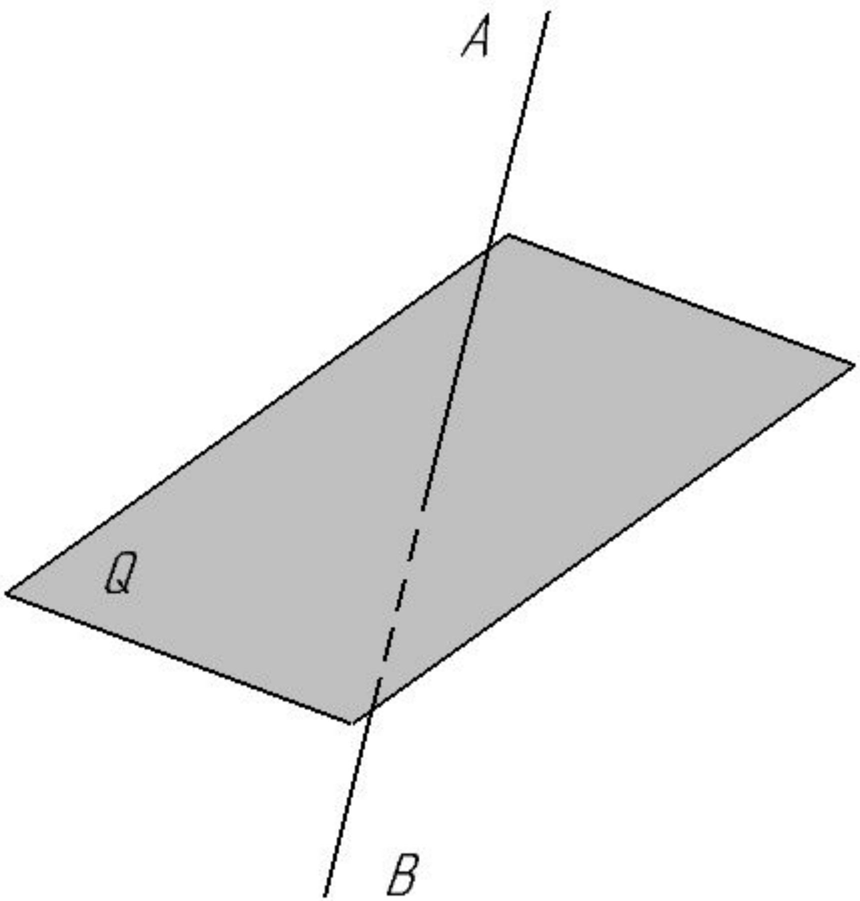
ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Пересечение прямой линии с плоскостью общего положения

Дано: *AB*, *P*

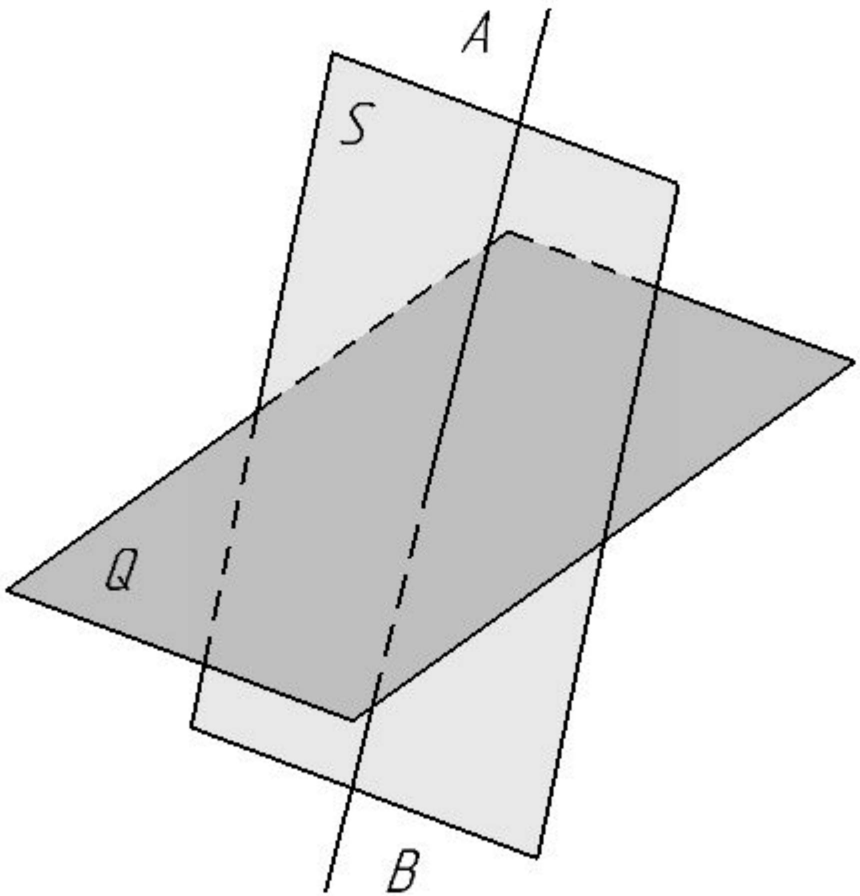
$AB \cap P = K$?



Пересечение прямой линии с плоскостью общего положения

Алгоритм
:

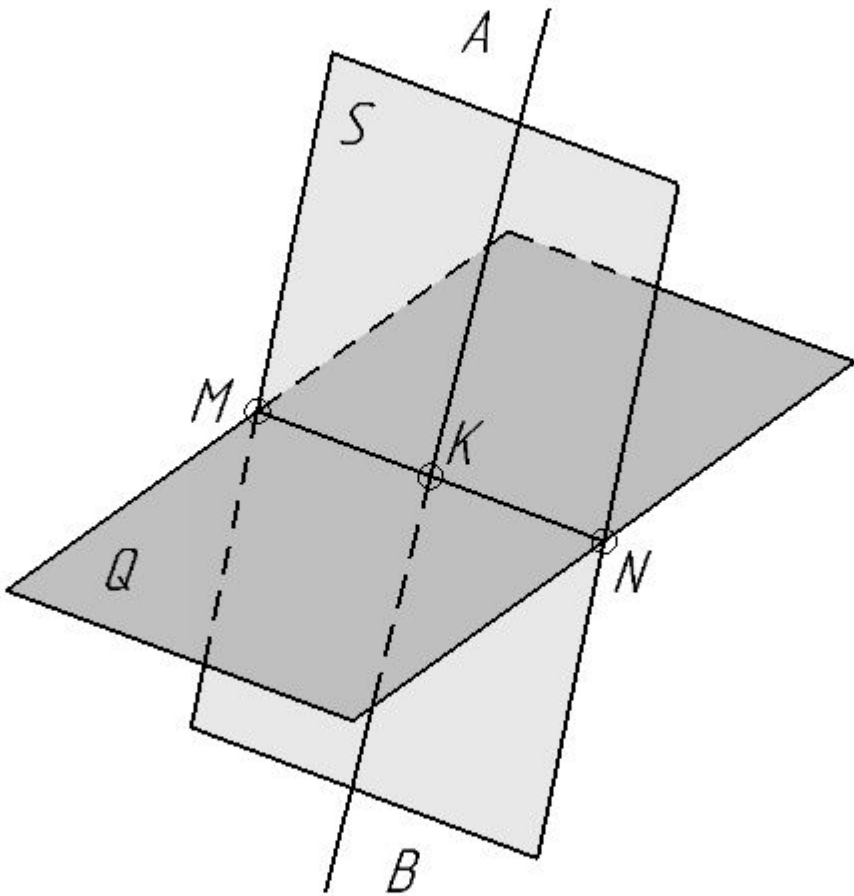
1). $AB \subset S$



Пересечение прямой линии с плоскостью общего положения

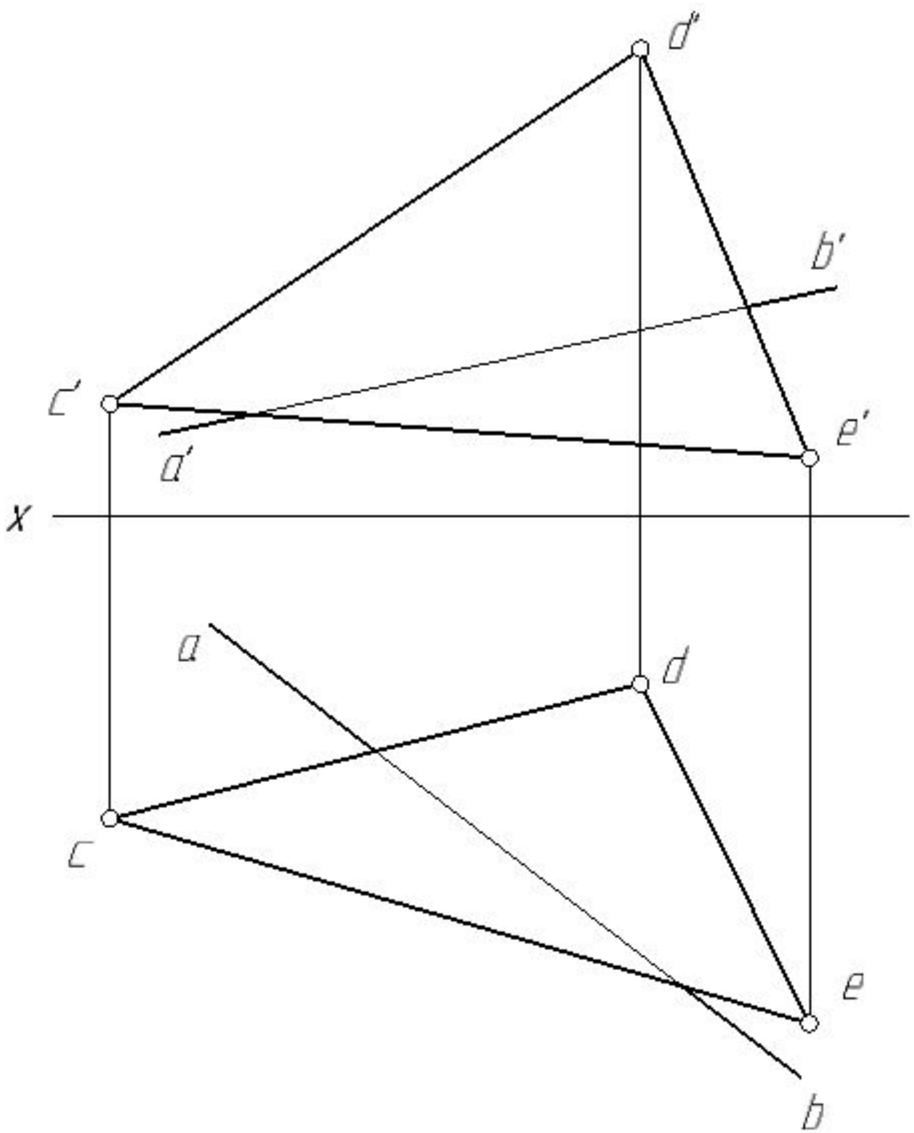
Алгоритм
:

1). $AB \subset S$
2). $S \cap P = MN$
3). $AB \cap MN = K$

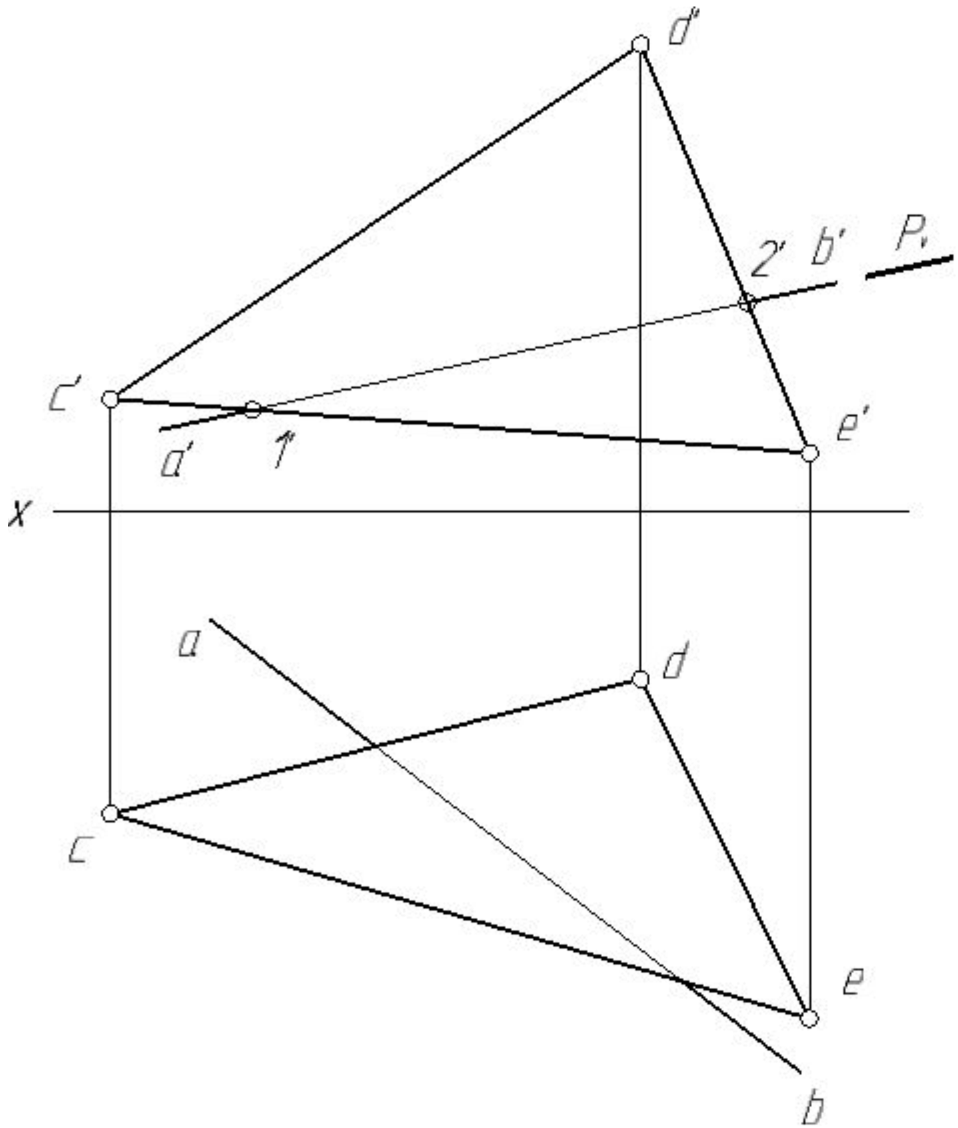


План: Чтобы построить точку пересечения прямой с плоскостью общего положения необходимо:
1).Через заданную прямую (*AB*) провести вспомогательную плоскость (*S*)(желательно проецирующую);
2). Построить линию пересечения (*MN*) заданной плоскости (*P*) со вспомогательной (*S*);
3). Отметить точку пересечения (*K*) -линии пересечения (*MN*) с данной прямой (*AB*).

Пример: Найти точку пересечения прямой АВ с плоскостью треугольника



<u>Пример:</u> Найти точку пересечения прямой АВ с плоскостью треугольника

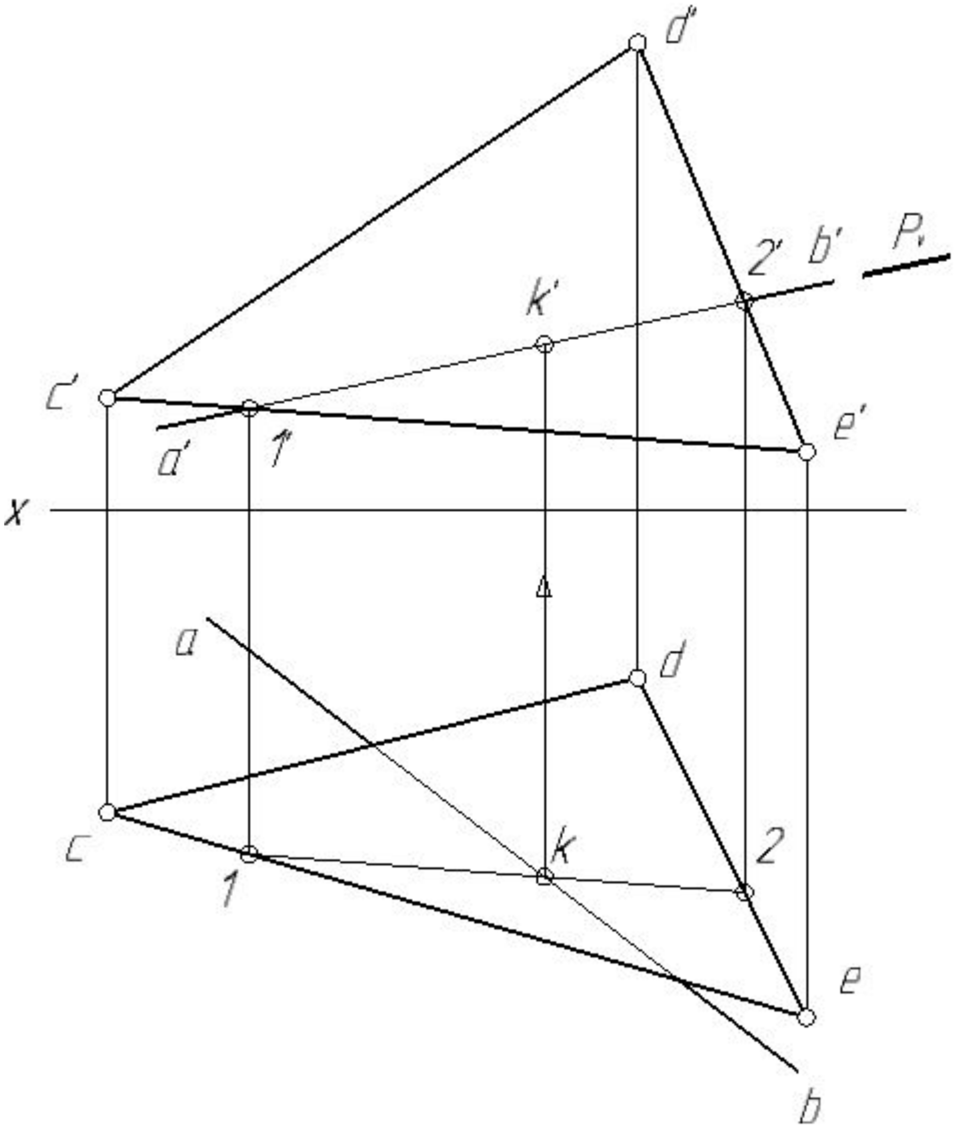


Алгоритм:

1). $AB \subset P$

2). $P \cap \square = 12$

<u>Пример:</u> Найти точку пересечения прямой АВ с плоскостью треугольника



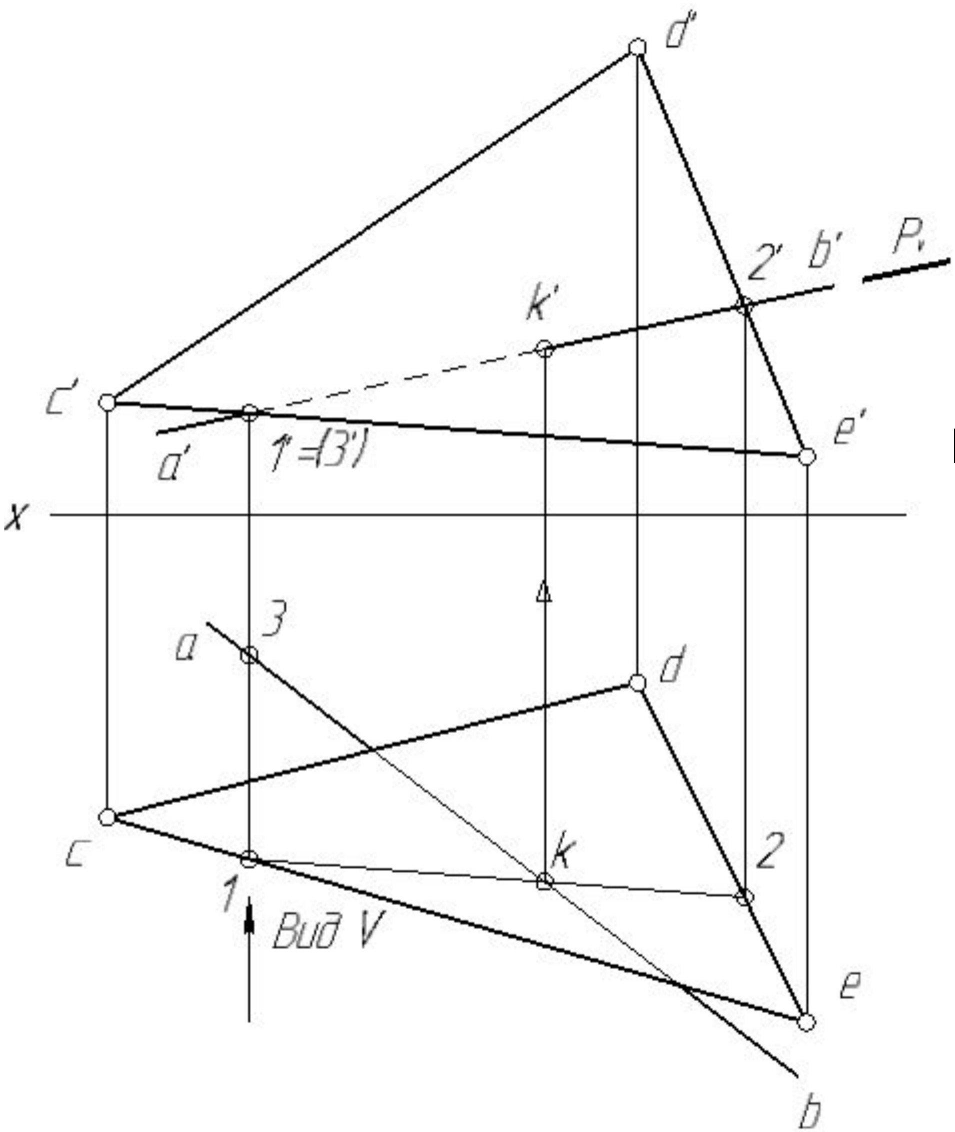
Алгоритм:

1). $AB \subset P$

2). $P \cap$ □ $= 12$

3). $AB \cap 12 = K$

<u>Пример:</u> Найти точку пересечения прямой АВ с плоскостью треугольника



Алгоритм:

