

Показательная и
логарифмическая функции.

Показательные
неравенства

Решить уравнения

1) $2^x = 2$

2) $3^x = 27$

3) $5^x = 25$

4) $2^x = \frac{1}{16}$

5) $3^x = \sqrt{3}$

6) $(1/5)^x = 0,2$

7) $2^x = 0,25$

8) $2^x = 0,125$

9) $3^x = 0, (3)$

10) $10^x = 5$

1) 1

2) 3

3) 2

4) -4

5) $\frac{1}{2}$

6) 1

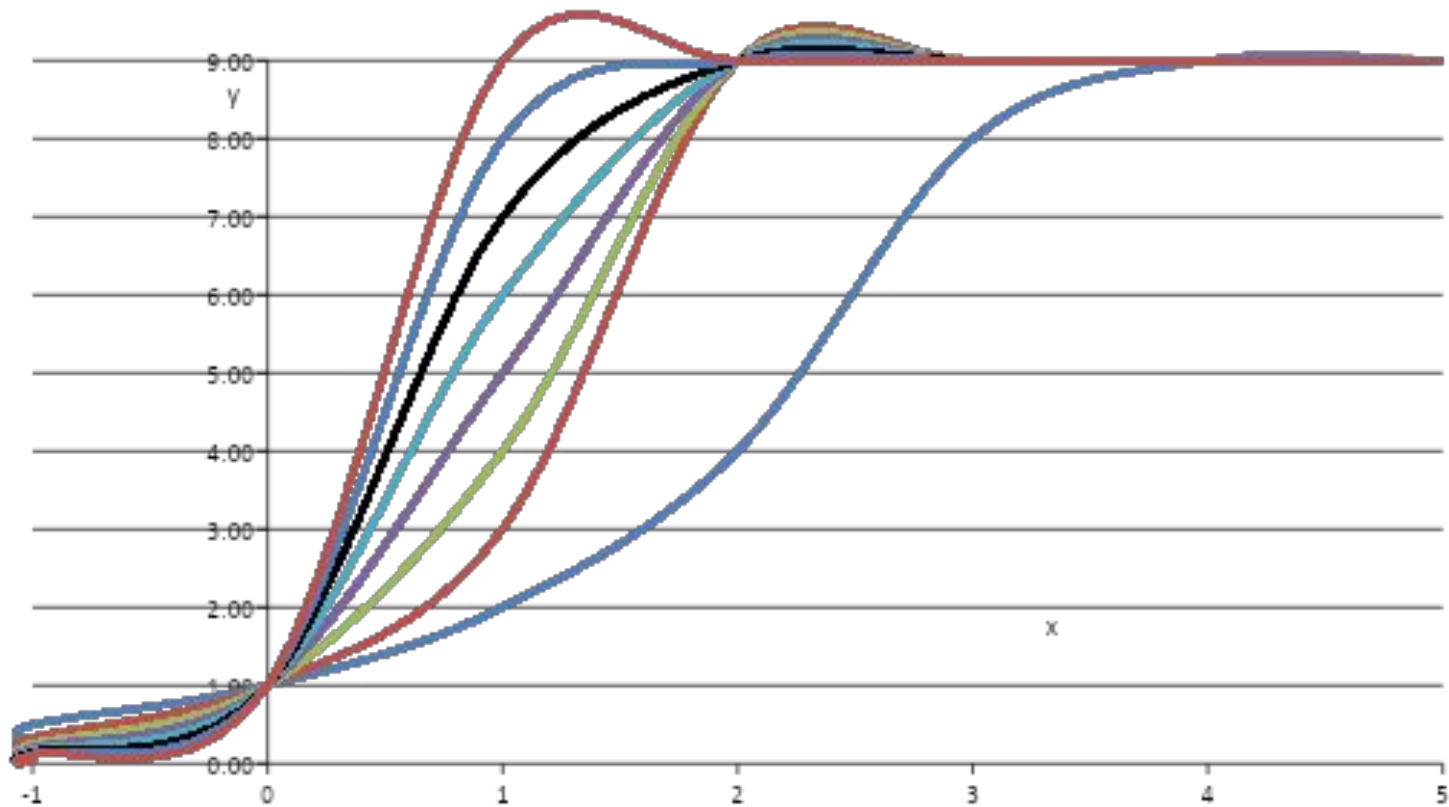
