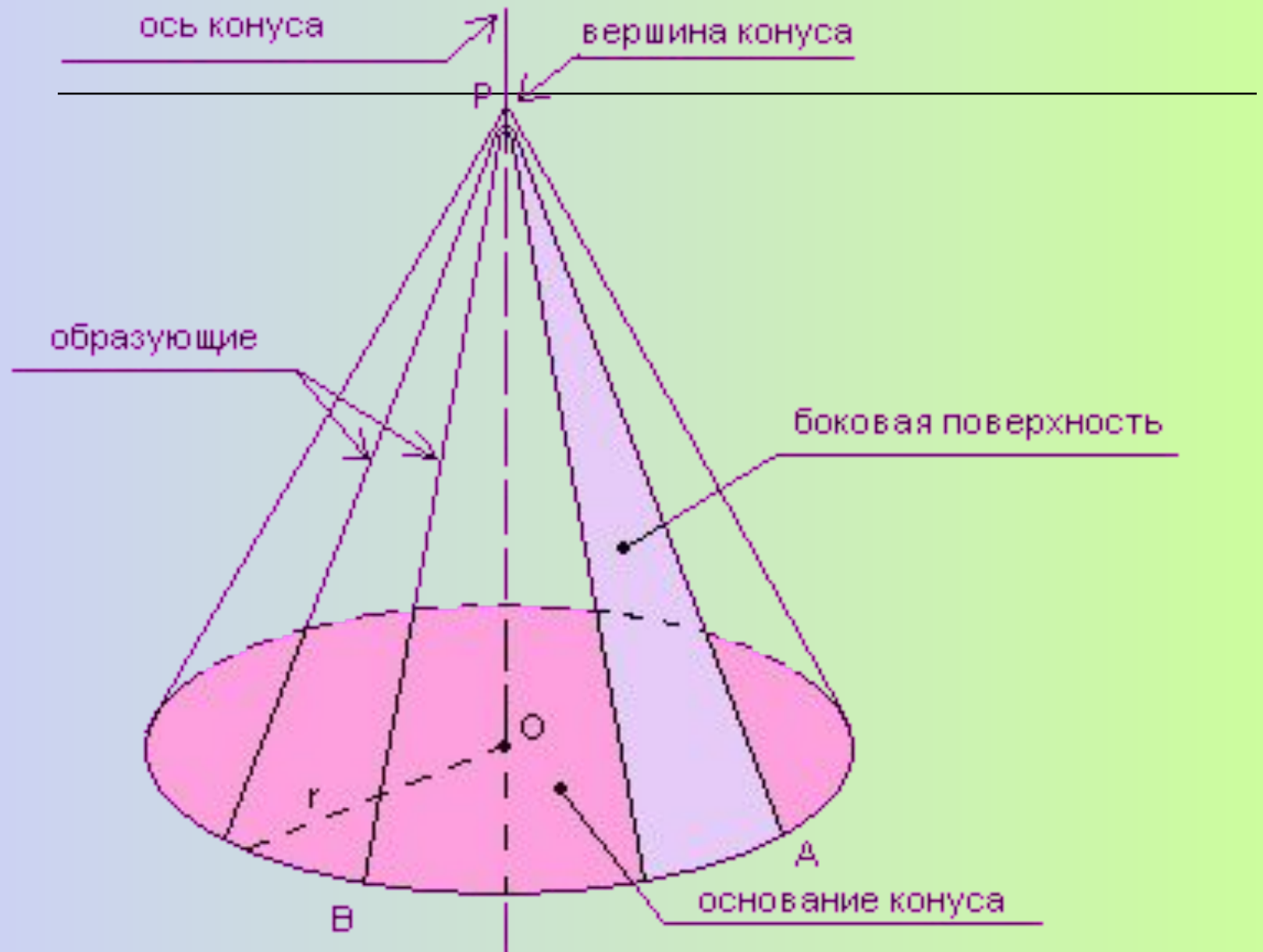


- **Конус (точнее, круговой конус)** – это геометрическое тело, которое состоит из круга (называемого **основанием конуса**), точки, не лежащей в плоскости этого круга (называемой **вершиной конуса**) и всех возможных отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания.