1). $AB \subset P$

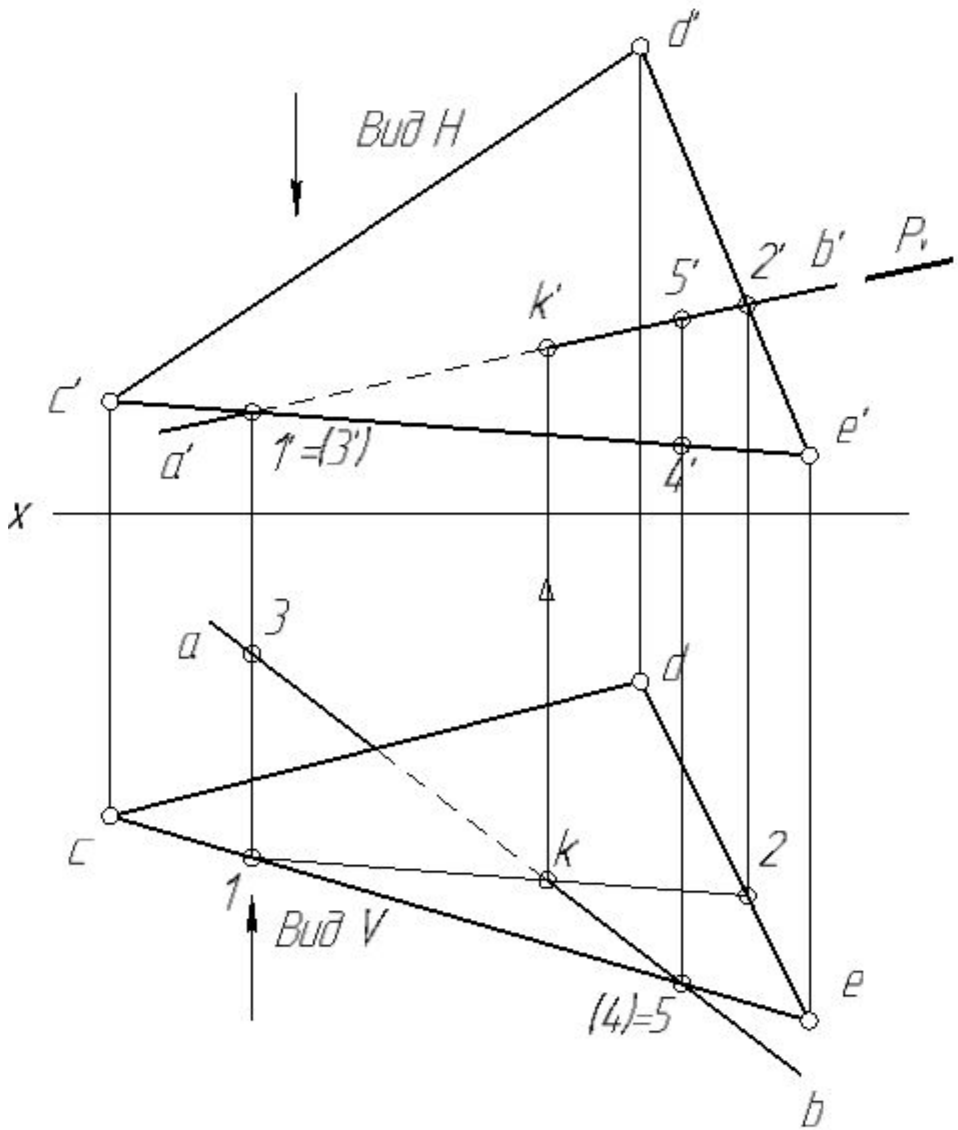
2). $P \cap$ □ $= 12$

3). $AB \cap 12 = K$

Видимость – методом конкурирующих точек:

Видимость на пл.V

<u>Пример:</u> Найти точку пересечения прямой АВ с плоскостью треугольника



Алгоритм:

1). *АВ* ⊂ *Р*

2). *Р* ∩ □ = *12*

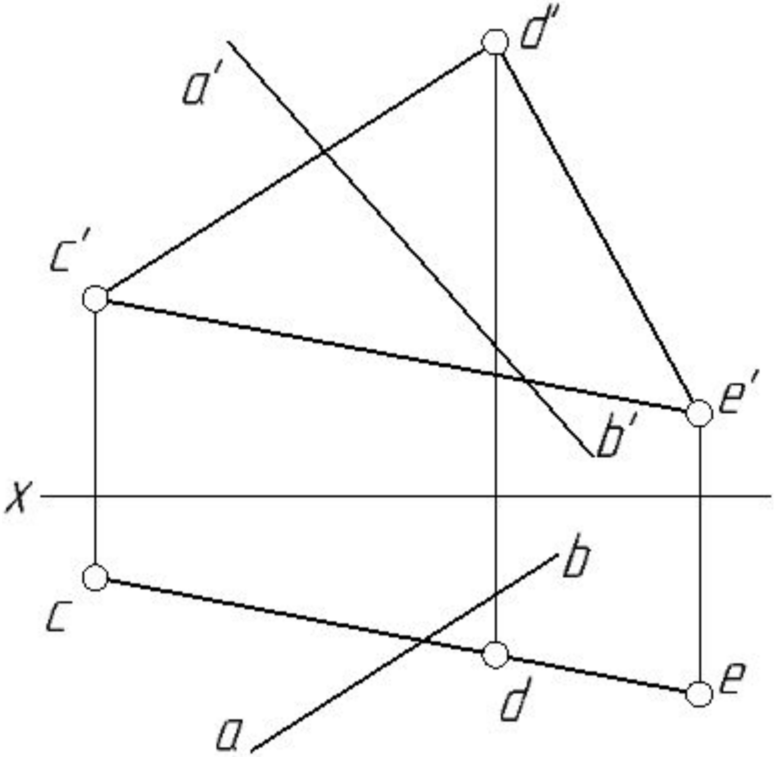
3). *АВ* ∩ *12* = *К*

Видимость – методом конкурирующих точек:

Видимость на пл. *Н*

Пересечение прямой линии с проецирующей плоскостью

Точка пересечения прямой с плоскостью - точка общая для прямой и для плоскости. Проецирующая плоскость проецируется на ПП в виде прямой линии. На этой прямой должна находиться соответствующая проекция точки, в которой прямая пересекается с проецирующей плоскостью.

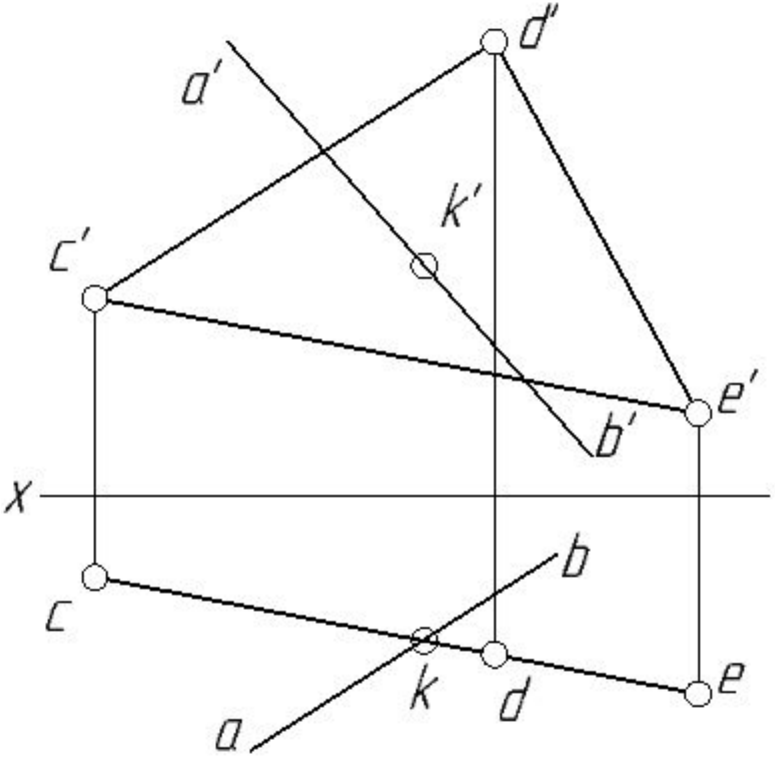


$$P(\Delta CDE) \perp H \qquad K = AB \cap P$$

Пример: Построить проекции точки пересечения прямой AB с плоскостью треугольника ABC, соблюдая условия видимости.

Пересечение прямой линии с проецирующей плоскостью

Точка пересечения прямой с плоскостью - точка общая для прямой и для плоскости. Проецирующая плоскость проецируется на ПП в виде прямой линии. На этой прямой должна находиться соответствующая проекция точки, в которой прямая пересекается с проецирующей плоскостью.

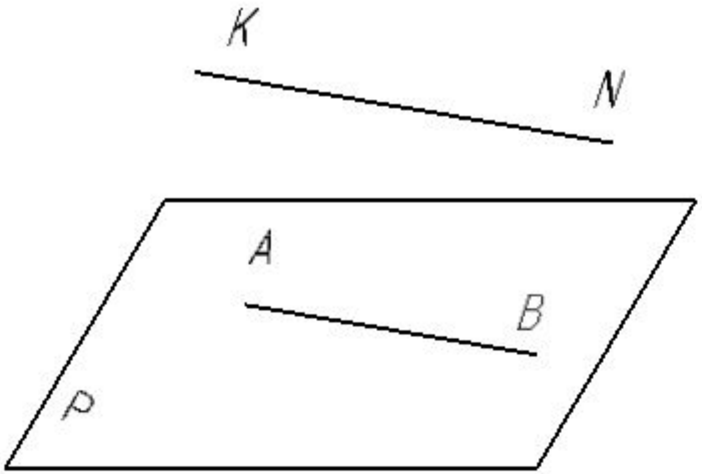


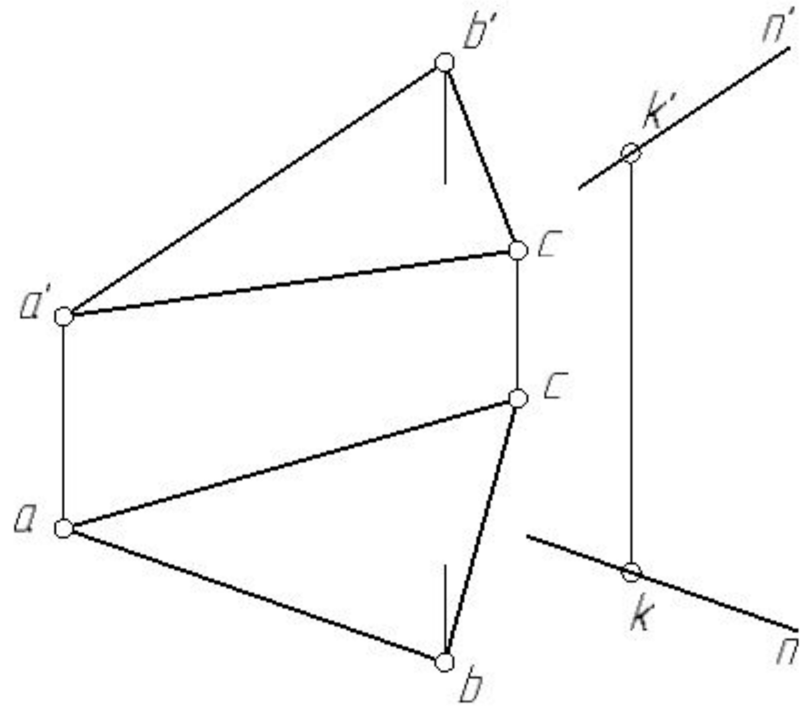
Пример: Построить проекции точки пересечения прямой АВ с плоскостью треугольника АВС, соблюдая условия видимости.

Т.к. $P \perp H \rightarrow k = ab \cap cde \qquad k \rightarrow k'$

Параллельность прямой и плоскости

Признак: Прямая параллельна плоскости, если она параллельна прямой данной плоскости





Признак:

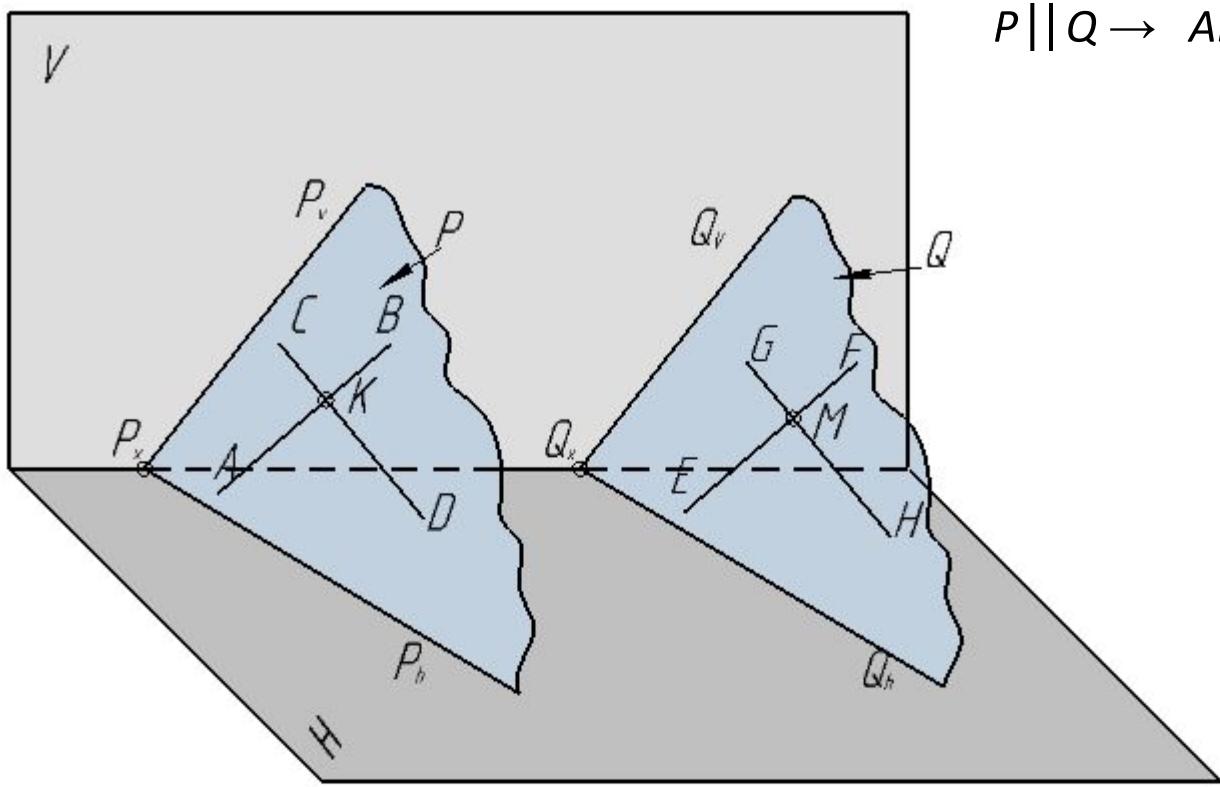
$MN || P \to MN || AB$ и $AB \subset P$

Теорема:

$KN\ || \Delta ABC \to kn || ab;\ \ k'n'\ || a'b'$

Параллельность двух плоскостей

Признак: Две плоскости взаимно-параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.



$P \| Q \rightarrow AB \| EF$ и $CD \| GH$

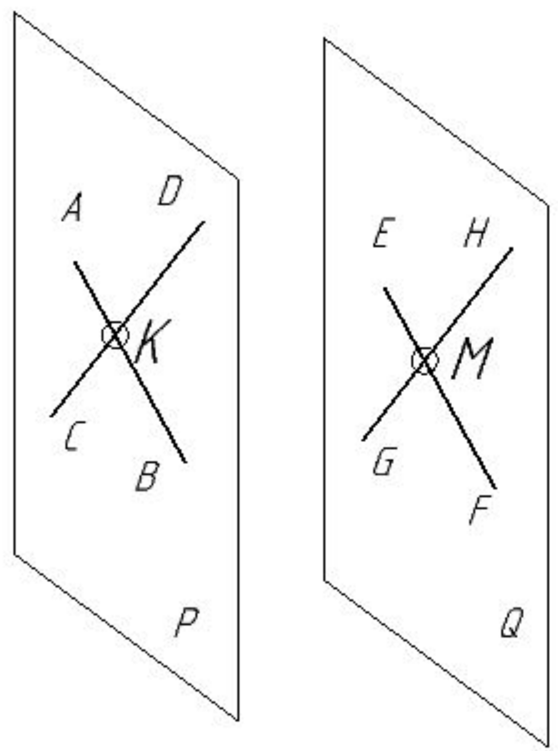
$P(AB \cap CD); Q(EF \cap GH)$

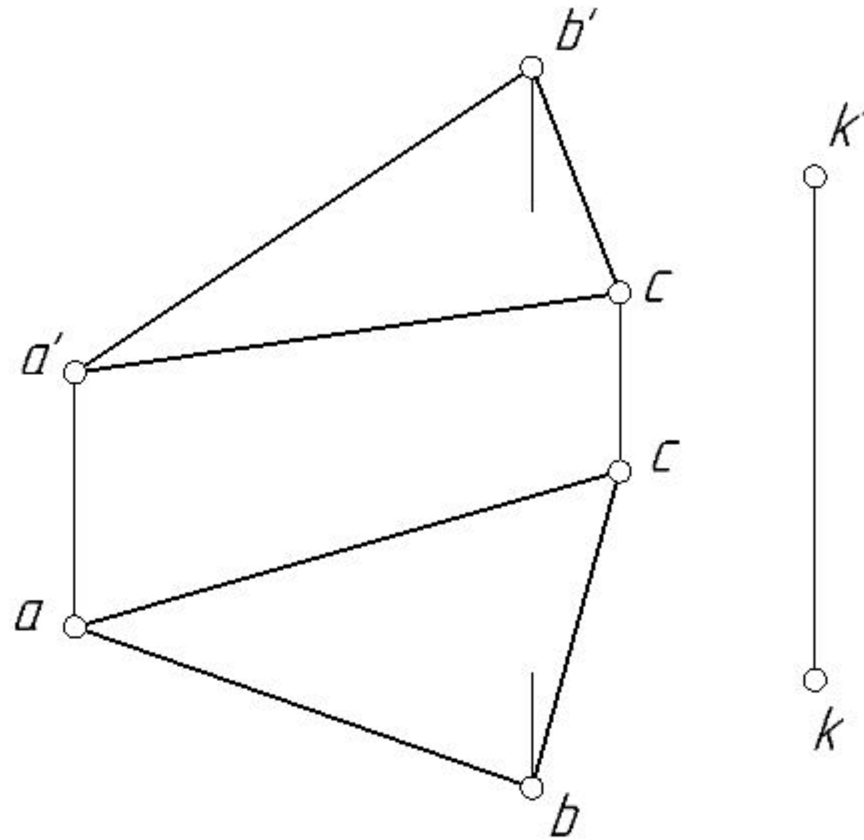
<u>*Пример:*</u> Через т. К провести плоскость параллельную плоскости *Δ ABC*

$P(\Delta ABC)$; $K \in Q \; || \; P$ - ?

$Q\ (KM \cap KN) \rightarrow\ km \; || \; ab$ и $k'm' \; || \; a'b'$

$P(AB \cap CD)$; $Q(EF \cap GH)$



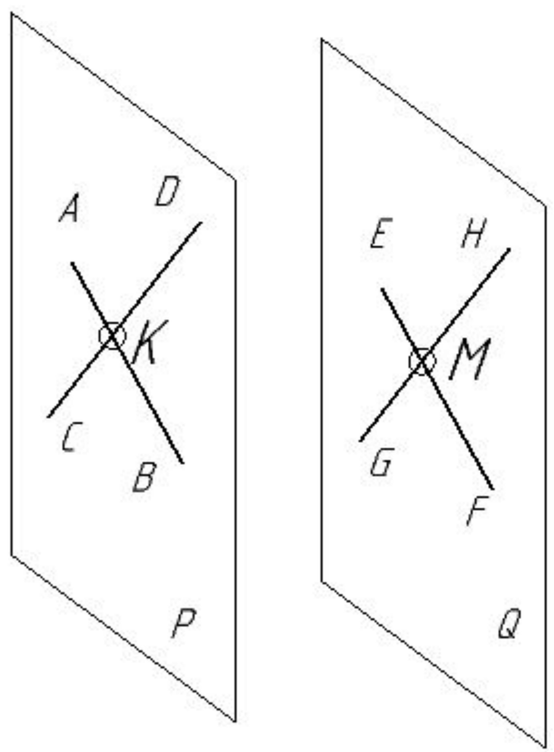


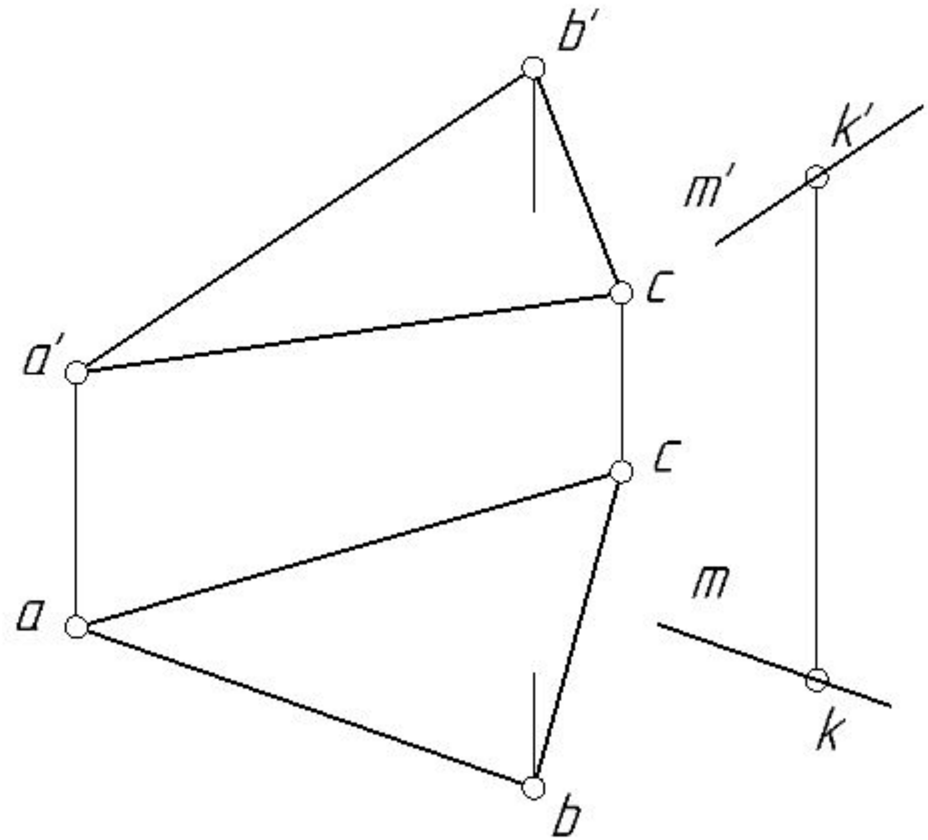
Пример: Через т. К провести плоскость параллельную плоскости Δ *ABC*

$P(\Delta ABC)$; $K \in Q \parallel P$ - ?