7) -2

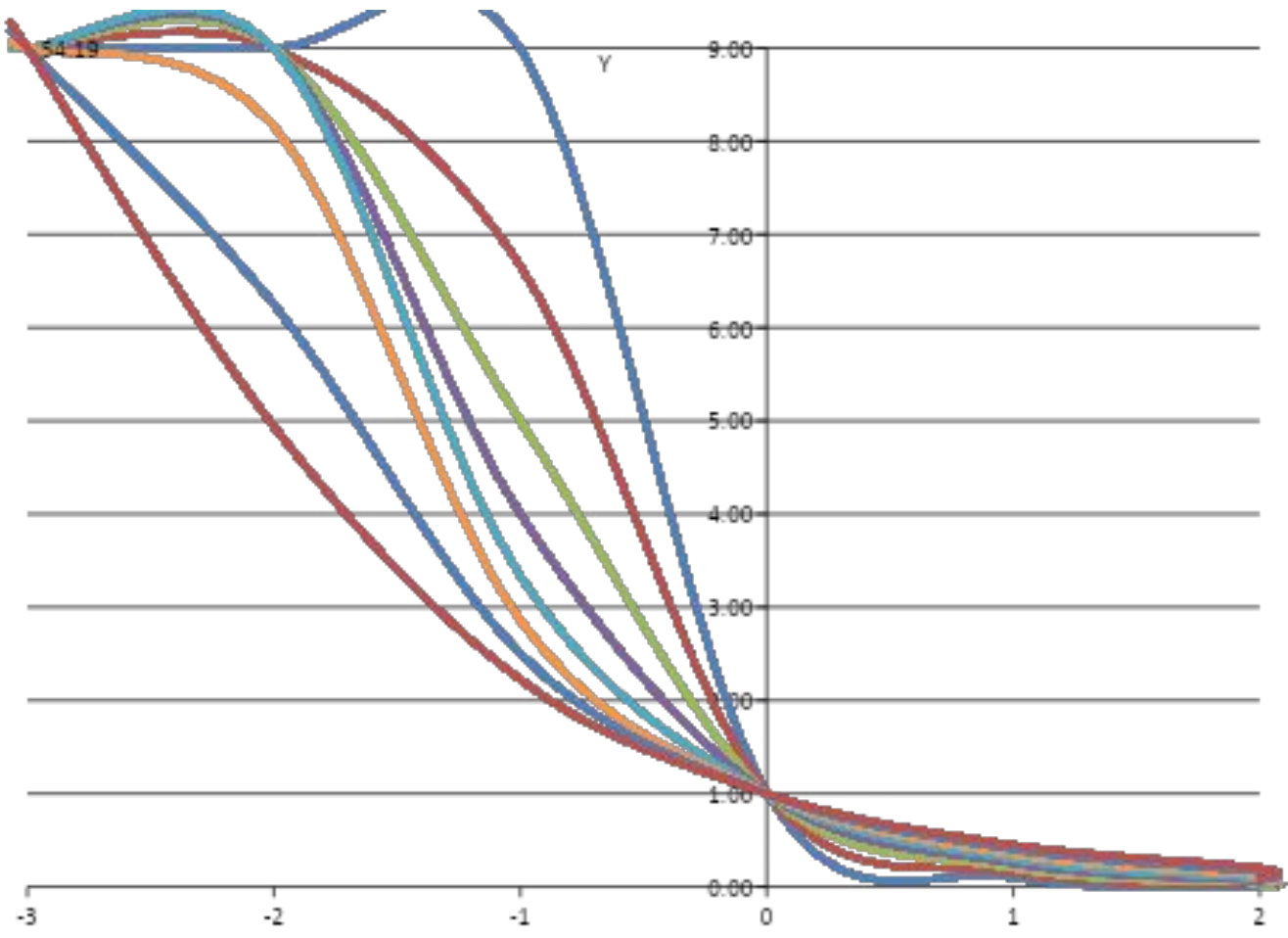
8) -3

9) -1

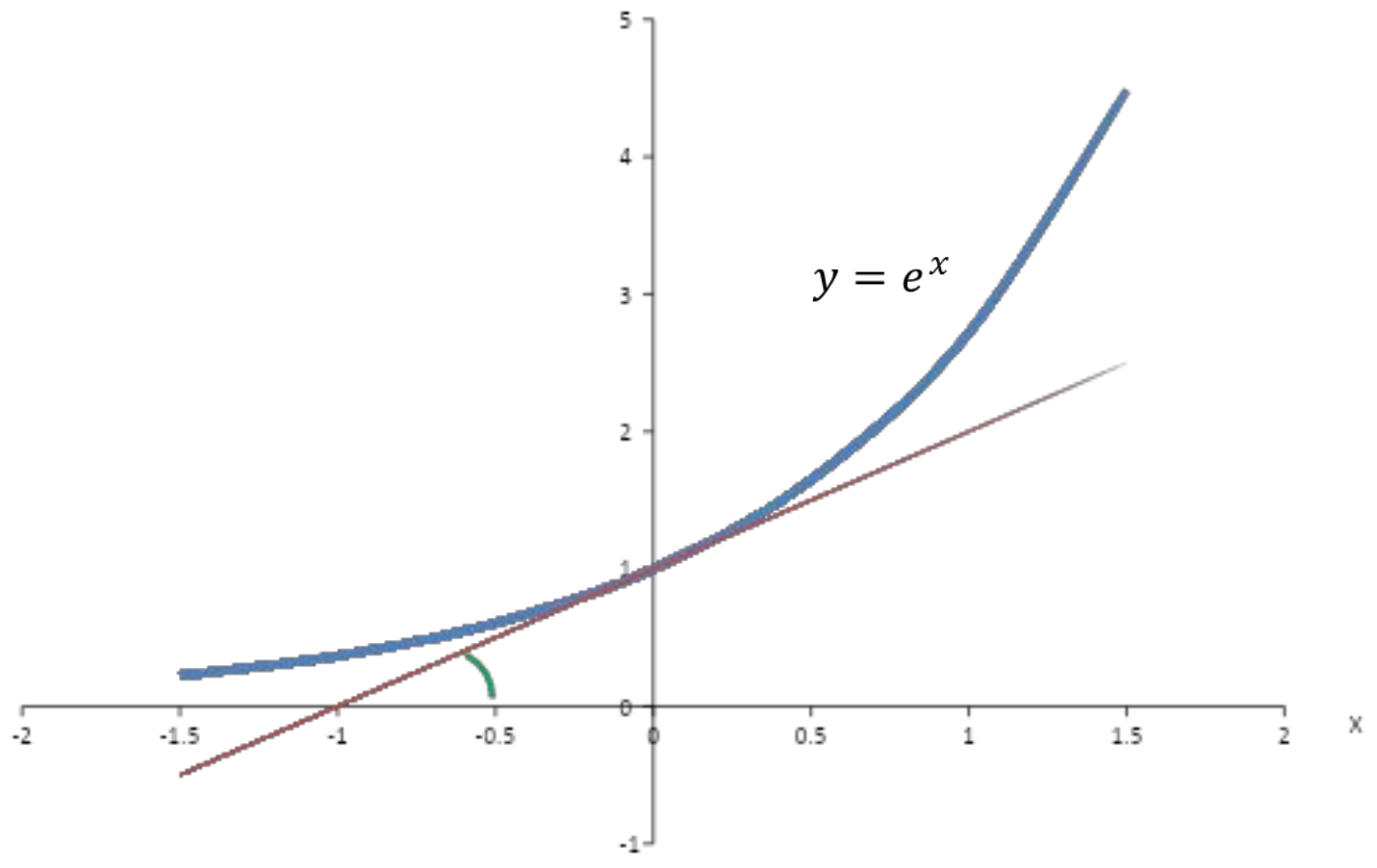
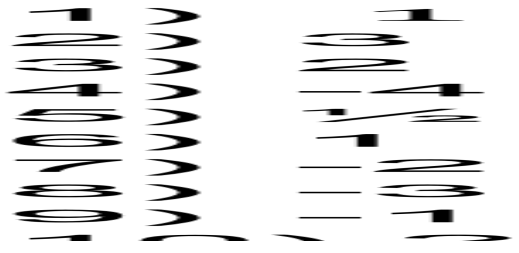
10) ?

Показательная функция $y = a^x, a > 1$





H O P N O P A P P N
 O V V V V V V V V V
 V
 W N N N N N N N N N
 X X X X X X X X
 H H H H H H H H
 I I I I I I I I I I
 J J J J J J J J J J
 K K K K K K K K K K
 L L L L L L L L L L
 M M M M M M M M M M
 N N N N N N N N N N
 O O O O O O O O O O
 P P P P P P P P P P
 Q Q Q Q Q Q Q Q Q Q
 R R R R R R R R R R
 S S S S S S S S S S
 T T T T T T T T T T
 U U U U U U U U U U
 V V V V V V V V V V
 W W W W W W W W W W
 X X X X X X X X X X
 Y Y Y Y Y Y Y Y Y Y
 Z Z Z Z Z Z Z Z Z Z