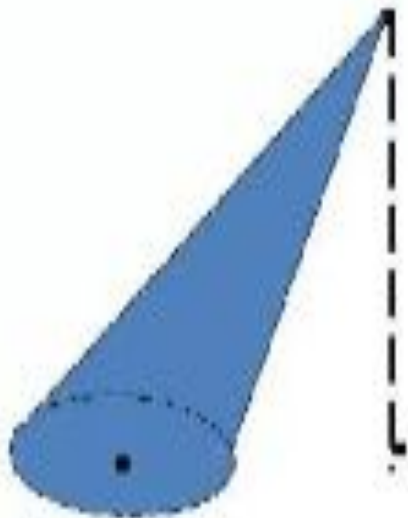
Элементы конуса

- Отрезки (или их длины), соединяющие вершину конуса с точками окружности основания, называются **образующими конуса**.
- Все образующие прямого кругового конуса равны между собой.
- Поверхность конуса состоит из основания конуса (круга) и боковой поверхности (составленной из всех возможных образующих).
- Объединение образующих конуса называется **образующей (или боковой) поверхностью конуса**.

Конус и элементы конуса



Виды конуса



*НАКЛОННЫЙ
КОНУС*



*ПРЯМОЙ
КОНУС*

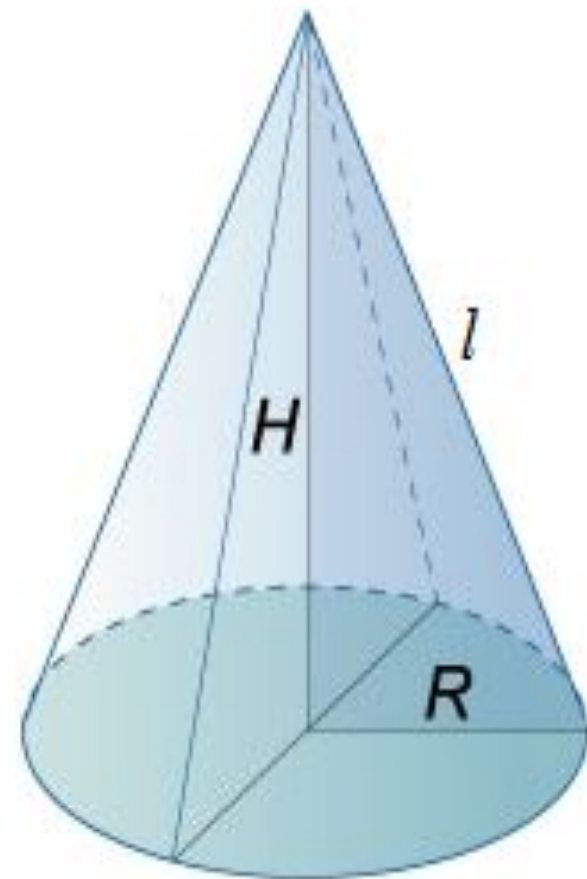


*УСЕЧЁННЫЙ
КОНУС*

Прямой конус

- Конус называется **прямым**, если прямая, соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания.