$Q\ (KM \cap KN) \rightarrow\ km \parallel ab$ и $k'm' \parallel a'b'$

$P(AB \cap CD)$; $Q(EF \cap GH)$





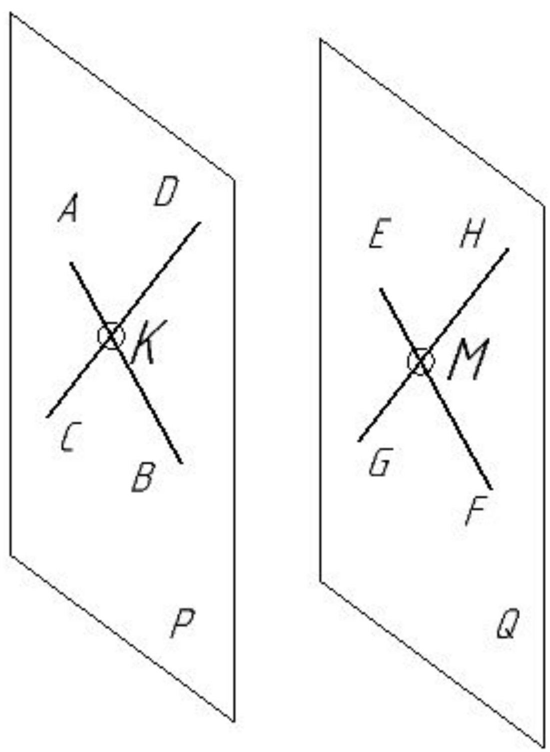
Пример: Через т. К провести плоскость параллельную плоскости Δ *ABC*

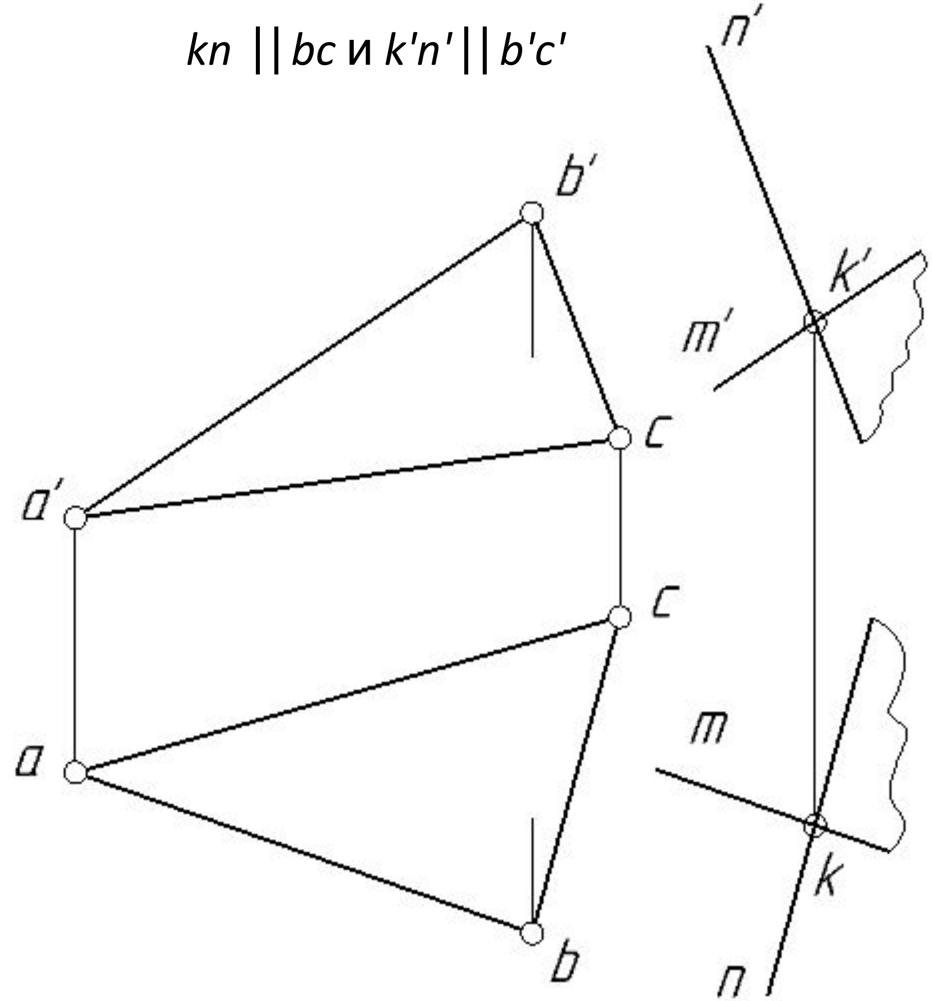
$P(\Delta ABC)$; $K \in Q \;||\; P$ - ?

$Q\ (KM \cap KN) \rightarrow\ km \;||\; ab$ и $k'm' \;||\; a'b'$

$kn \;||\; bc$ и $k'n' \;||\; b'c'$

$P(AB \cap CD)$; $Q(EF \cap GH)$

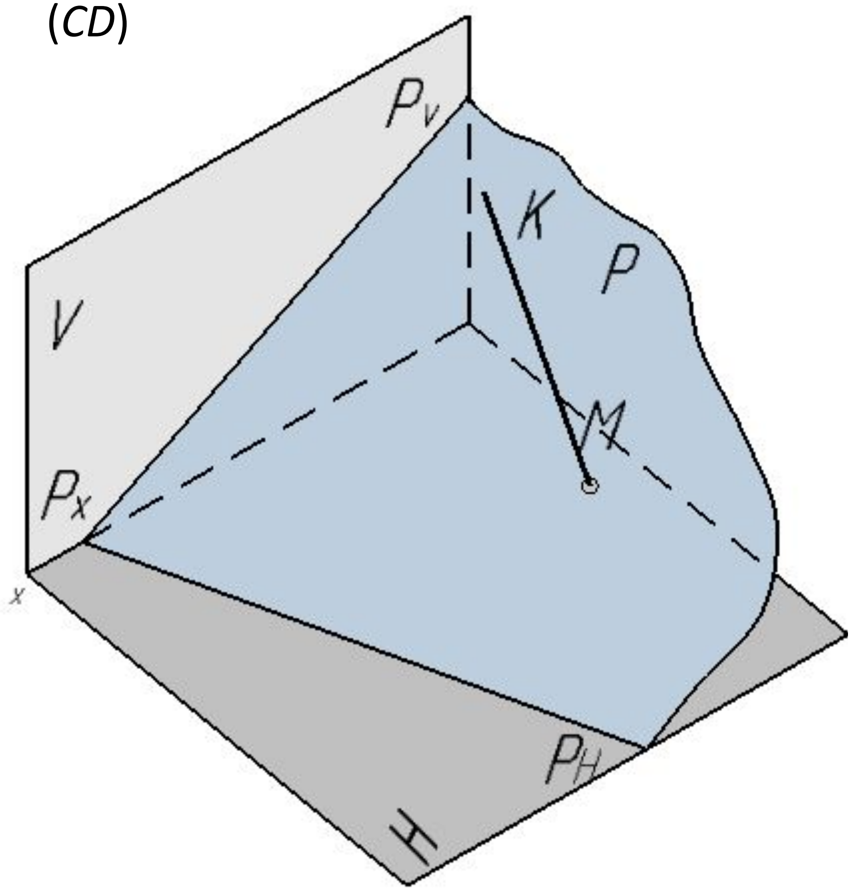




Перпендикулярность прямой и плоскости

Признак: Прямая перпендикулярна к плоскости, если она перпендикулярна к двум пересекающимся прямым данной плоскости.

$(KM] \perp P \leftrightarrow (KM] \perp (AB)$ и $(KM] \perp (CD)$

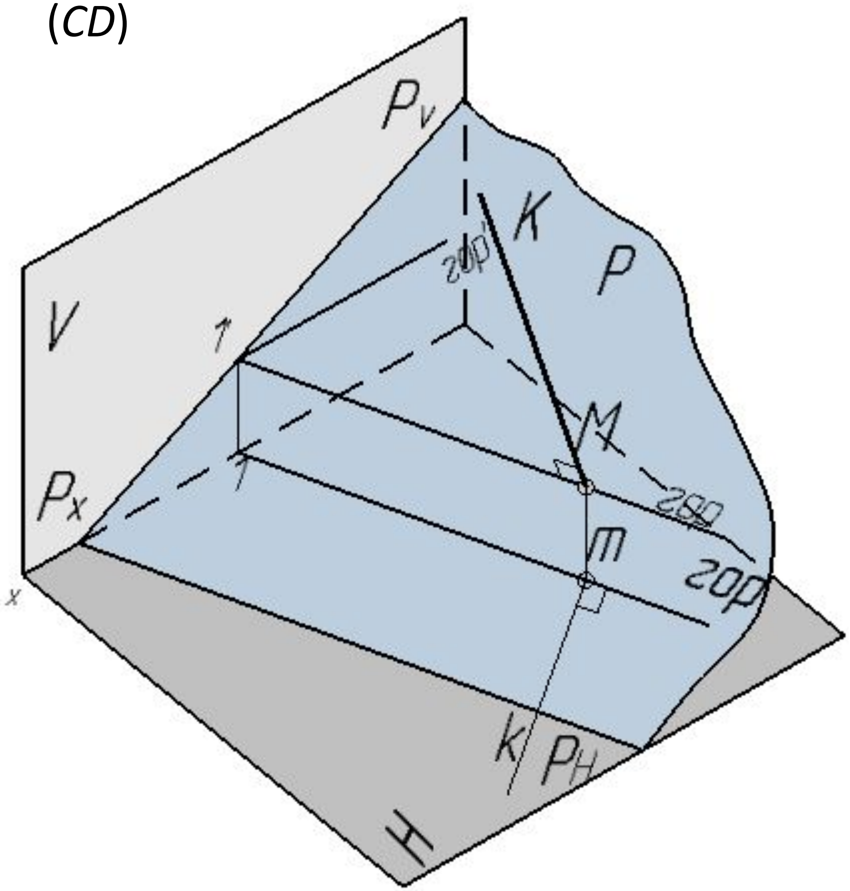


Теорема: Если прямая перпендикулярна к плоскости в пространстве, то на чертеже (на основании теоремы о частном случае проецирования прямого угла) горизонтальная проекция данной прямой будет перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали (горизонтальному следу), а фронтальная проекция прямой – перпендикулярна к фронтальной проекции фронтали (фронтальному следу).

Перпендикулярность прямой и плоскости

Признак: Прямая перпендикулярна к плоскости, если она перпендикулярна к двум пересекающимся прямым данной плоскости.

$(KM] \perp P \leftrightarrow (KM] \perp (AB)$ и $(KM] \perp (CD)$



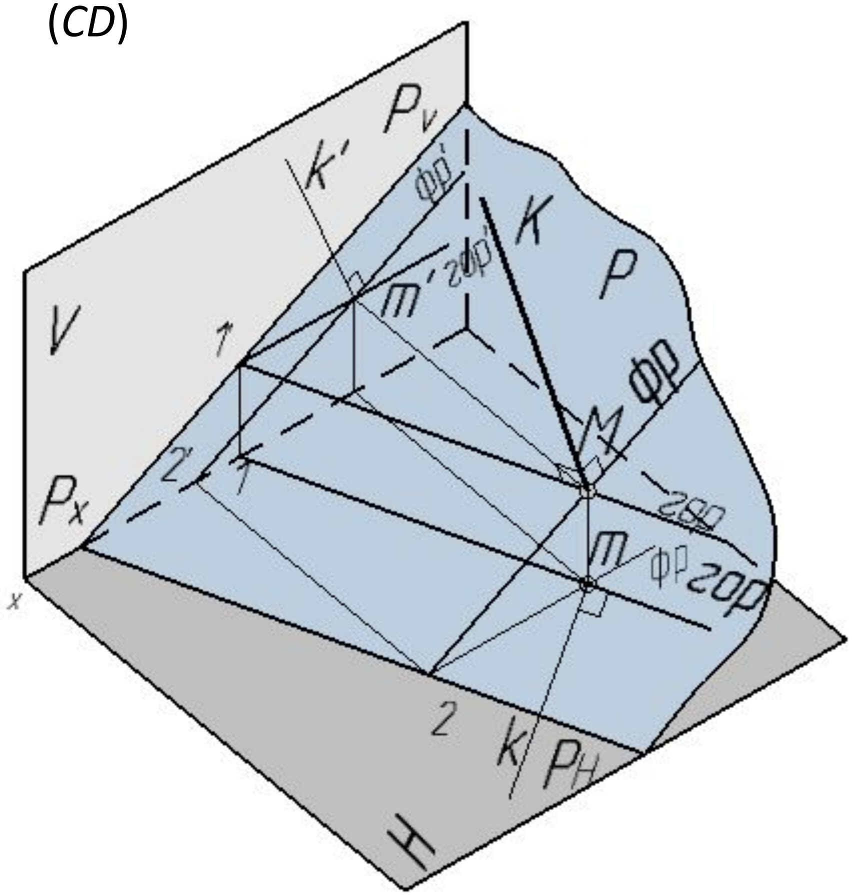
Теорема: Если прямая перпендикулярна к плоскости в пространстве, то на чертеже (на основании теоремы о частном случае проецирования прямого угла) горизонтальная проекция данной прямой будет перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали (горизонтальному следу), а фронтальная проекция прямой – перпендикулярна к фронтальной проекции фронтали (фронтальному следу).

$(KM] \perp P \rightarrow km \perp гор$

Перпендикулярность прямой и плоскости

Признак: Прямая перпендикулярна к плоскости, если она перпендикулярна к двум пересекающимся прямым данной плоскости.

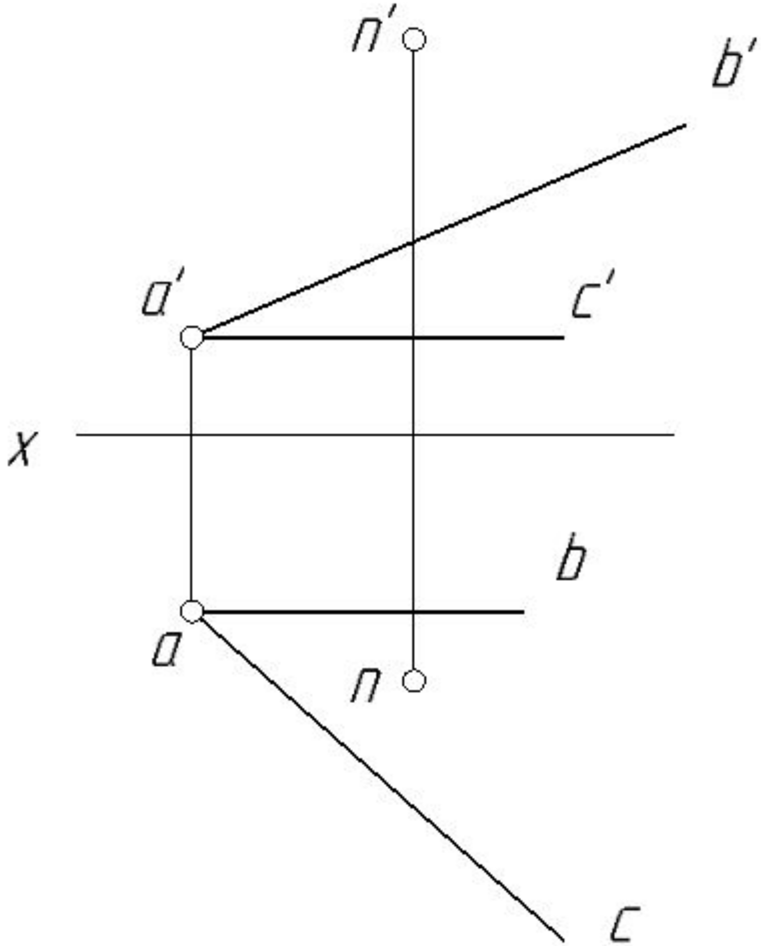
$(KM] \perp P \leftrightarrow (KM] \perp (AB)$ и $(KM] \perp (CD)$



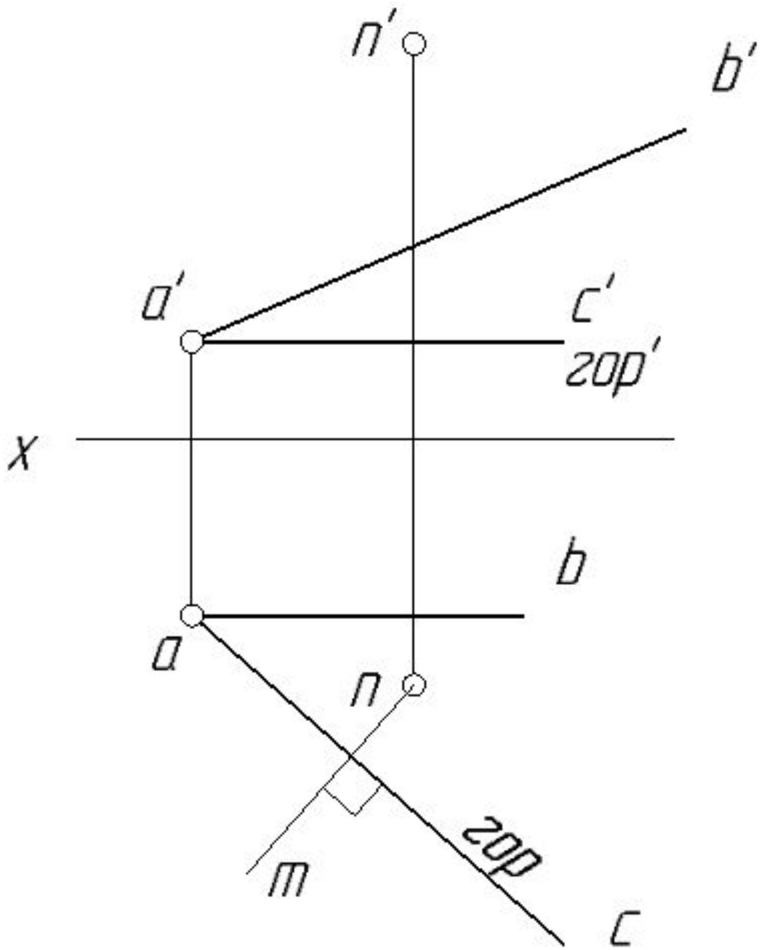
Теорема: Если прямая перпендикулярна к плоскости в пространстве, то на чертеже (на основании теоремы о частном случае проецирования прямого угла) горизонтальная проекция данной прямой будет перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали (горизонтальному следу), а фронтальная проекция прямой – перпендикулярна к фронтальной проекции фронтали (фронтальному следу).