1) Методы решения показательных неравенств

- $a^{f(x)} > a^{g(x)}, a > 1,$
 $f(x) > g(x)$



2) Методы решения показательных неравенств

- $a^{f(x)} > a^{g(x)}, \quad 0 < a < 1,$
 $f(x) < g(x)$



3) Методы решения показательных уравнений

-

разложение на множители
и введение
новых переменных

4) Методы решения показательных неравенств

- **Функциональные
МЕТОДЫ**

У **экспоненциально** протекающих процессов есть одно общее свойство: **за одинаковый интервал времени их параметры меняются в одинаковое число раз**. Банковский вклад каждый год увеличивается на 7%, снежный ком за минуту увеличивается в три раза, а количество урана-235 на атомных электростанциях уменьшается вдвое каждые 700 миллионов лет. **Экспоненциальные функции окружают нас повсюду. Экспоненциально** развиваются все явления, **в которых присутствует обратная связь, когда результат влияет на скорость процесса**. В случае со снежным комом обратная связь положительная: чем больше результат, тем быстрее протекает процесс. А масса и скорость снежного кома **экспоненциально** возрастают со временем x . Аналогично ведут себя деньги в банке при фиксированной процентной ставке. Чем больше денег, тем больше ежегодный прирост — и тем быстрее денег хватит на домик на Мальдивах. Так же увеличивается численность животных при отсутствии внешних угроз: чем больше популяция, тем больше размножающихся особей, тем быстрее она увеличивается. А еще, когда микрофон подносишь близко к динамику, то самый тихий шорох через секунду превратится в звонкий гул.

Бывает, что обратная связь **отрицательная**: чем больше результат, тем медленнее идет процесс. Например, когда мы голодны, мы начинаем быстро поглощать еду, но как только чувство голода уменьшается, мы начинаем есть спокойно, потом лениво доедаем десерт. Чай остывает тоже по экспоненте: чем больше разность температур между чаем и воздухом, тем быстрее он остывает. Так что, если вам надо срочно отвлечься на 15 минут, а горячего чаю выпить хочется — налейте в него холодного молока или воды. Тогда разница температур уменьшится, и чай не остынет так быстро, как если бы он был горячим.

Чем быстрее движется струна гитары, тем быстрее она тормозится о воздух, поэтому громкость звука после дерганья за струну **экспоненциально** уменьшается. Еще один пример — ядерный распад. Каждое ядро может распасться в случайный момент времени, но чем ядер больше, тем больше распадов будет происходить за одну минуту. Чем быстрее ядра распадаются, тем меньше их становится, а значит и интенсивность радиации со временем падает.



Про чай — это из старой олимпиадной задачи. Только она ставилась немного по-другому. А именно «когда класть сахар в чай — сразу, или перед тем как его пить».

Вот тут да, правильнее положить сахар сразу и отнять у чашки фиксированное количество тепла. С тем, чтобы чай остывал медленно.

Если сахар положить позднее, то его растворение отнимет столько же тепла. Но до этого чай будет остывать быстро.

Решить неравенства

1) $2^x > 4$

2) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq \frac{1}{27}$

3) $2^x \leq \frac{1}{16}$

4) $3^x \geq \sqrt{3}$

5) $(1/5)^x \leq 0,2$

6) $0,25^x > 2$

7) $2^x < 0,125$

8) $3^x \geq 0, (3)$

9) $10^x \leq 5$

1) $2 > 1, x > 2$

2) $\frac{1}{3} < 1, x \leq 3$

3) $2 > 1, x \leq -4$

4) $3 > 1, x \geq \frac{1}{2}$

5) $1/5 < 1, x \geq 1$

6) $0,25 < 1, x < -2$

7) $2 > 1, x < 2$

8) $3 > 1, x \geq -1$

9) $10 > 1, x \leq ?$

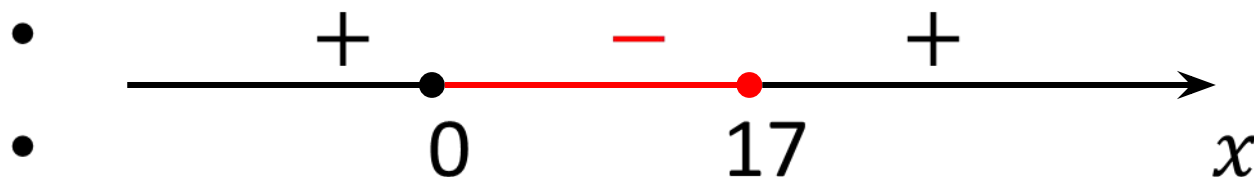
1) Решить неравенство

- $\left(\frac{4}{7}\right)^{x^2-17x} \geq 1$

- $\left(\frac{4}{7}\right)^{x^2-17x} \geq \left(\frac{4}{7}\right)^0, \quad 0 < \frac{4}{7} < 1$