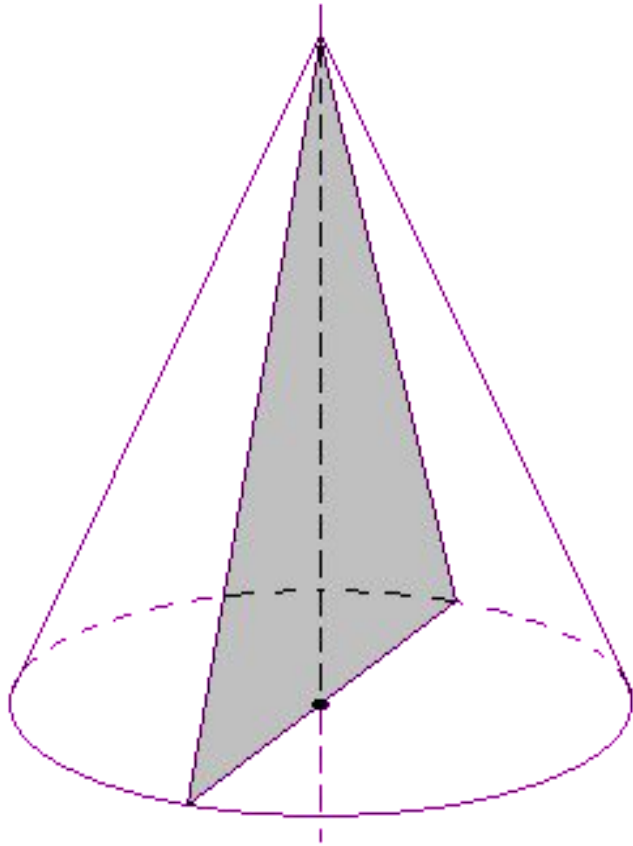
$$l^2 = h^2 + R^2$$



Понятия высоты и радиуса конуса

- **Радиусом конуса** называется радиус его основания.
- **Высотой конуса** называется перпендикуляр (или его длина), опущенный из его вершины на плоскость основания.
- У прямого конуса основание высоты совпадает с центром основания. Осью прямого кругового конуса является прямая, проходящая через центр основания и вершину.

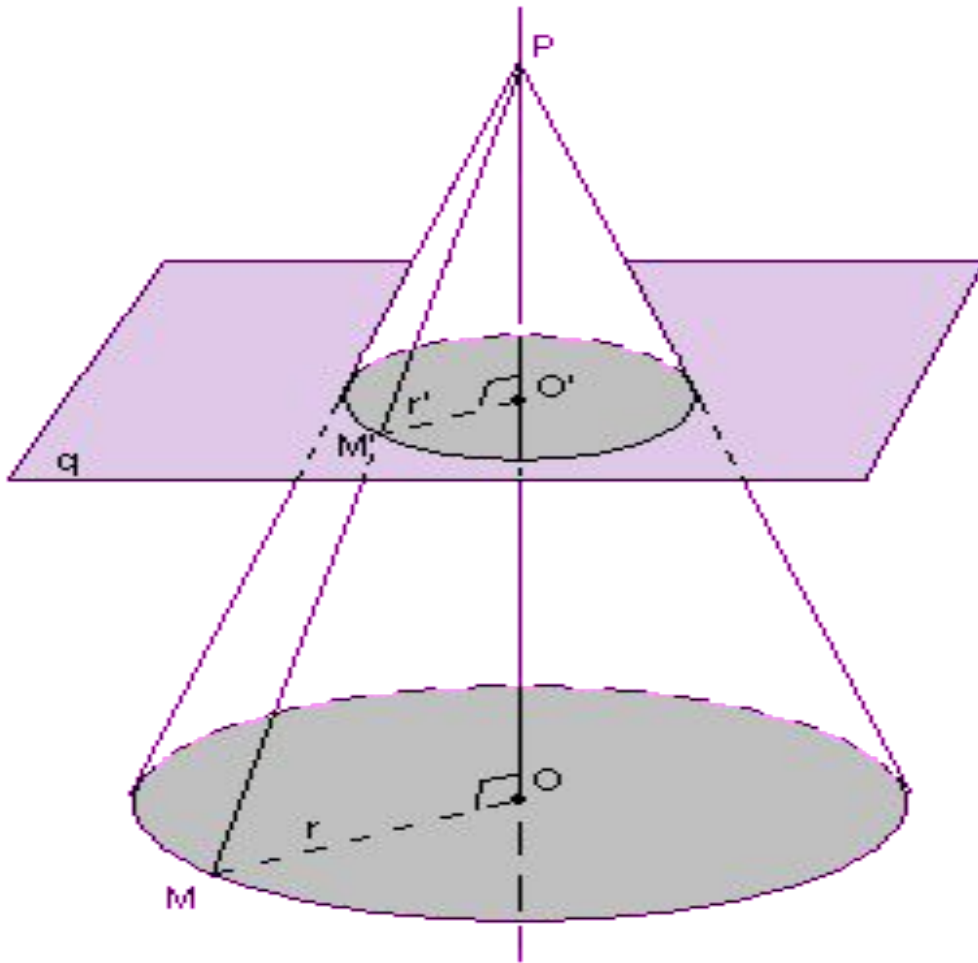
Осевое сечение конуса.