$(KM] \perp P \rightarrow km \perp гор$ и $k'm' \perp фр'$

<u>Пример 1:</u> Из т. *А* опустить перпендикуляр на плоскость *Р(АВ ∩ АС)*

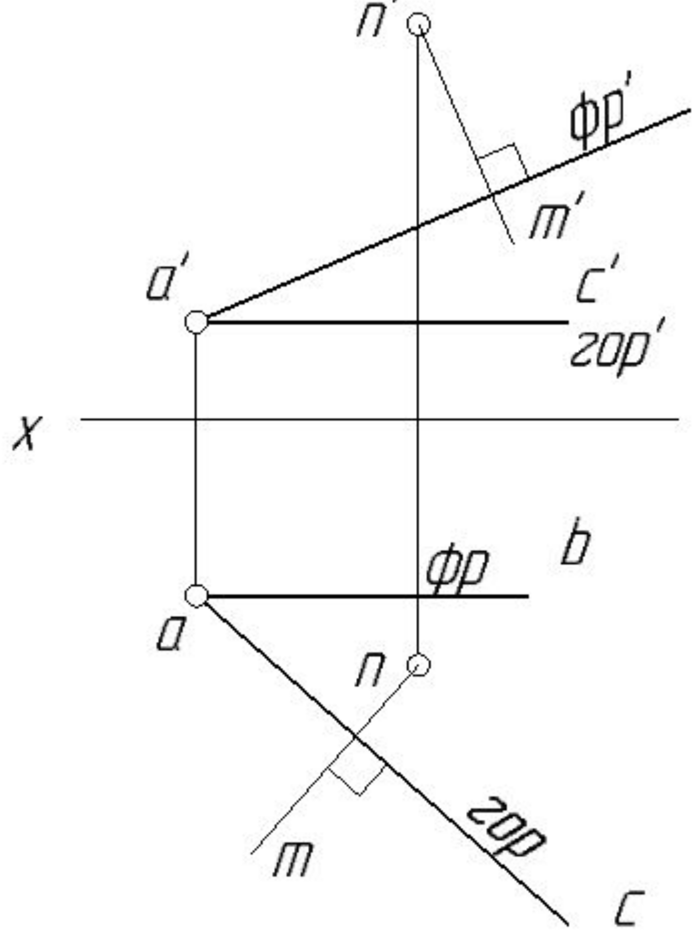


Пример 1: Из т. *A* опустить перпендикуляр на плоскость *P(AB* ∩ *AC)*



NM ⊥ *P*→ *nm* ⊥ *гор*

Пример 1: Из т. *A* опустить перпендикуляр на плоскость *P(AB ∩ AC)*

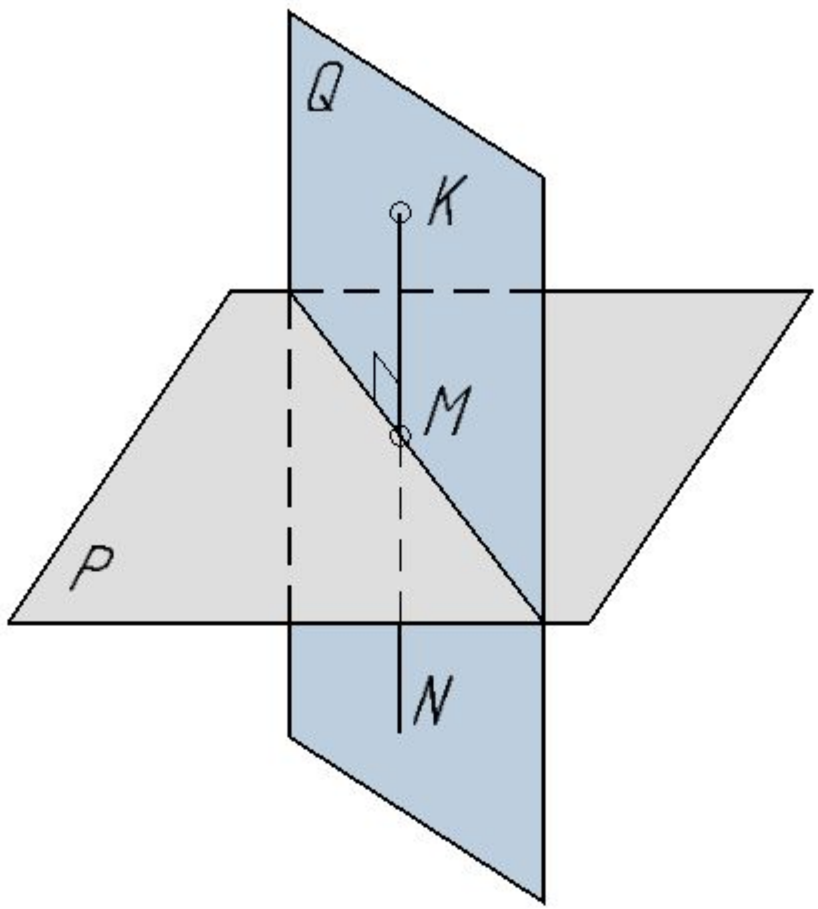


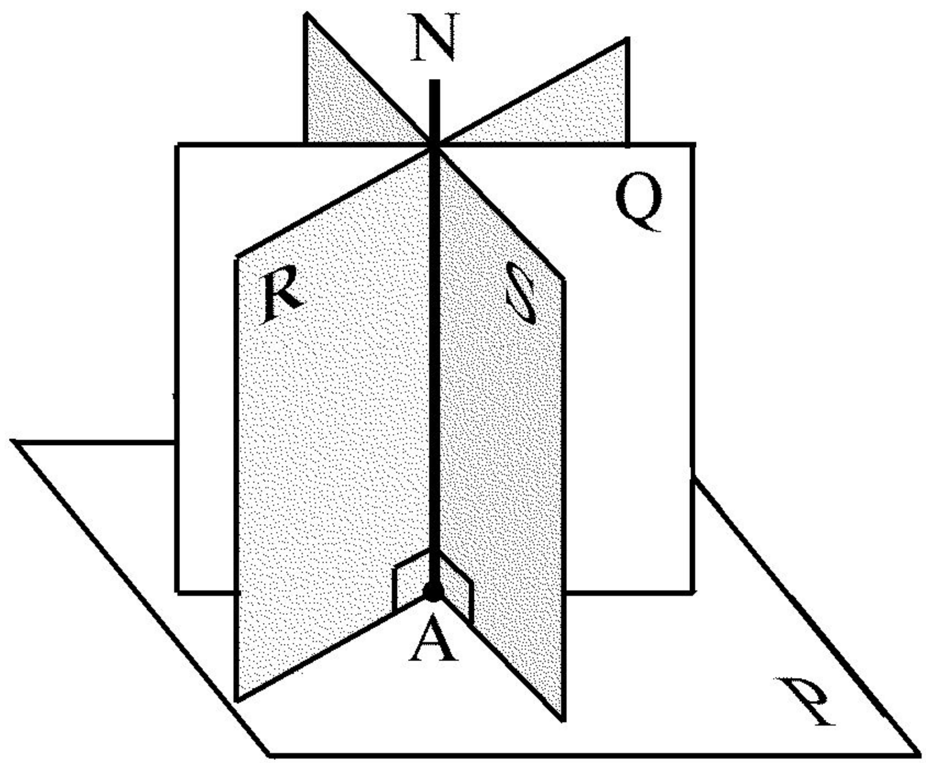
$NM \perp P \rightarrow nm \perp гор$

$n'm' \perp фр'$

Перпендикулярность двух плоскостей

Признак: Две плоскости взаимно-перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой плоскости.

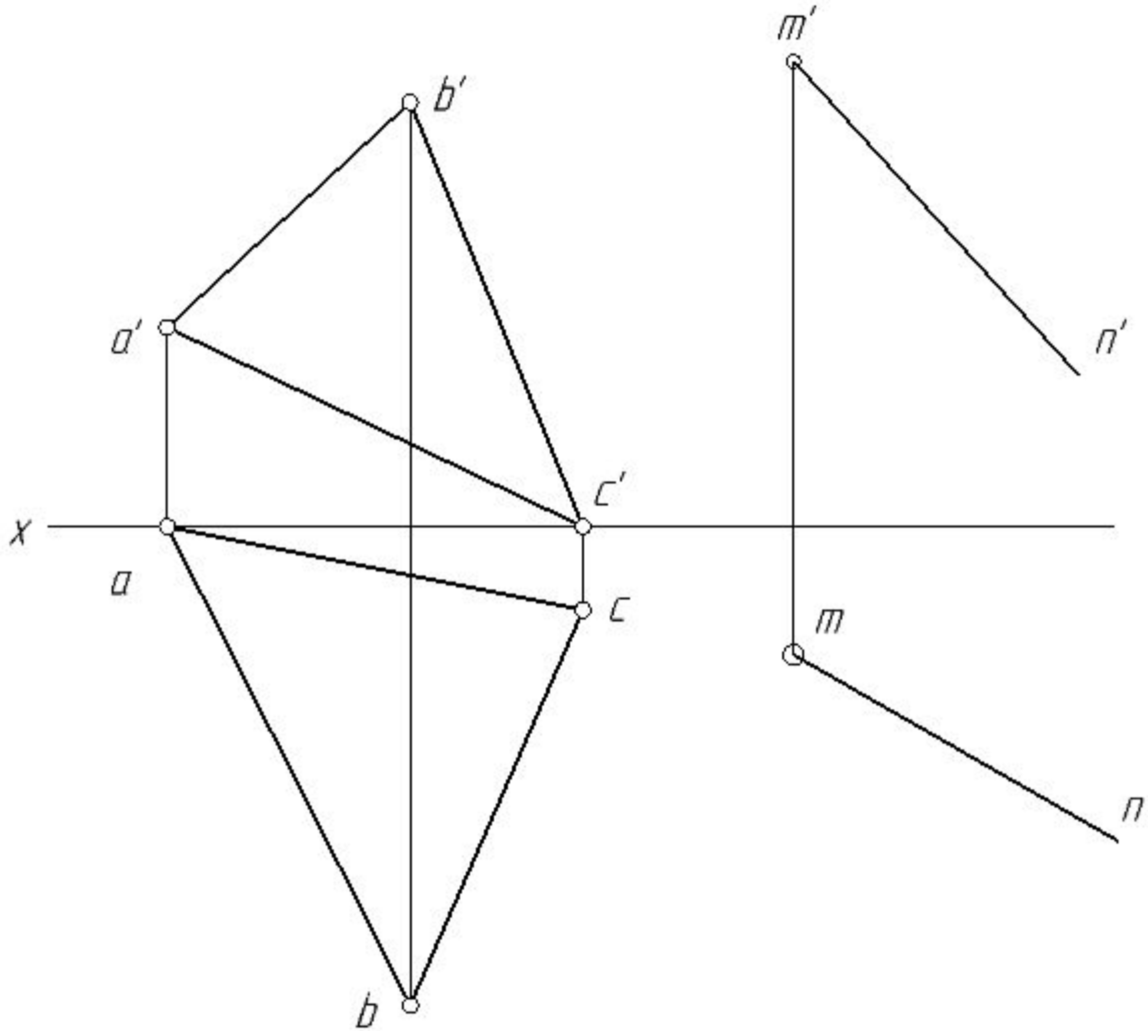




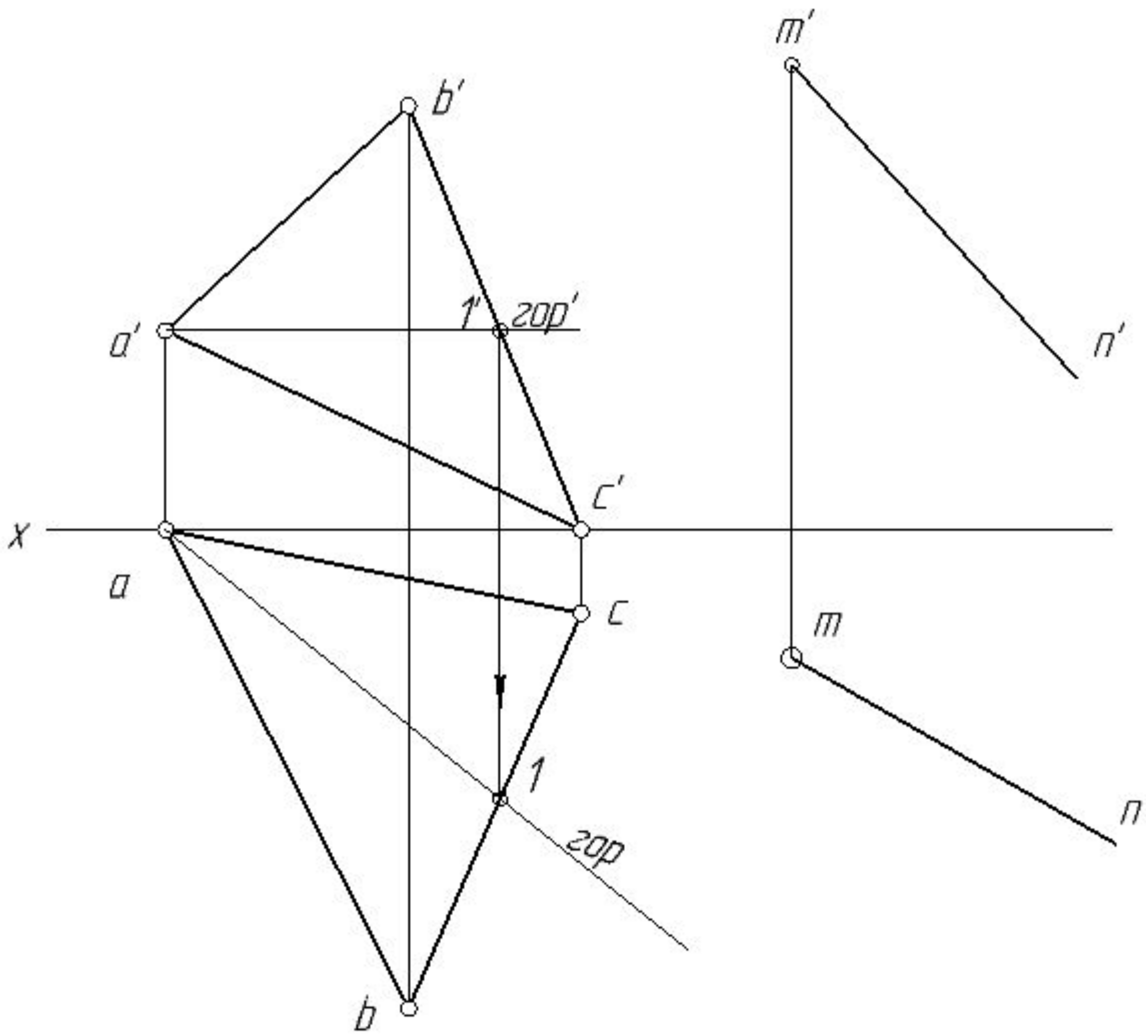
$(KN) \subset Q$; $(KN) \perp P \rightarrow Q \perp P$

$(NA) \subset Q(R,S)$; $(NA) \perp P \rightarrow Q(R,S) \perp P$

<u>Пример:</u> Через прямую *MN* провести плоскость перпендикулярную к плоскости треугольника *ABC*



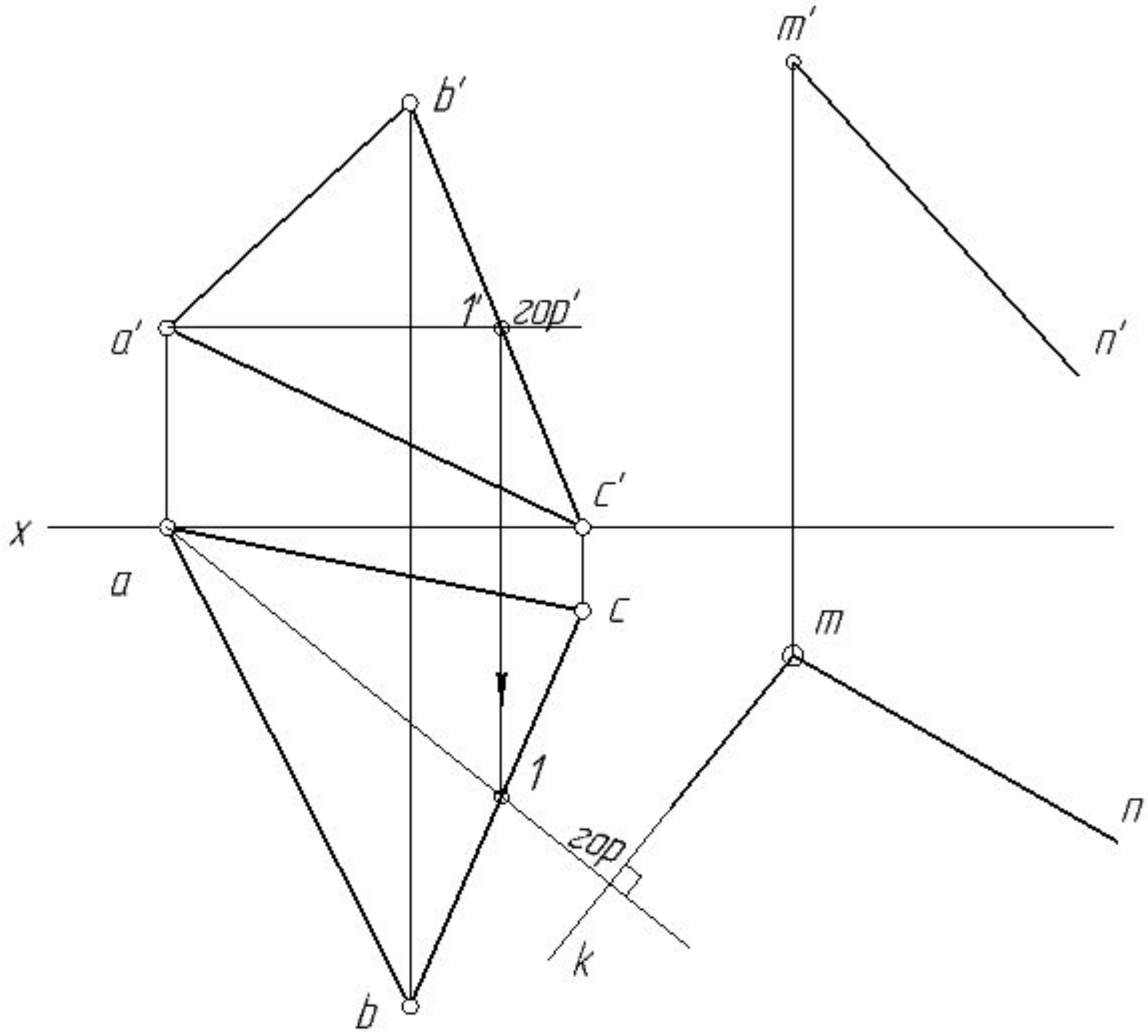
<u>Пример:</u> Через прямую *MN* провести плоскость перпендикулярную к плоскости треугольника *ABC*



P ⊥ ΔABC; P(MN ∩ MK)

P ⊥ Δ*ABC*; <u>P</u>(*MN* ∩ *MK*) → *mk* ⊥ *гор*$_Δ$ и *m'k'* ⊥ *фр'*$_Δ$

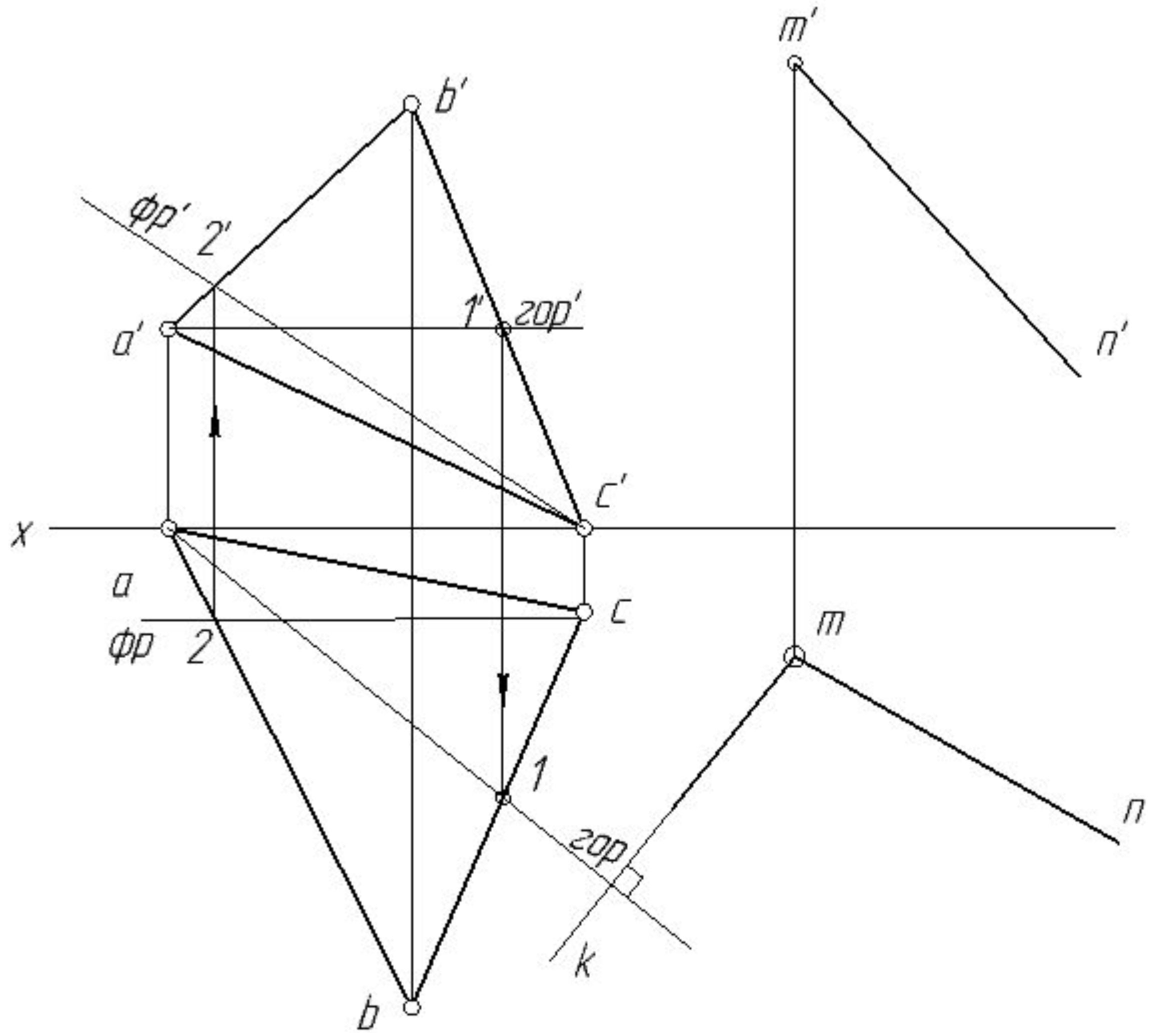
<u>Пример:</u> Через прямую *MN* провести плоскость перпендикулярную к плоскости треугольника *ABC*



P ⊥ ΔABC; P(MN ∩ MK):

→ mk ⊥ гор$_{\Delta}$

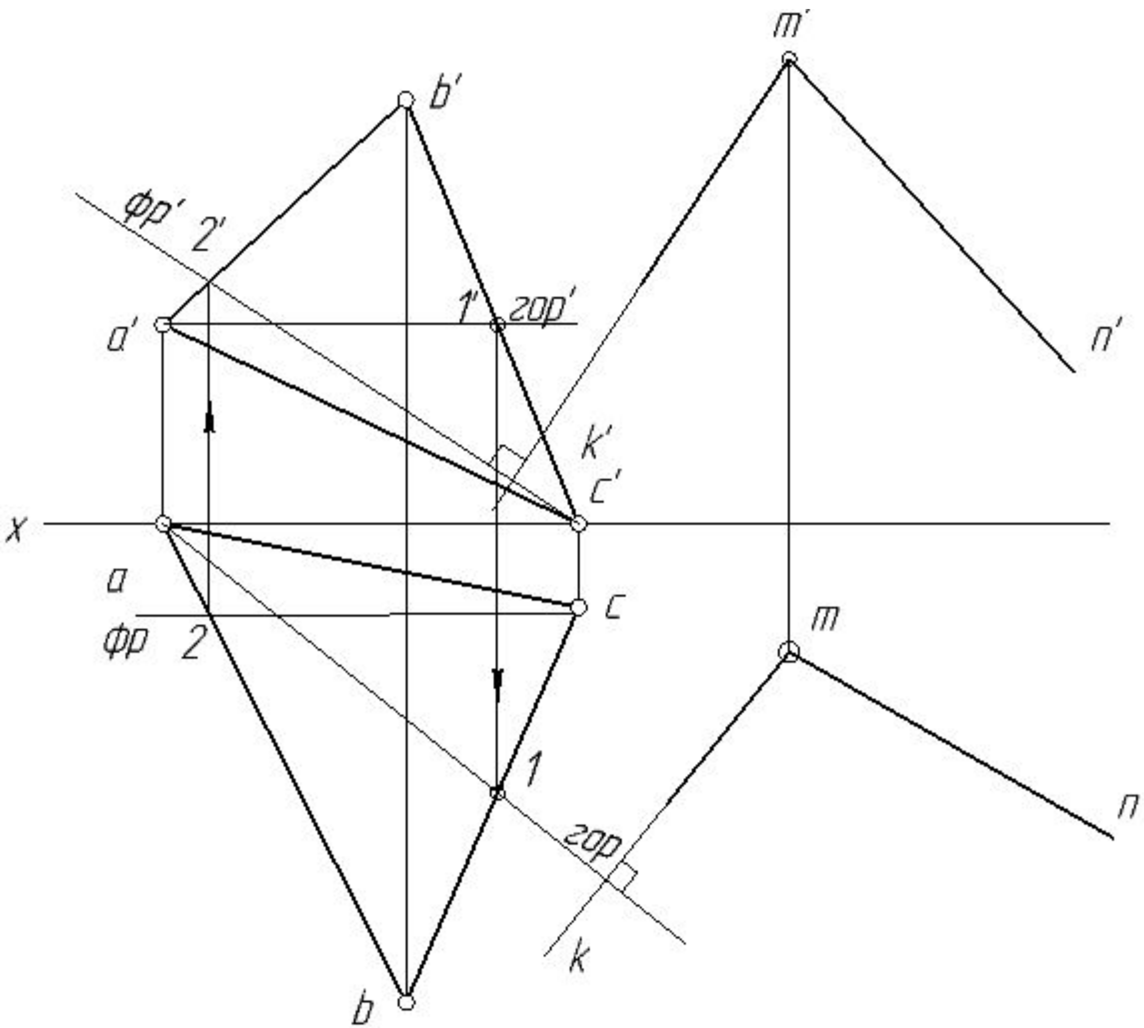
Пример: Через прямую *MN* провести плоскость перпендикулярную к плоскости треугольника *ABC*



P ⊥ ΔABC; P(MN ∩ MK):

→ mk ⊥ гор$_{\Delta}$

Пример: Через прямую *MN* провести плоскость перпендикулярную к плоскости треугольника *ABC*



$P \perp \Delta ABC$; $P(MN \cap MK)$:

$\rightarrow$ $mk \perp гор_{\Delta}$ и $m'k' \perp фр'_{\Delta}$

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧЕРТЕЖА

СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧЕРТЕЖА

Изменение взаимного положения объекта проецирования и плоскостей проекций – *преобразование чертежа.*

Общей целью способов преобразования чертежа является переход от общего положения геометрического объекта - к частному, необходимому для решения геометрических задач.

Задачи позиционные – взаимное расположение геометрических фигур.

Задачи метрические – определение расстояний, натуральных величин и т.д.

При изменении взаимного положения объекта проецирования и ПП объект проецирования приводят в частное положение:

- Способом перемены ПП;
- Способом вращения.

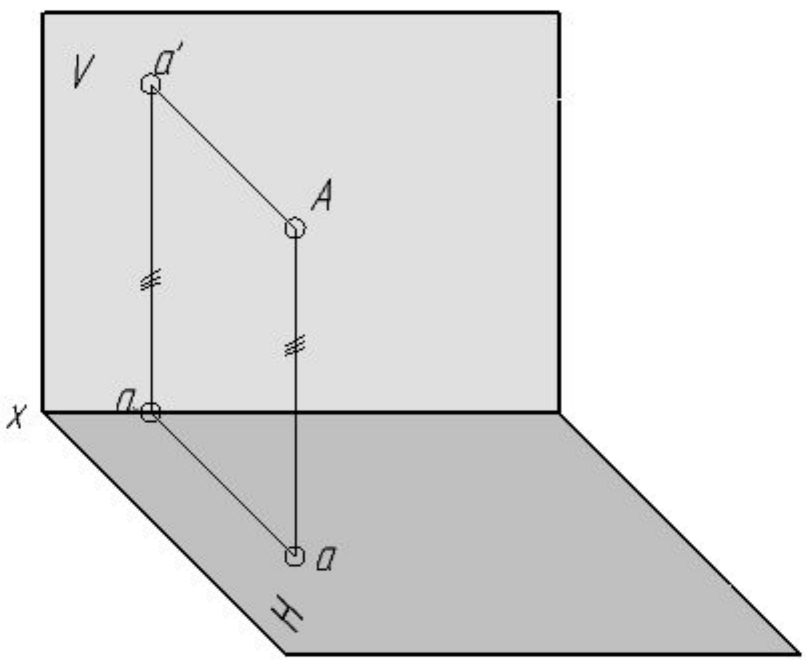
Способ перемены плоскостей проекций

Способ перемены плоскостей проекций может осуществляться только при двух обязательных условиях:

а) преобразования чертежа должны обладать непрерывностью, т.е. каждая последующая система плоскостей проекций должна быть связана с предыдущей;

б) геометрический объект при всех преобразованиях должен находиться в системе двух взаимно перпендикулярных плоскостей проекций.

Сущность: положение объекта в пространстве остается неизменным, а система *VH* дополняется плоскостями, образующими с *V* или с *H* или между собой системы двух взаимно-перпендикулярных плоскостей, принимаемых за ПП



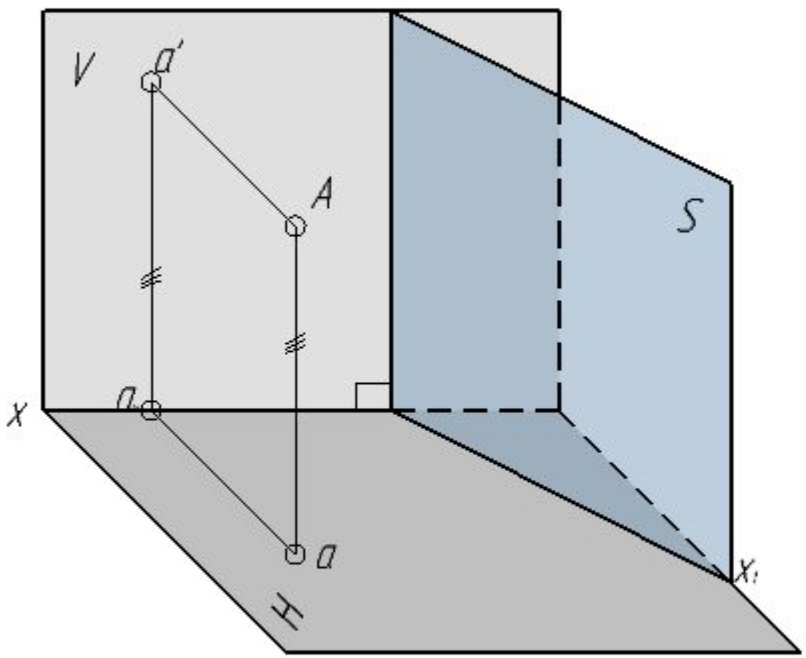
Способ перемены плоскостей проекций

Способ перемены плоскостей проекций может осуществляться только при двух обязательных условиях:

а) преобразования чертежа должны обладать непрерывностью, т.е. каждая последующая система плоскостей проекций должна быть связана с предыдущей;

б) геометрический объект при всех преобразованиях должен находиться в системе двух взаимно перпендикулярных плоскостей проекций.

Сущность: положение объекта в пространстве остается неизменным, а система *VH* дополняется плоскостями, образующими с *V* или с *H* или между собой системы двух взаимно-перпендикулярных плоскостей, принимаемых за ПП.



$VH \to HS$; 1). $H \perp S$

2). Условие задачи

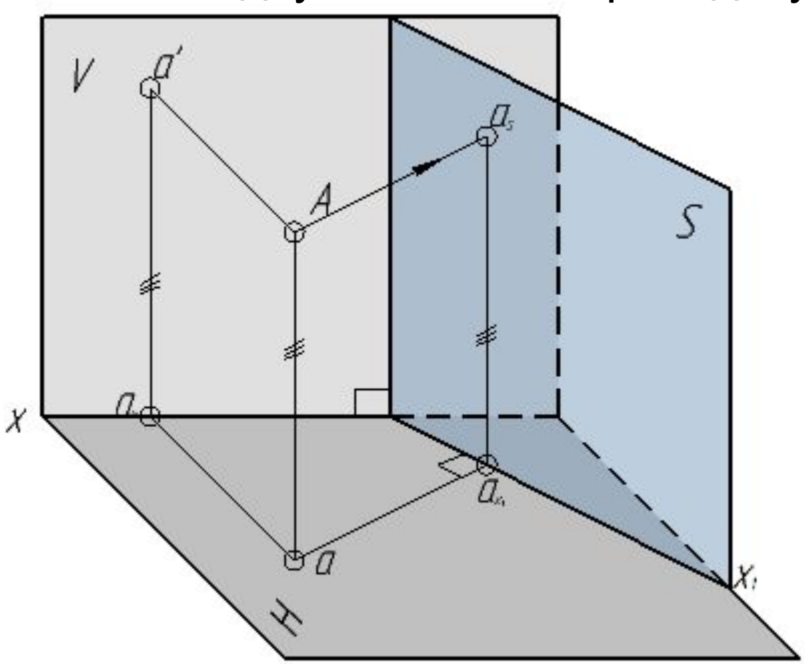
Способ перемены плоскостей проекций

Способ перемены плоскостей проекций может осуществляться только при двух обязательных условиях:

а) преобразования чертежа должны обладать непрерывностью, т.е. каждая последующая система плоскостей проекций должна быть связана с предыдущей;

б) геометрический объект при всех преобразованиях должен находиться в системе двух взаимно перпендикулярных плоскостей проекций.

Сущность: положение объекта в пространстве остается неизменным, а система *VH* дополняется плоскостями, образующими с *V* или с *H* или между собой системы двух взаимно-перпендикулярных плоскостей, принимаемых за ПП.



$VH \to HS$; 1). $H \perp S$

2). Условие задачи

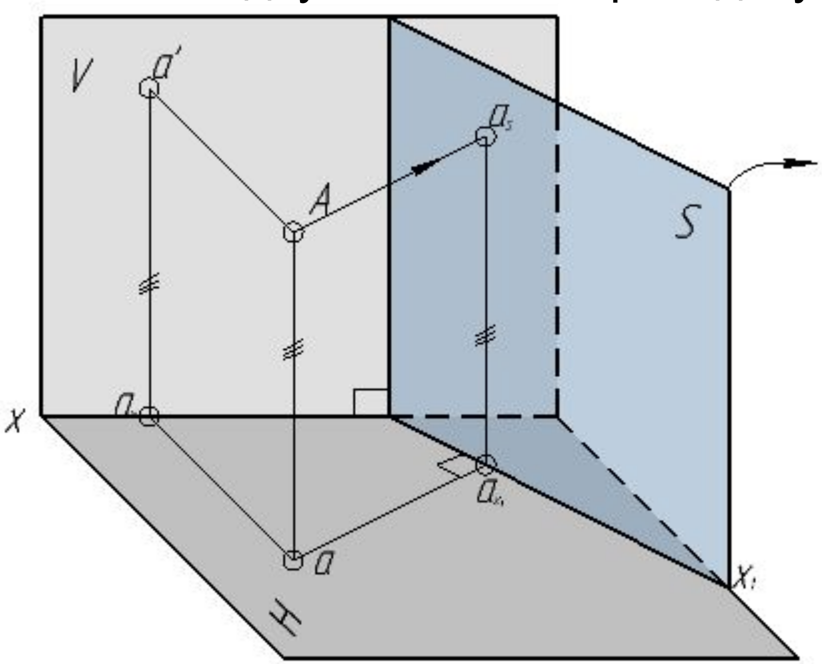
Способ перемены плоскостей проекций

Способ перемены плоскостей проекций может осуществляться только при двух обязательных условиях:

а) преобразования чертежа должны обладать непрерывностью, т.е. каждая последующая система плоскостей проекций должна быть связана с предыдущей;

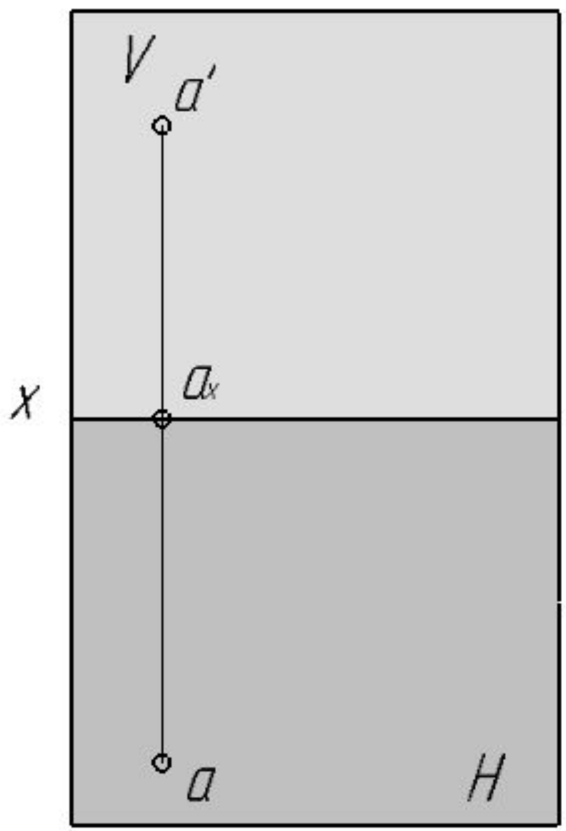
б) геометрический объект при всех преобразованиях должен находиться в системе двух взаимно перпендикулярных плоскостей проекций.

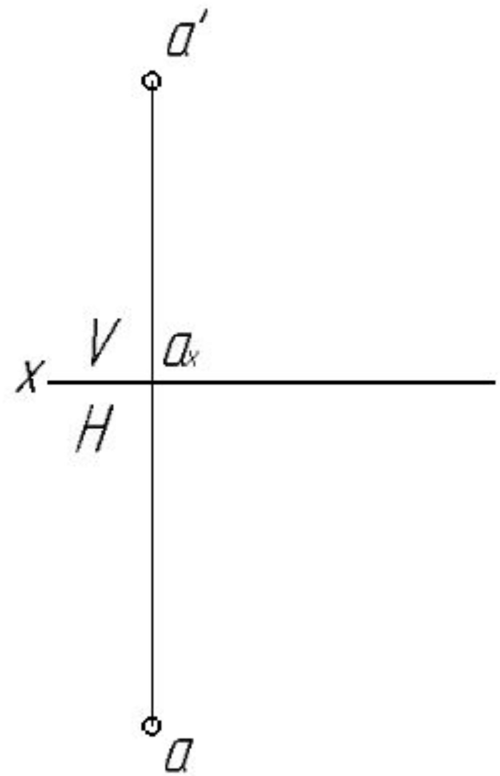
Сущность: положение объекта в пространстве остается неизменным, а система *VH* дополняется плоскостями, образующими с *V* или с *H* или между собой системы двух взаимно-перпендикулярных плоскостей, принимаемых за ПП.

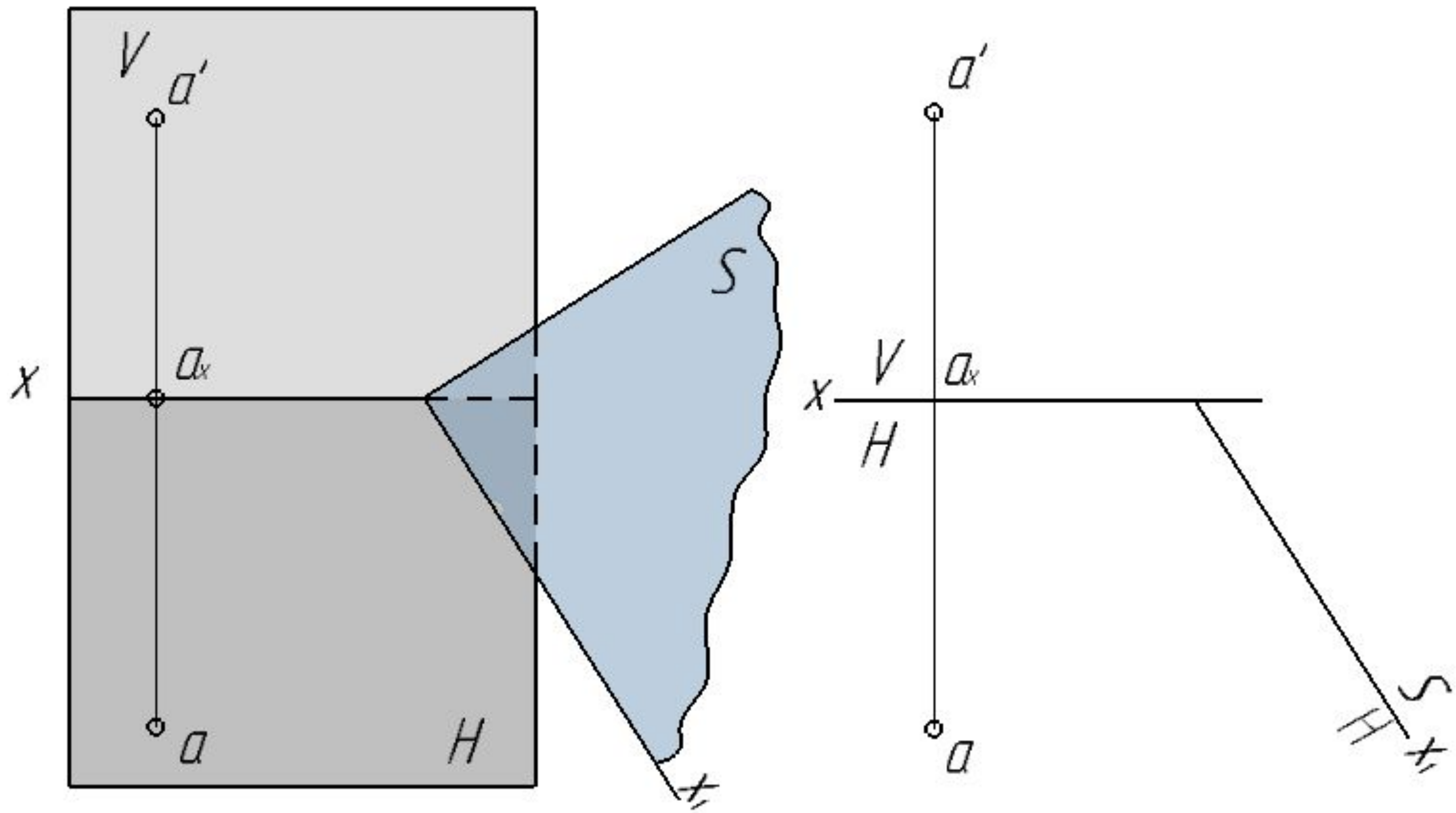


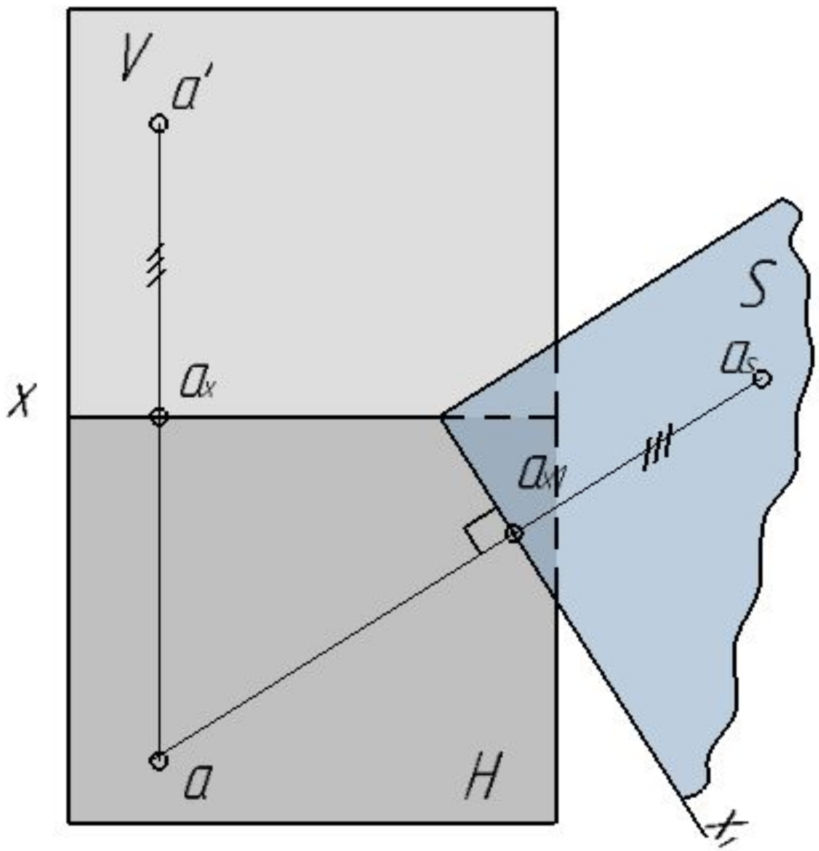
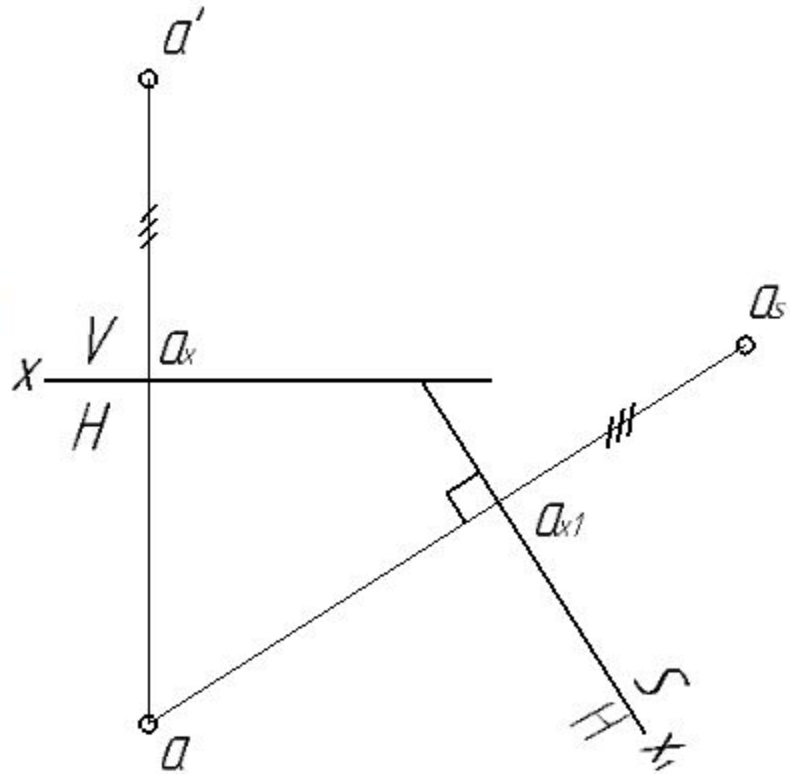
$VH \to HS$; 1). $H \perp S$

2). Условие задачи


V
a′
x
a_x
a
H


a′
x
V
a_x
H
a


V
a'
x
a_x
a
H
S
x_1
V
a'
x
a_x
H
a
S
H
x_1

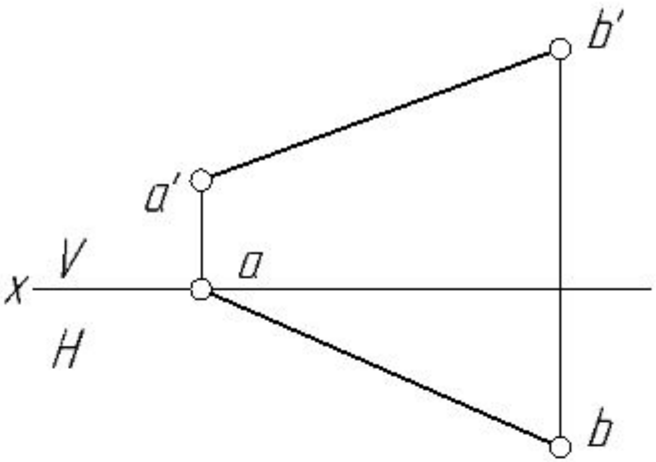

V
a′
X
aₓ
aₓ₁
aₛ
S
a
H
x₁

a′
V
aₓ
X
H
aₛ
aₓ₁
S
H
x₁
a

Преобразование чертежа отрезка прямой

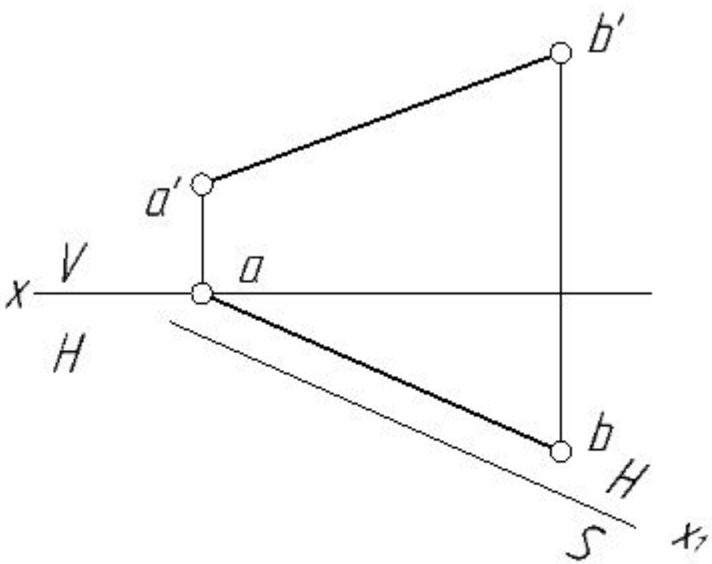
Пример:

1). Определить натуральную величину отрезка прямой и углы наклона к плоскостям проекций.