- Если секущая плоскость проходит через ось конуса, то сечение представляет собой равнобедренный треугольник, основание которого — диаметр основания конуса, а боковые стороны — образующие конуса. Это сечение — **осевое**.

Сечение конуса плоскостью q , перпендикулярной к его оси

Если секущая плоскость
проходит через
внутреннюю точку высоты
конуса и перпендикулярна
ей, то сечением конуса
является круг, центр
которого есть точка
пересечения высоты и
этой плоскости



Площадь поверхности конуса

- За площадь боковой поверхности конуса принимается площадь её развертки.
- Площадь **боковой** поверхности конуса равна произведению половины длины окружности основания на образующую.
 - $S = \pi r l$
- Площадь **полной** поверхности конуса — сумма площадей боковой поверхности и основания.
 - $S = \pi r (l + r)$

Объем конуса

- Объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту.

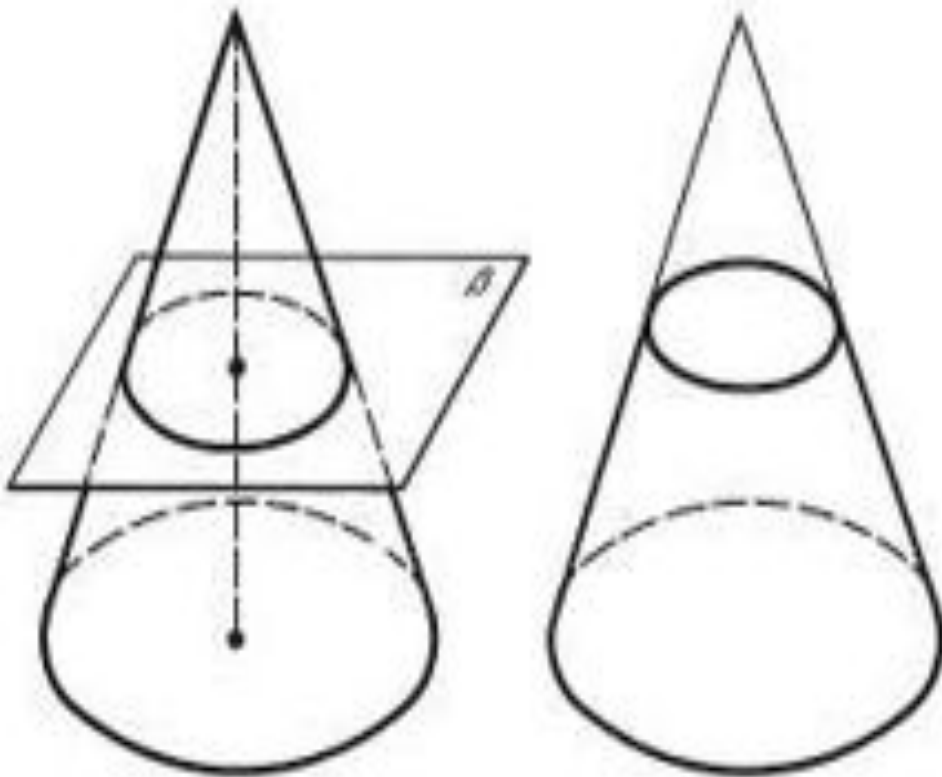
- $$V_{\text{конуса}} = \frac{\pi R^2 h}{3}$$

Усечённый конус

- Определение.
- **Усечённым конусом** называется геометрическая фигура, полученная вращением прямоугольной трапеции вокруг её меньшей боковой стороны.
- Другими словами: усечённым конусом называется часть конуса, заключённая между основанием и параллельным основанию сечением конуса.
- **Осевое сечение** – равнобедренная трапеция

Усечённый конус

Плоскость, параллельная основанию конуса и пересекающая конус, отсекает от него меньший конус