2). Привести прямую в проецирующее положение.



Преобразование чертежа отрезка прямой



Пример:

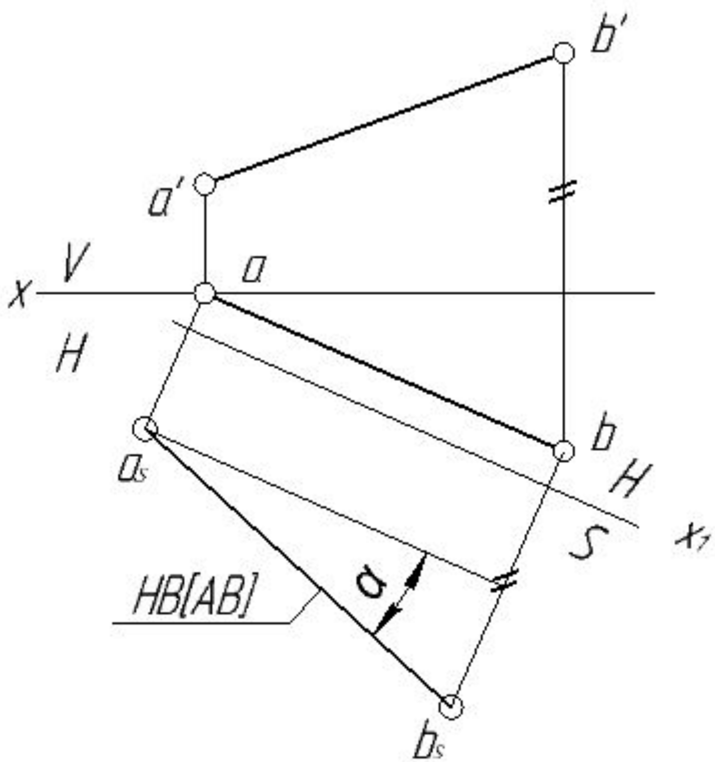
1). Определить натуральную величину отрезка прямой и углы наклона к плоскостям проекций.

2). Привести прямую в проецирующее положение.

$$\text{I. } VH \rightarrow HS; \quad 1).\ H \perp S$$

$$2).\ S \parallel AB \left(X_1 \parallel ab\right)$$

Преобразование чертежа отрезка прямой



Пример:

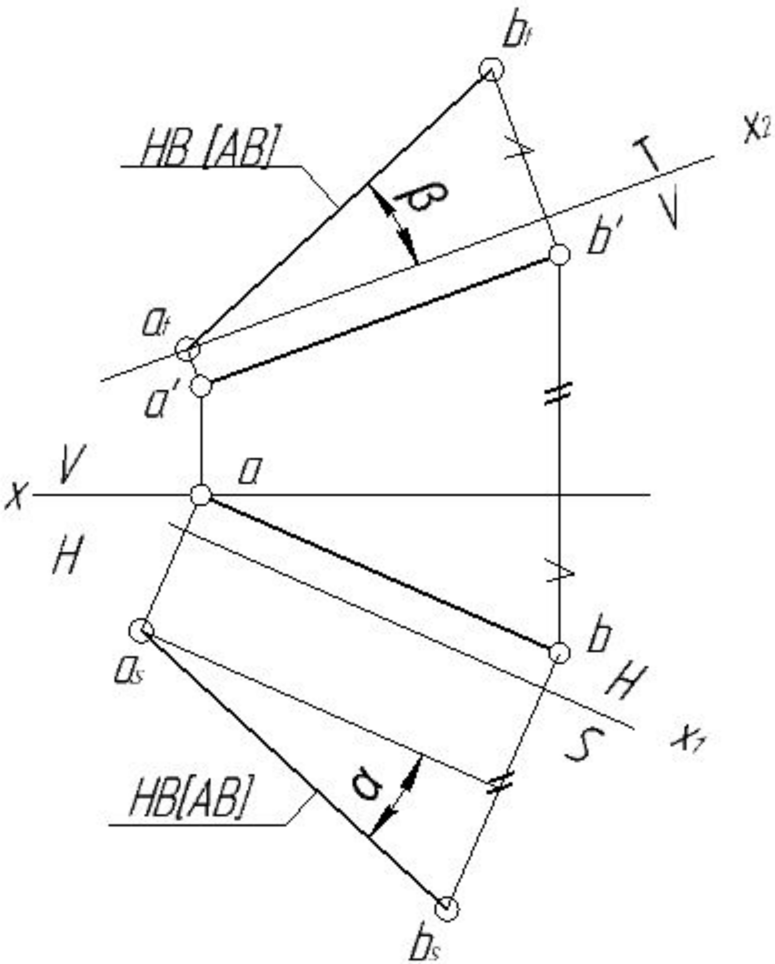
1). Определить натуральную величину отрезка прямой и углы наклона к плоскостям проекций.

2). Привести прямую в проецирующее положение.

$$\text{I. } VH \to HS; \quad 1).\ H \perp S$$

$$2).\ S \parallel AB\left(X_1 \parallel ab\right)$$

Преобразование чертежа отрезка прямой



Пример:

1). Определить натуральную величину отрезка прямой и углы наклона к плоскостям проекций.

2). Привести прямую в проецирующее положение.

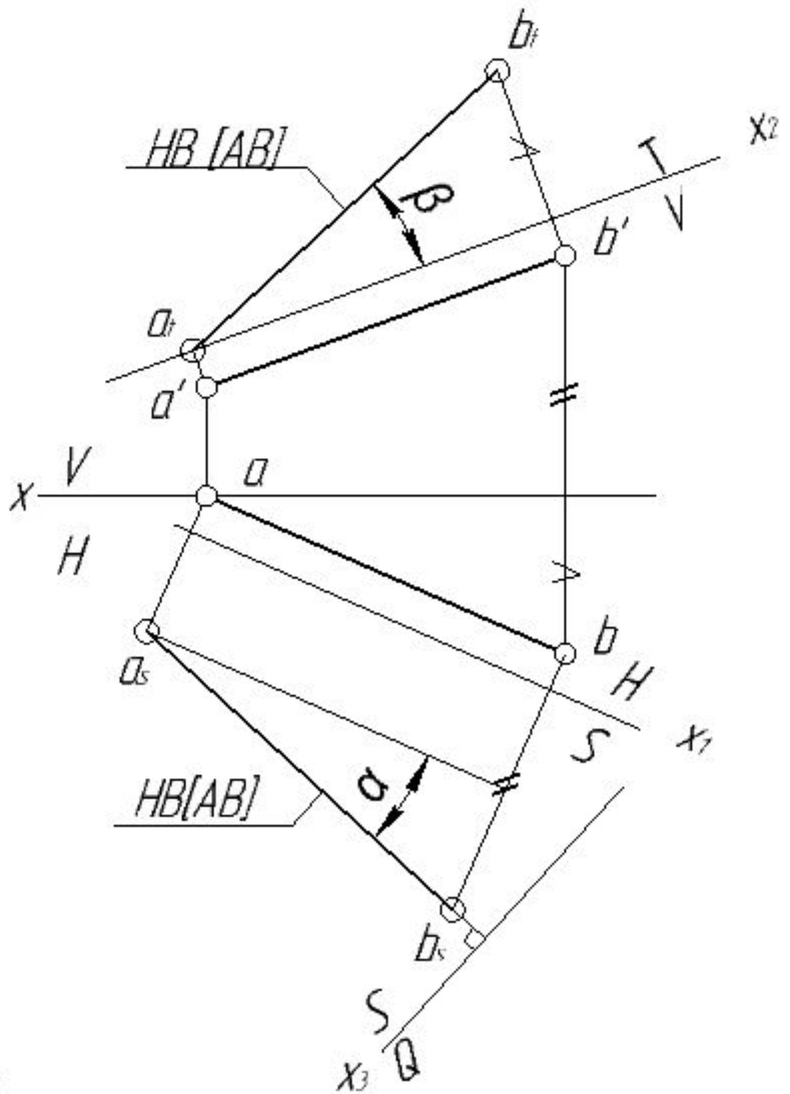
$$\text{I. } VH \rightarrow HS; \quad 1).\ H \perp S$$

$$2).\ S \parallel AB \left(X_1 \parallel ab\right)$$

$$\text{II. } HV \rightarrow VT; \quad 1).\ V \perp T$$

$$2).\ T \parallel AB \left(X_2 \parallel a'b'\right)$$

Преобразование чертежа отрезка прямой



Пример:

1). Определить натуральную величину отрезка прямой и углы наклона к плоскостям проекций.

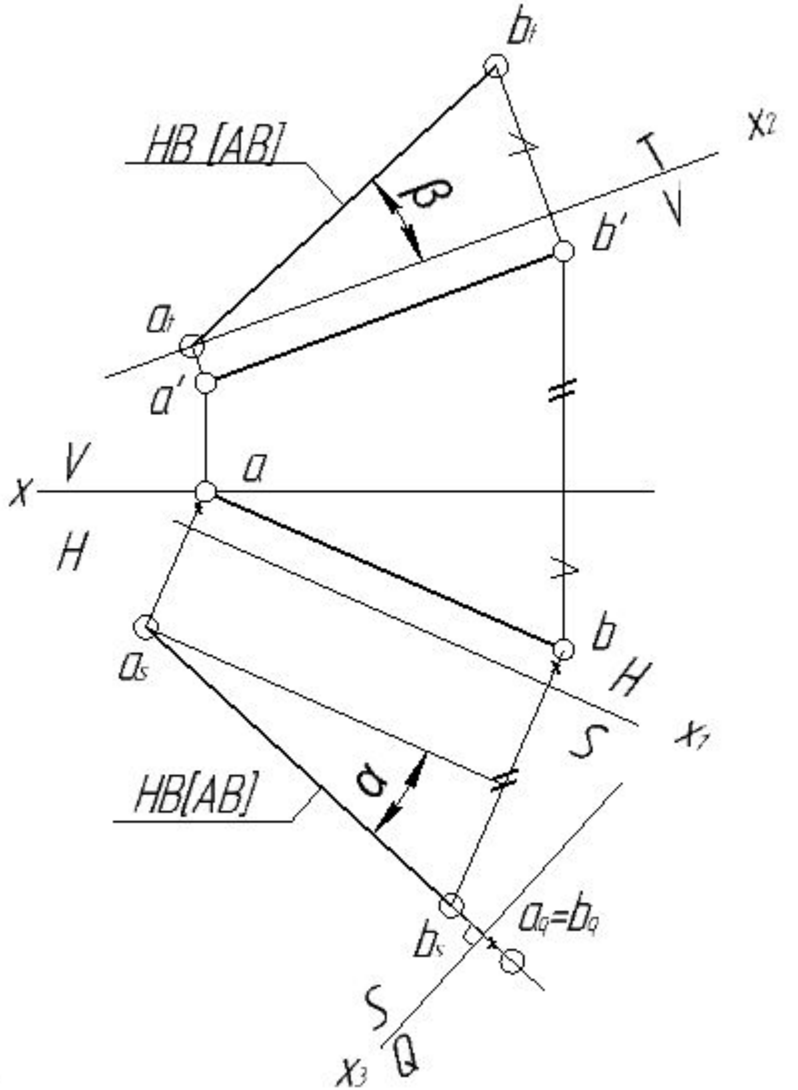
2). Привести прямую в проецирующее положение.

$$\text{I. } VH \rightarrow HS; \quad 1).\ H \perp S$$
$$2).\ S \parallel AB \left(X_1 \parallel ab \right)$$

$$\text{II. } HV \rightarrow VT; \quad 1).\ V \perp T$$
$$2).\ T \parallel AB \left(X_2 \parallel a'b' \right)$$

$$\text{III. } HS \rightarrow SQ; \quad 1).\ S \perp Q$$
$$2).\ Q \perp AB \left(X_3 \perp a_S b_S \right)$$

Преобразование чертежа отрезка прямой



Пример:

1). Определить натуральную величину отрезка прямой и углы наклона к плоскостям проекций.

2). Привести прямую в проецирующее положение.

$$\text{I. } VH \to HS; \quad 1).\ H \perp S$$
$$2).\ S \parallel AB\left(X_1 \parallel ab\right)$$

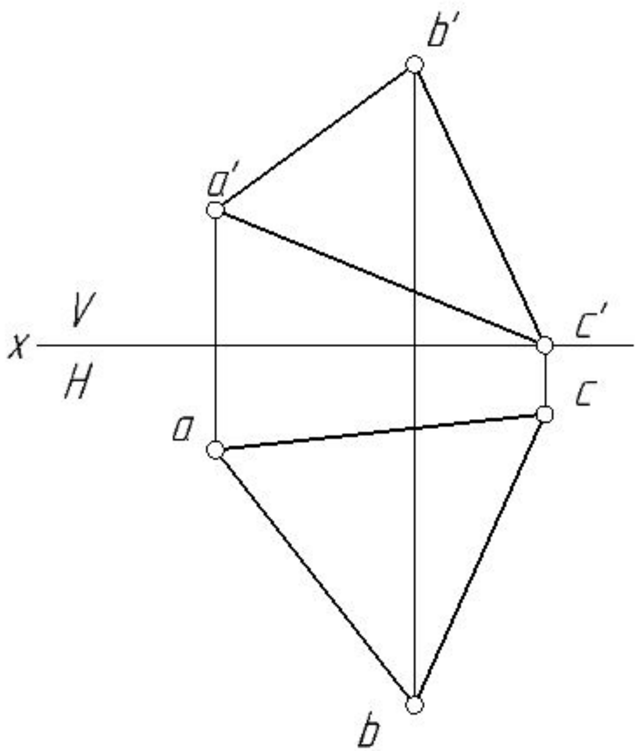
$$\text{II. } HV \to VT; \quad 1).\ V \perp T$$
$$2).\ T \parallel AB\left(X_2 \parallel a'b'\right)$$

$$\text{III. } HS \to SQ; \quad 1).\ S \perp Q$$
$$2).\ Q \perp AB\left(X_3 \perp a_S b_S\right)$$

Пример:

1). Определить углы наклона плоской фигу(ΔABC) к ПП

2). Определить натуральную величину плоской фигу(ΔABC).



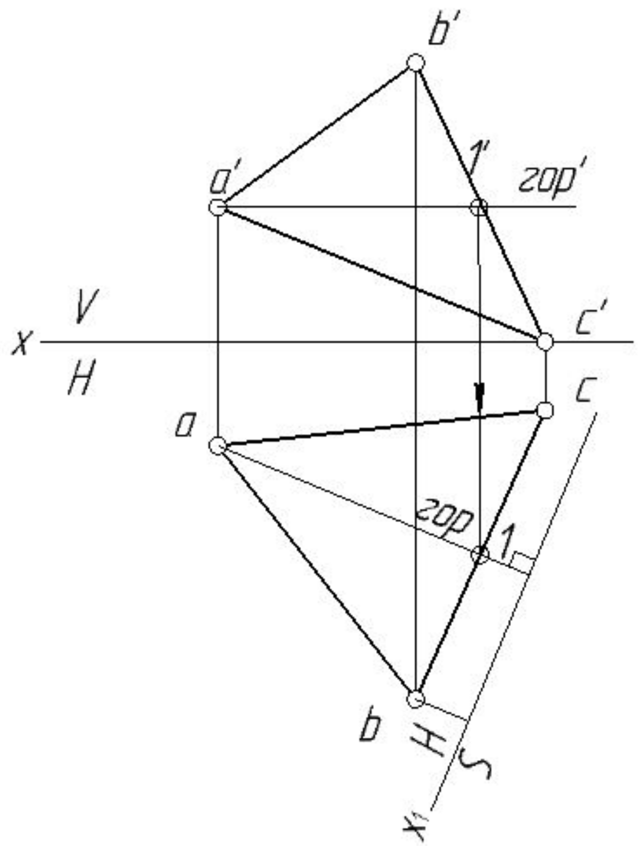
Пример:

1). Определить углы наклона плоской фигу(ΔABC) к ПП

2). Определить натуральную величину плоской фигу(ΔABC).

I. $VH \rightarrow HS$; 1). $H \perp S$

2). $S \perp \Delta ABC \left(X_1 \perp гор\right)$

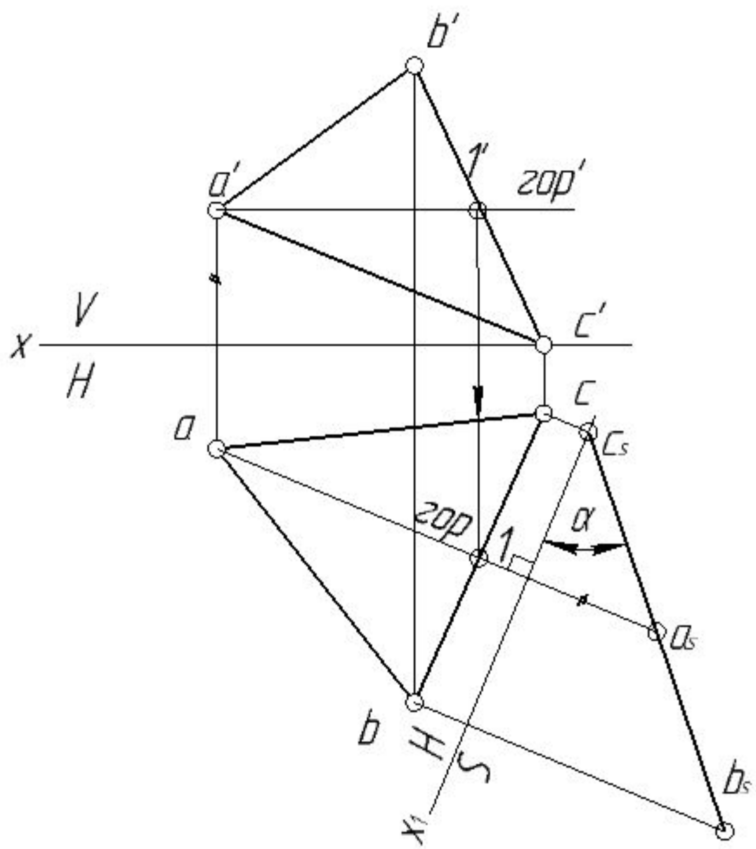


Пример:

1). Определить углы наклона плоской фигу(ΔABC) к ПП

2). Определить натуральную величину плоской фигу(ΔABC).

$$\text{I. } VH \to HS; \quad 1).\ H \perp S$$
$$2).\ S \perp \Delta ABC\ (X_1 \perp гор)$$



Пример:

1). Определить углы наклона плоской фигу(ΔABC) к ПП

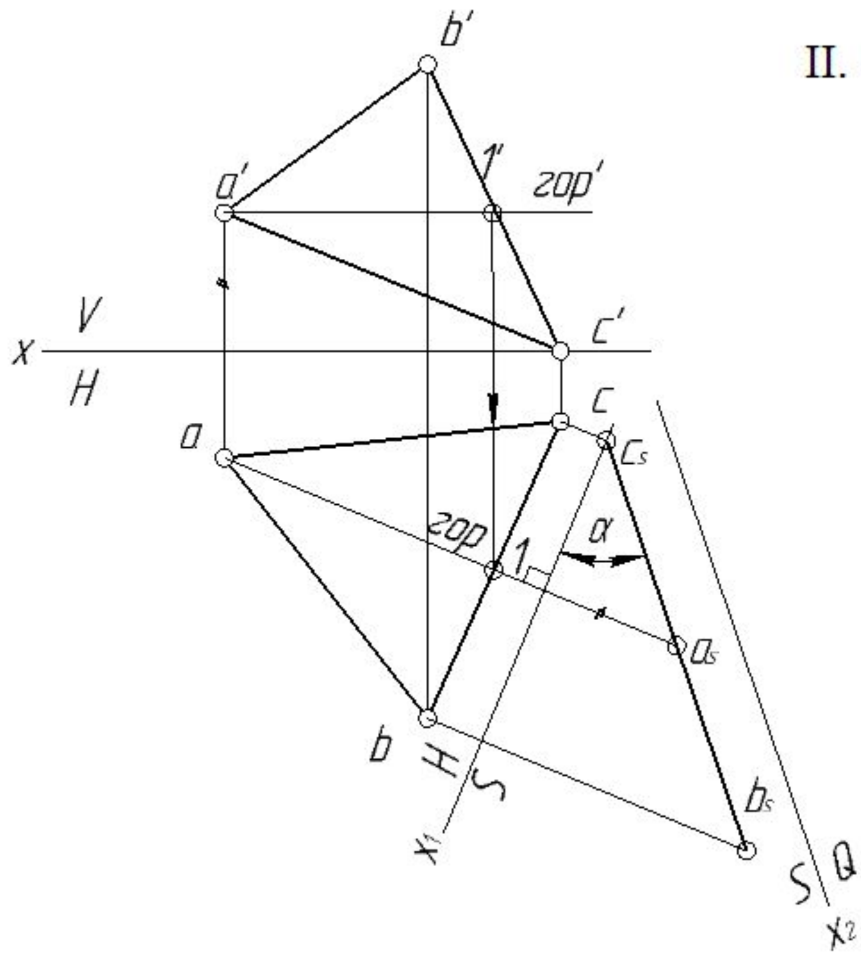
2). Определить натуральную величину плоской фигу(ΔABC).

$$\text{I. } VH \to HS;\quad 1).\ H \perp S$$

$$2).\ S \perp \Delta ABC\ (X_1 \perp гор)$$

$$\text{II. } HS \to SQ;\quad 1).\ S \perp Q$$

$$2).\ Q \parallel \Delta ABC\ (X_2 \parallel c_S a_S b_S)$$



Пример:

1). Определить углы наклона плоской фигу(ΔABC) к ПП

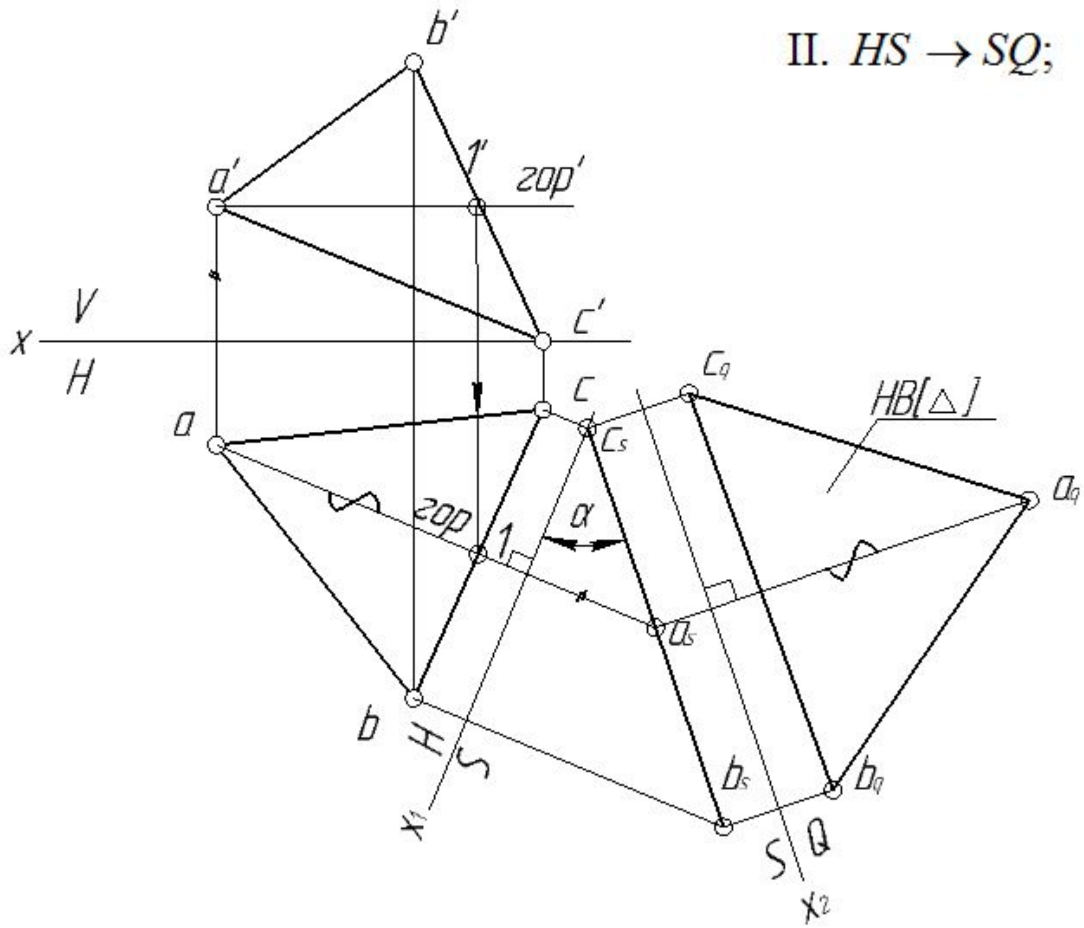
2). Определить натуральную величину плоской фигу(ΔABC).

$$\text{I. } VH \to HS; \quad 1).\ H \perp S$$

$$2).\ S \perp \Delta ABC \left(X_1 \perp гор\right)$$

$$\text{II. } HS \to SQ; \quad 1).\ S \perp Q$$

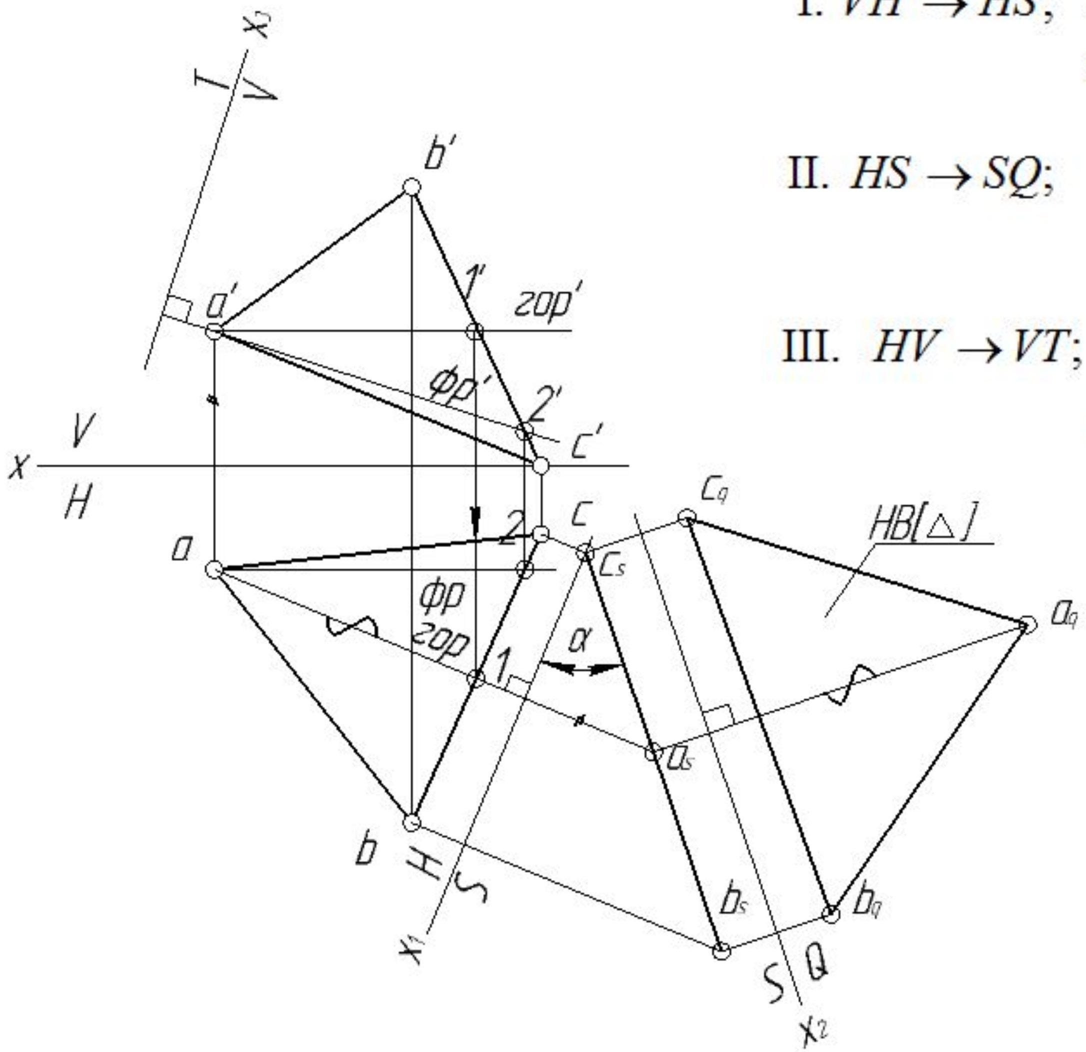
$$2).\ Q \parallel \Delta ABC \left(X_2 \parallel c_S a_S b_S\right)$$



Пример:

1). Определить углы наклона плоской фигу(ΔABC) к ПП

2). Определить натуральную величину плоской фигу(ΔABC).



$$\text{I. } VH \to HS; \quad 1).\ H \perp S$$
$$2).\ S \perp \Delta ABC\,(X_1 \perp гор)$$

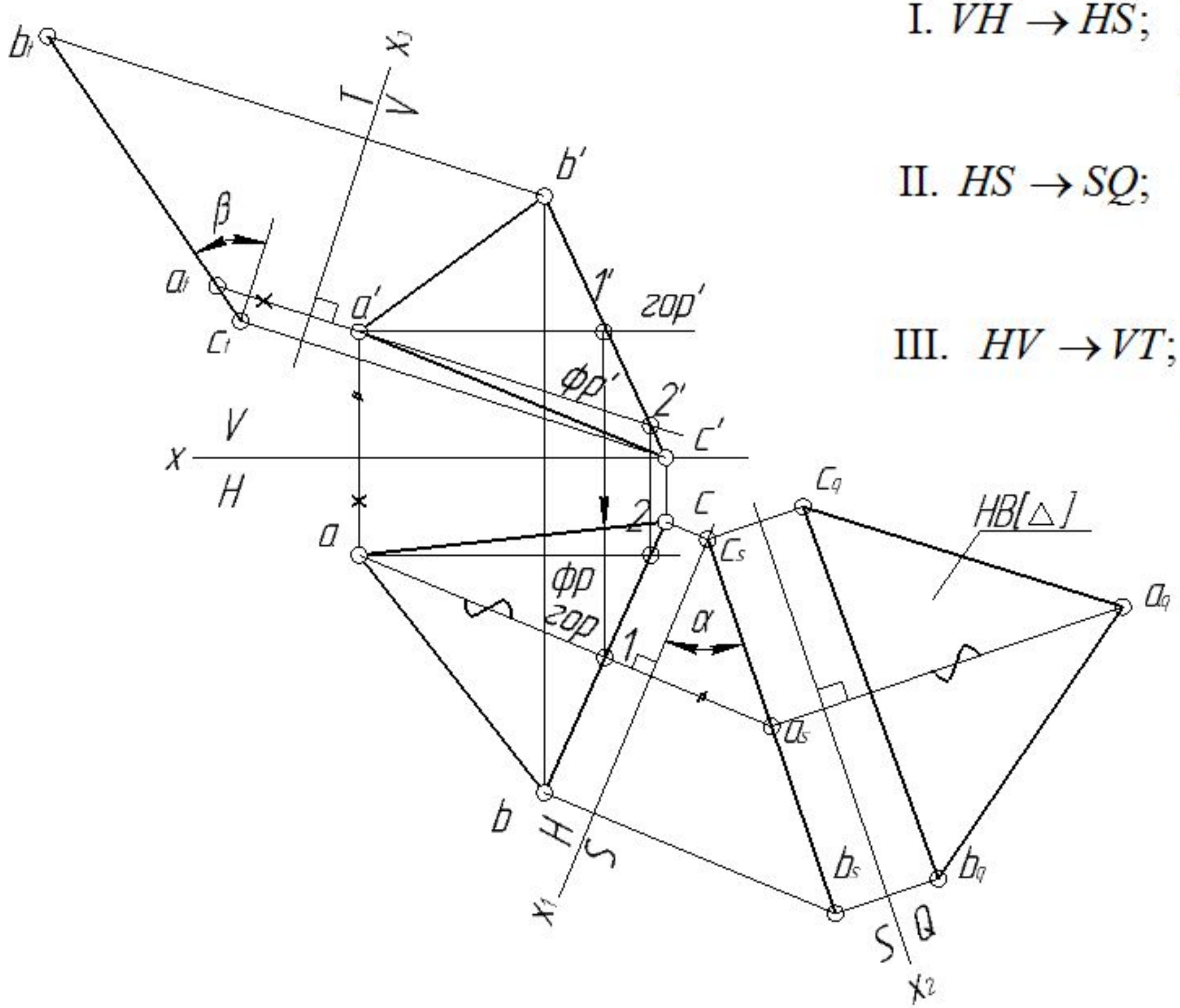
$$\text{II. } HS \to SQ; \quad 1).\ S \perp Q$$
$$2).\ Q \parallel \Delta ABC\,(X_2 \parallel c_S a_S b_S)$$

$$\text{III. } HV \to VT; \quad 1).\ V \perp T$$
$$2).\ T \perp \Delta ABC\,(X_3 \perp фр')$$

Пример:

1). Определить углы наклона плоской фигу (ΔABC) к ПП

2). Определить натуральную величину плоской фигу (ΔABC).



$$\text{I. } VH \to HS; \quad 1).\ H \perp S$$
$$2).\ S \perp \Delta ABC\ (X_1 \perp гор)$$

$$\text{II. } HS \to SQ; \quad 1).\ S \perp Q$$
$$2).\ Q \parallel \Delta ABC\ (X_2 \parallel c_S a_S b_S)$$

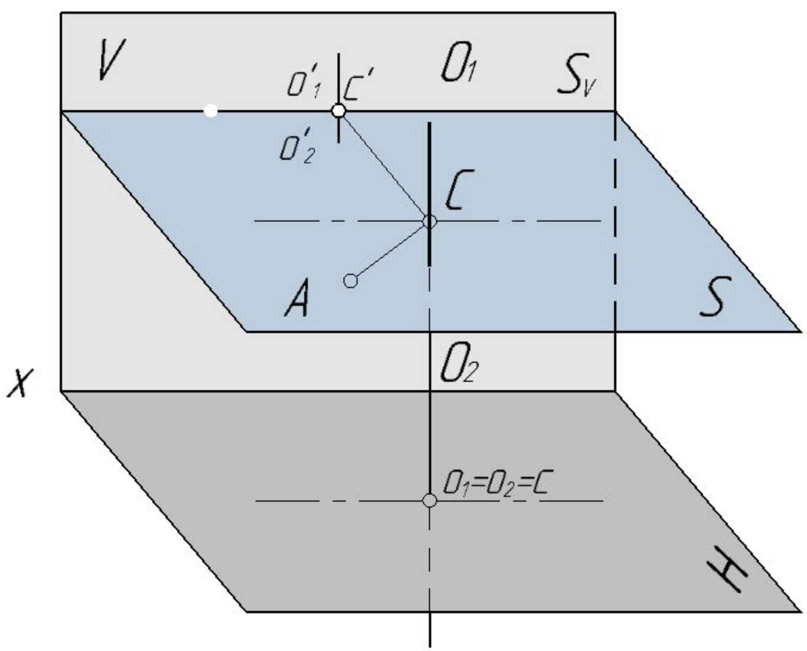
$$\text{III. } HV \to VT; \quad 1).\ V \perp T$$
$$2).\ T \perp \Delta ABC\ (X_3 \perp фр')$$

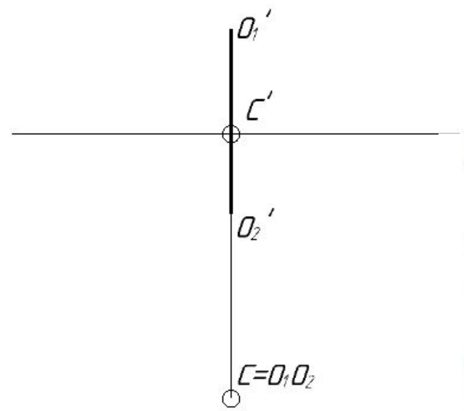
Сущность: плоскости проекций не изменяют свое положение в пространстве, а изменяет положение объект проецирования:

1. Вращением вокруг оси перпендикулярной ПП
2. Вращением вокруг оси параллельной ПП (вокруг линии уровня)

Вращение вокруг оси перпендикулярной ПП

1). Вращение точки вокруг оси перпендикулярной ПП Н





Механизм вращения

O_1O_2 - ось вращения

$O_1O_2 \perp H$

S – плоскость вращения

$O_1O_2 \perp S$

A – объект вращения (точка)

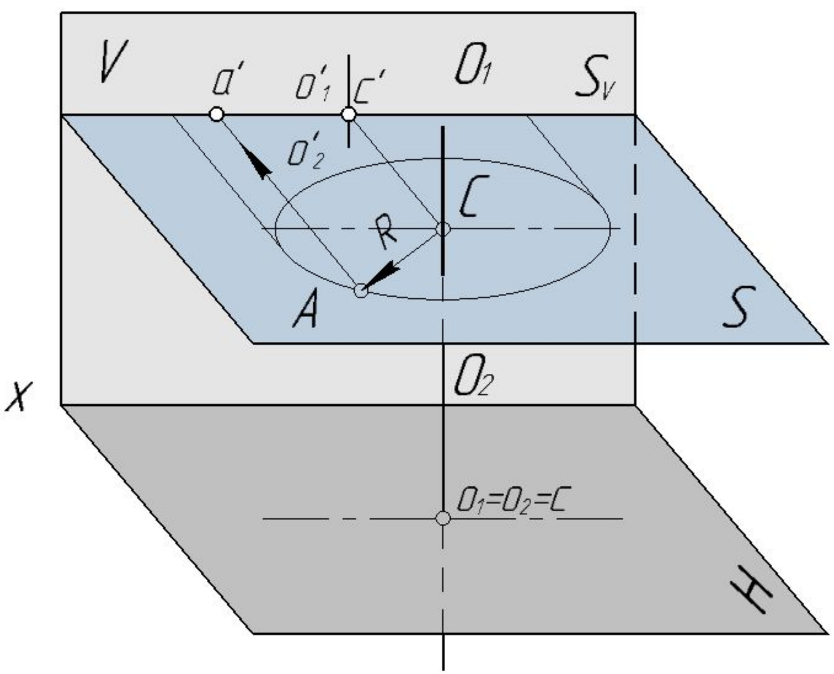
$C = O_1O_2 \cap S$ - центр вращения т. A

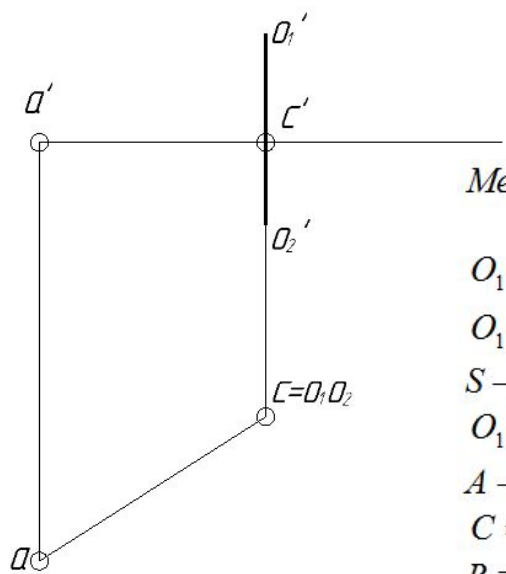
Сущность: плоскости проекций не изменяют свое положение в пространстве, а изменяет положение объект проецирования:

1. Вращением вокруг оси перпендикулярной ПП
2. Вращением вокруг оси параллельной ПП (вокруг линии уровня)

Вращение вокруг оси перпендикулярной ПП

1). Вращение точки вокруг оси перпендикулярной ПП Н





Механизм вращения

O_1O_2 - ось вращения

$O_1O_2 \perp H$

S – плоскость вращения

$O_1O_2 \perp S$

A – объект вращения (точка)

$C = O_1O_2 \cap S$ - центр вращения т. A

$R = AC$ – радиус вращения т. A

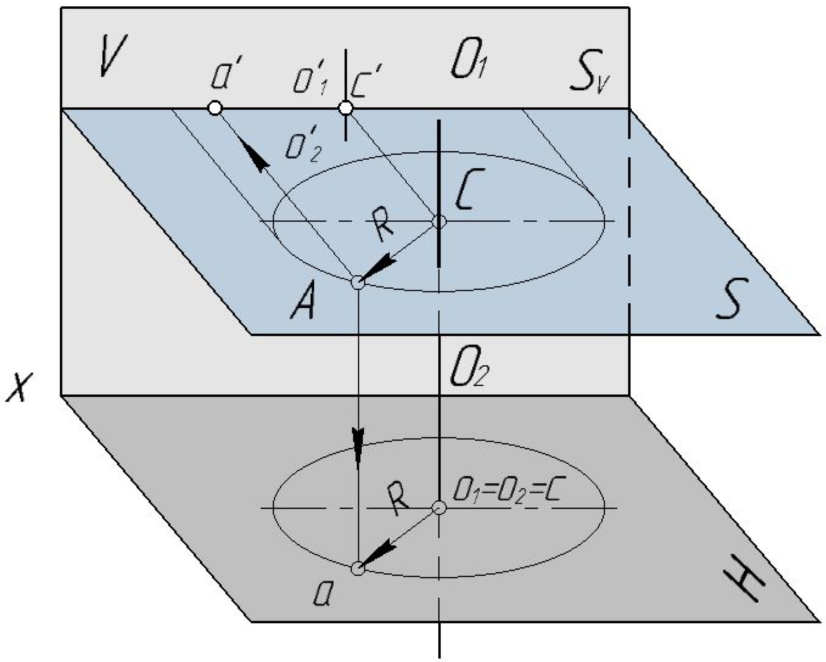
При вращении т. *A* вокруг оси перпендикулярной к ПП *H*, одна из проекций точки (горизонтальная - *a*) перемещается по окружности радиуса *R=ca*, а другая (фронтальная –*a'*) – по прямой линии (фронтальному следу -S_v) параллельной оси