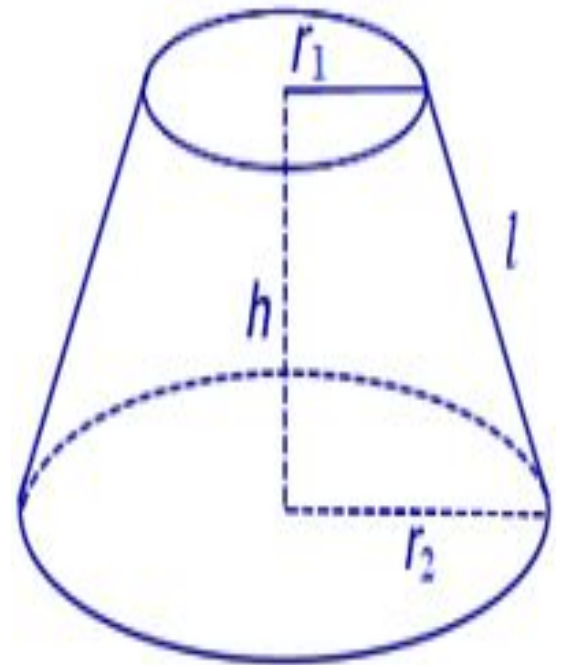
Оставшаяся часть называется **усеченным конусом.**

Элементы усеченного конуса

- Основание исходного конуса и круг, получающийся в сечении этого конуса плоскостью, называются **основаниями**, а отрезок, соединяющий их центры - **высотой усеченного конуса**.
- Прямая проходящая через высоту усеченного конуса (т.е. через центры его оснований) является его **осью**.
- Часть боковой поверхности конуса, ограничивающая усеченный конус, называется его **боковой поверхностью**, а отрезки образующих конуса, расположенные между основаниями усеченного конуса, называются его **образующими**.

Объем усеченного конуса

Объем усеченного конуса равен разности объемов полного конуса и конуса, отсекаемого плоскостью, параллельной основанию конуса.



Формула вычисления объема усеченного конуса

- **Объём усечённого конуса вычисляется по формуле:**

$$V_{\text{усеч. конуса}} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot (S_1 + \sqrt{S_1 \cdot S_2} + S_2) = \frac{1}{3} \cdot \pi h \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

- где: $S_1 = \pi r_1^2$ и $S_2 = \pi r_2^2$ – площади оснований, h – высота усечённого конуса, r_1 и r_2 – радиусы верхнего и нижнего оснований усеченного конуса.

Площадь боковой поверхности усеченного конуса

- площадь боковой поверхности усеченного конуса равна разности площадей боковых поверхностей полного конуса и конуса, отсекаемого плоскостью, параллельной основанию конуса.

Формула для нахождения площади боковой поверхности усеченного конуса

- **Площадь боковой поверхности усеченного конуса** вычисляется по формуле:

$$S_{\text{бок. усеч. конуса}} = \frac{1}{2} \cdot (P_1 + P_2) \cdot l = \pi \cdot (r_1 + r_2) \cdot l$$

- где: $P_1 = 2\pi r_1$ и $P_2 = 2\pi r_2$ – периметры оснований усеченного конуса, l – длина образующей

Формула для нахождения площади полной поверхности усеченного конуса

- **Площадь полной поверхности усеченного конуса**, очевидно, находится как сумма площадей оснований и боковой поверхности:

$$\begin{aligned} S_{\text{полн. усеч. конуса}} &= S_1 + S_2 + S_{\text{бок. усеч. конуса}} = \\ &= \pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \pi \cdot (r_1 + r_2) \cdot l = \pi (r_1^2 + r_2^2 + r_1 l + r_2 l) \end{aligned}$$

Задания

- **№1.** Образующая конуса равна 2 см, а радиус основания – 1 см. Объясните, больше или меньше 6 см^2 площадь его полной поверхности.
- **№2.** Диаметр основания конуса равен 6, а высота равна 4. Вычислите образующую конуса и расстояние от центра основания до образующей конуса.
- **№3.** В усеченном конусе радиусы оснований равны 1 и 4, а образующая – 5. Найдите высоту конуса.