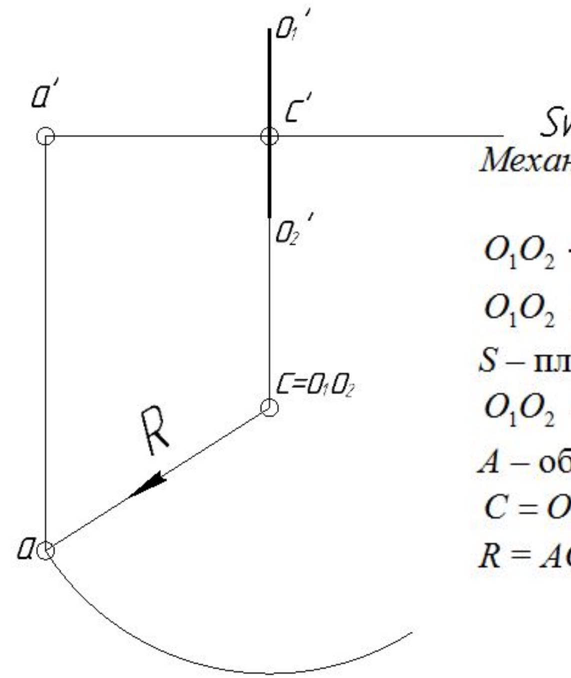
Сущность: плоскости проекций не изменяют свое положение в пространстве, а изменяет положение объект проецирования:

1. Вращением вокруг оси перпендикулярной ПП
2. Вращением вокруг оси параллельной ПП (вокруг линии уровня)

<u>Вращение вокруг оси перпендикулярной ПП</u>

1). Вращение точки вокруг оси перпендикулярной ПП Н





Механизм вращения

O_1O_2 - ось вращения

$O_1O_2 \perp H$

S – плоскость вращения

$O_1O_2 \perp S$

A – объект вращения (точка)

$C = O_1O_2 \cap S$ - центр вращения т. A

$R = AC$ – радиус вращения т. A

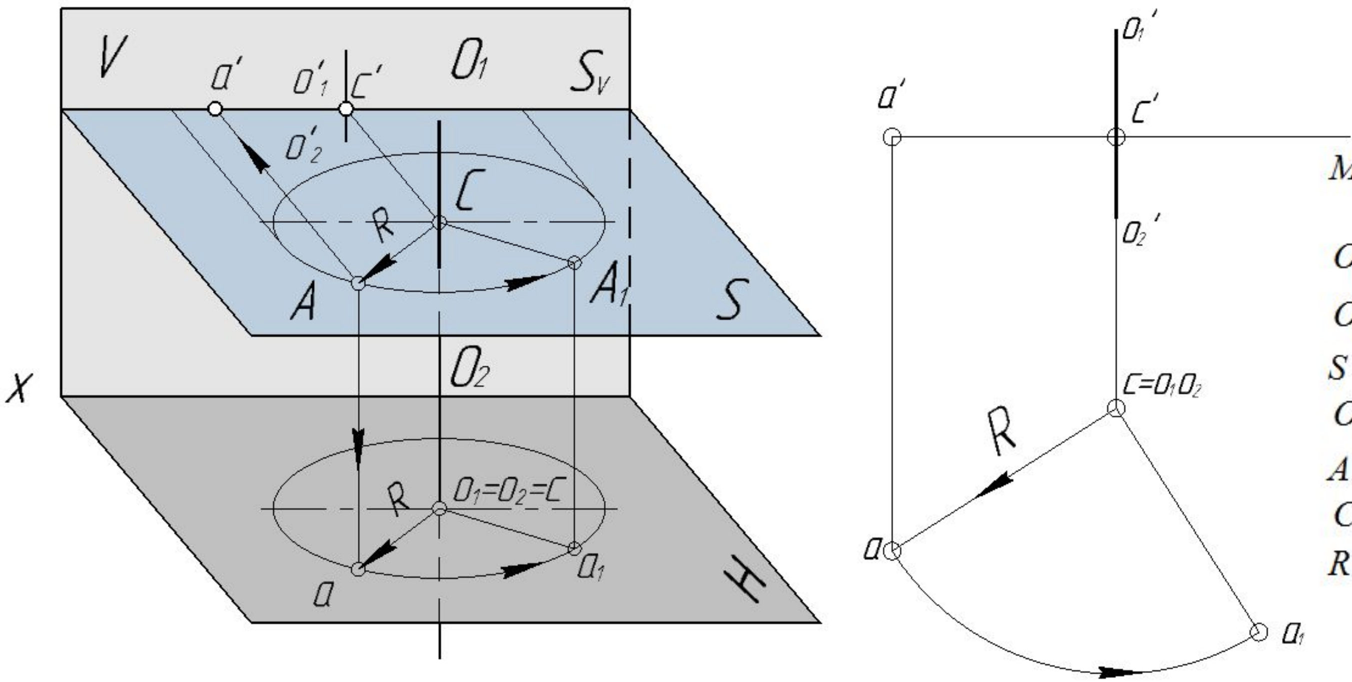
При вращении т. *А* вокруг оси перпендикулярной к ПП *Н*, одна из проекций точки (горизонтальная - *а*) перемещается по окружности радиуса *R=ca*, а другая (фронтальная –*a'*) – по прямой линии (фронтальному следу -S_v) параллельной оси

Сущность: плоскости проекций не изменяют свое положение в пространстве, а изменяет положение объект проецирования:

1. Вращением вокруг оси перпендикулярной ПП
2. Вращением вокруг оси параллельной ПП (вокруг линии уровня)

<u>Вращение вокруг оси перпендикулярной ПП</u>

1). Вращение точки вокруг оси перпендикулярной ПП Н



Механизм вращения

O_1O_2 - ось вращения

$O_1O_2 \perp H$

S – плоскость вращения

$O_1O_2 \perp S$

A – объект вращения (точка)

$C = O_1O_2 \cap S$ - центр вращения т. A

$R = AC$ – радиус вращения т. A

При вращении т. *А* вокруг оси перпендикулярной к ПП *Н,* одна из проекций точки (горизонтальная - *а*) перемещается по окружности радиуса *R=са,* а другая (фронтальная –*а'*) – по прямой линии (фронтальному следу -S_v) параллельной оси

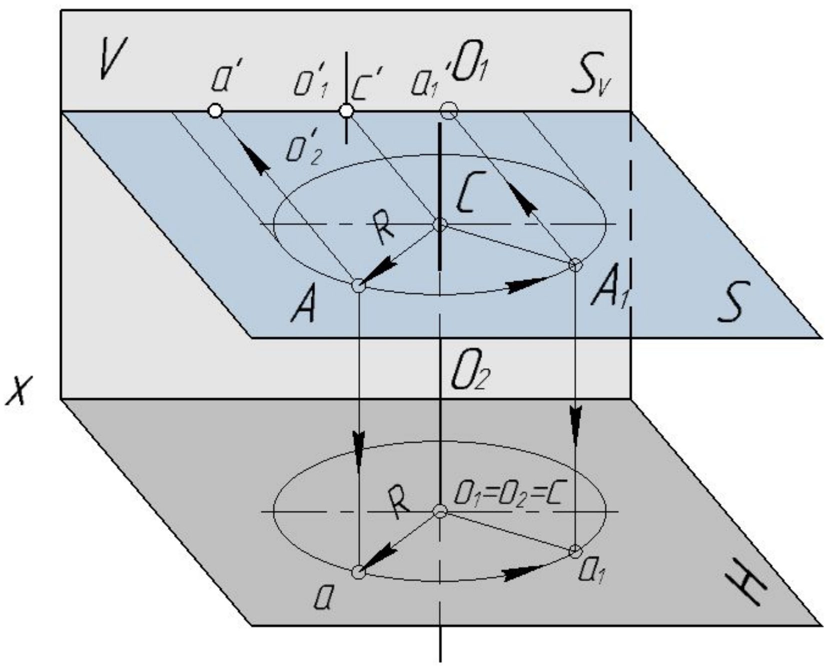
Способ вращения

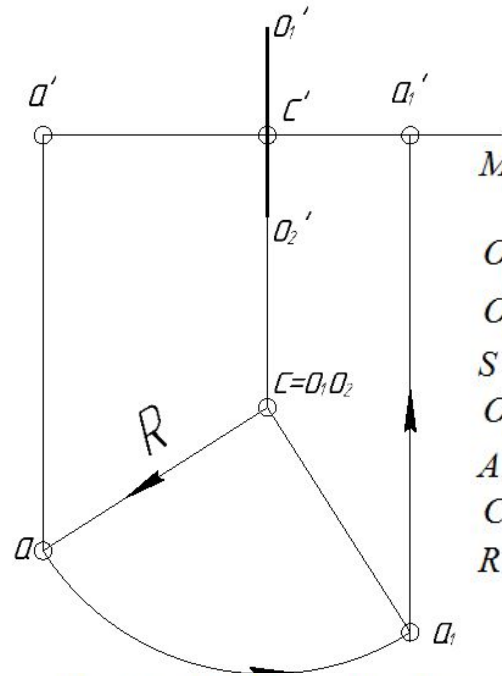
Сущность: плоскости проекций не изменяют свое положение в пространстве, а изменяет положение объект проецирования:

1. Вращением вокруг оси перпендикулярной ПП
2. Вращением вокруг оси параллельной ПП (вокруг линии уровня)

Вращение вокруг оси перпендикулярной ПП

1). Вращение точки вокруг оси перпендикулярной ПП Н





Механизм вращения

O_1O_2 - ось вращения

$O_1O_2 \perp H$

S – плоскость вращения

$O_1O_2 \perp S$

A – объект вращения (точка)

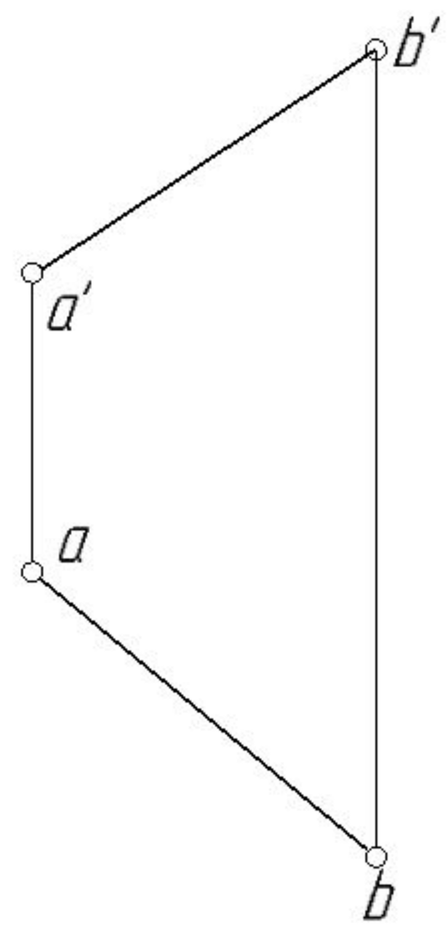
$C = O_1O_2 \cap S$ - центр вращения т. A

$R = AC$ – радиус вращения т. A

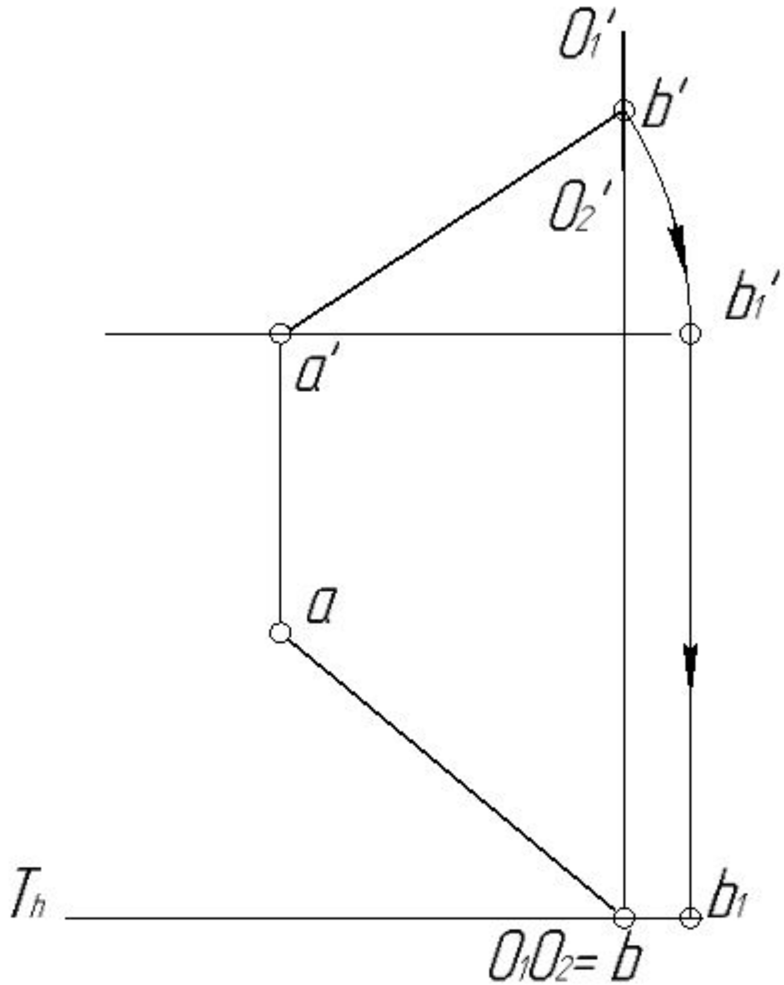
Если $O_1O_2 \perp H$, то $a \to R = ca$ и $a' \to S_V \parallel X$

При вращении т. *А* вокруг оси перпендикулярной к ПП *Н,* одна из проекций точки (горизонтальная - *a*) перемещается по окружности радиуса *R=ca*, а другая (фронтальная –*a’*) – по прямой линии (фронтальному следу -S_v) параллельной оси

Пример: Определить натуральную величину отрезка прямой и углы наклона к ПП

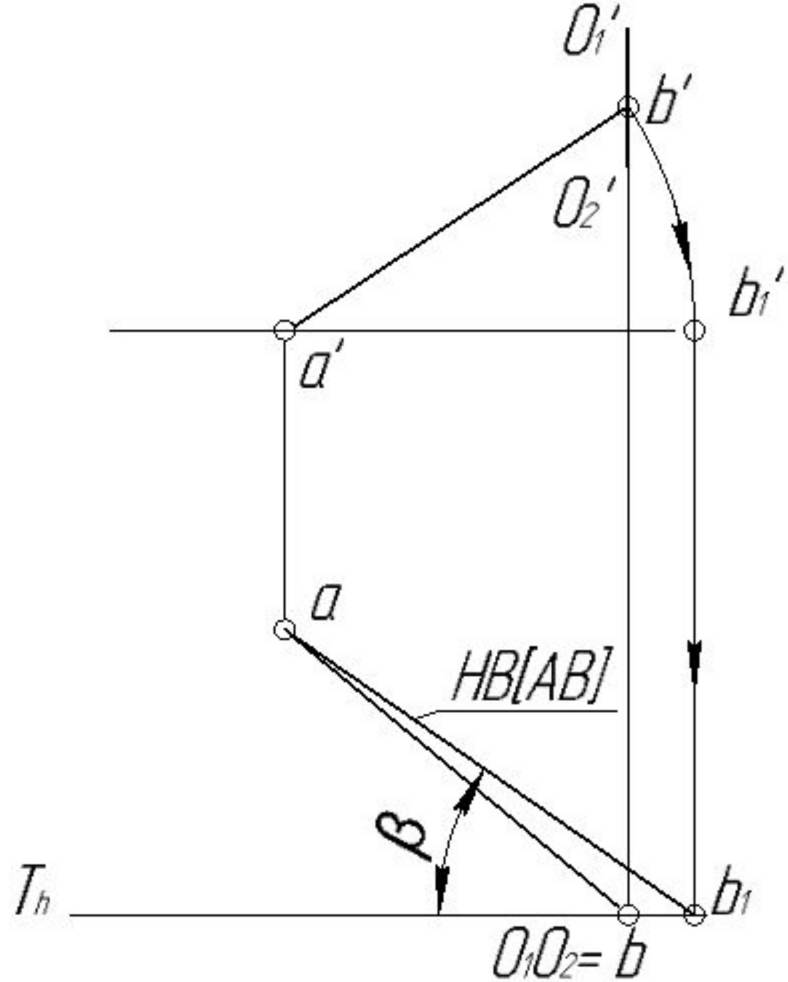


Пример: Определить натуральную величину отрезка прямой и углы наклона к ПП



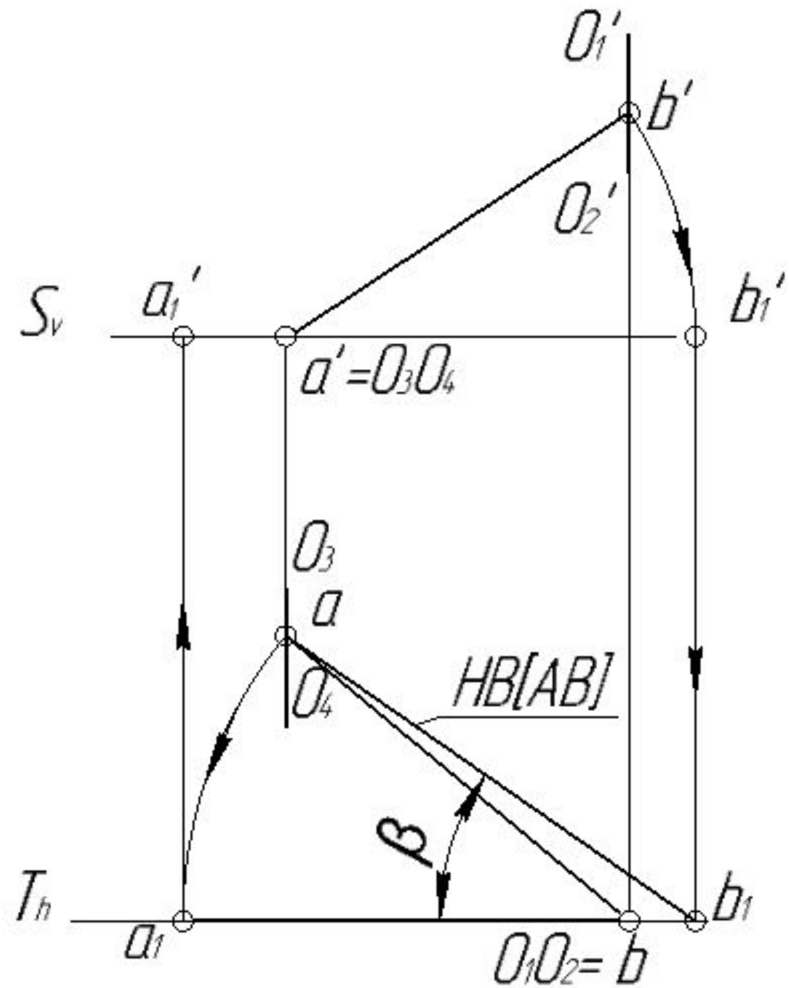
Если $B \in O_1O_2 \perp H$, то $a \to R = ba$ и $a' \to S_V \parallel X$

Пример: Определить натуральную величину отрезка прямой и углы наклона к ПП



Если $B \in O_1O_2 \perp H$, то $a \rightarrow R = ba$ и $a' \rightarrow S_V \parallel X$

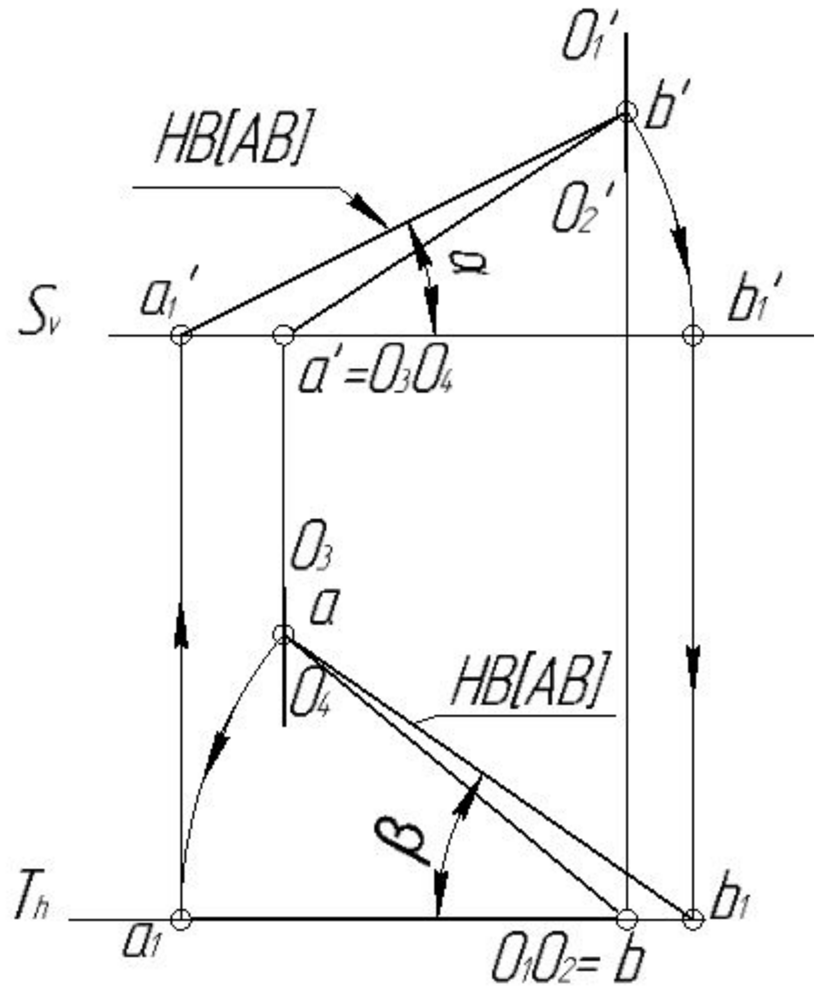
Пример: Определить натуральную величину отрезка прямой и углы наклона к ПП



Если $B \in O_1O_2 \perp H$, то $\quad a \to R = ba \;\; и \;\; a' \to S_V \parallel X$

Если $A \in O_3O_4 \perp V$, то $\quad b' \to R = a'b' \;\; и \;\; b \to T_h \parallel X$

Пример: Определить натуральную величину отрезка прямой и углы наклона к ПП



Если $B \in O_1O_2 \perp H$, то $a \to R = ba$ и $a' \to S_V \parallel X$

Если $A \in O_3O_4 \perp V$, то $b' \to R = a'b'$ и $b \to T_h \parallel X$