- $x^2 - 17x \leq 0$

- $x(x - 17) \leq 0$



- Ответ: $[0; 17]$

2) Решить неравенство:

•

$$16^x - 16^{x-2} < 255$$

$$16^x - 16^x \cdot 16^{-2} < 255$$

$$16^x \left(1 - \frac{1}{256}\right) < 255$$

$$16^x \cdot \frac{255}{256} < 255$$

$$16^x < 255 \cdot \frac{256}{255}$$

$$16^x < 256$$

$$16^x < 16^2, \underline{16 > 1}, x < 2$$

Ответ: $(-\infty; 2)$

3) Решить неравенство:

- $1,7x^2 - 79 < 2,89$

$$1,7x^2 - 79 < 1,7^2, \quad 1,7 > 1,$$

$$x^2 - 79 < 2$$

$$x^2 < 81$$

$$|x| < 9$$

$$-9 < x < 9$$

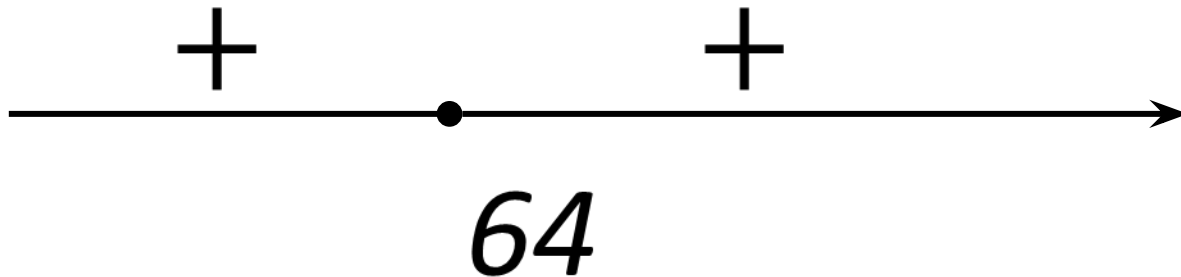
4.a.) Решить неравенство:

$$\bullet \quad 64^x - 2 \cdot 8^{x+2} + 4096 \leq 0$$

$$8^x = t$$

$$t^2 - 128t + 4096 \leq 0$$

$$t_1 = 64; t_2 = 64$$



4.a.) Решить неравенство:

- $8^x = t$

$$t_1 = 64; t_2 = 64$$

$$8^x = 64, 8^x = 8^2, x = 2$$

Ответ: 2.

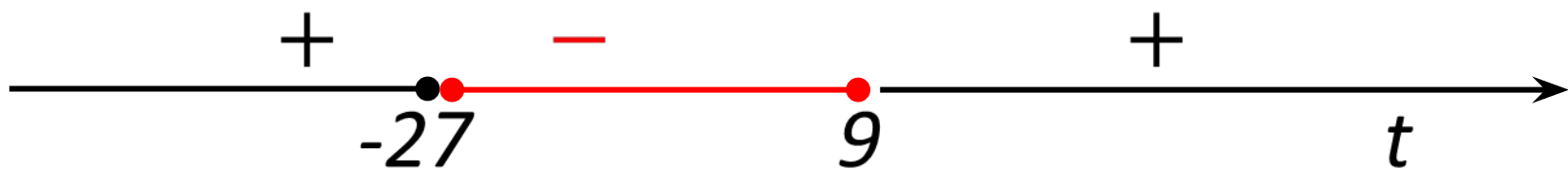
4.b) Решить неравенство:

- $9^x + 2 \cdot 3^{x+2} - 243 \leq 0$

$$3^x = t$$

$$t^2 + 18t - 243 \leq 0$$

$$t_1 = -27; t_2 = 9$$



$$-27 \leq 3^x \leq 9, \quad 3^x \leq 3^2, \quad 3 > 1, \quad x \leq 2$$

Ответ: $(-\infty; 2]$

5) Найти наименьшее целое решение

неравенства:

$$\bullet 3^{\frac{x-2}{4}} - 3^{\frac{18-x}{4}} - 80 < 0$$

$$\bullet 3^{\frac{x-2}{4}} - 3^{\frac{16+2-x}{4}} - 80 < 0$$

$$\bullet 3^{\frac{x-2}{4}} - 3^{\frac{2-x}{4}} \cdot 3^4 - 80 < 0, \quad 3^{\frac{x-2}{4}} = t, t > 0$$

$$\bullet t - \frac{81}{t} - 80 < 0$$

$$\bullet \frac{t^2 - 80t - 81}{t} < 0 \text{ (Метод Интервалов)}$$

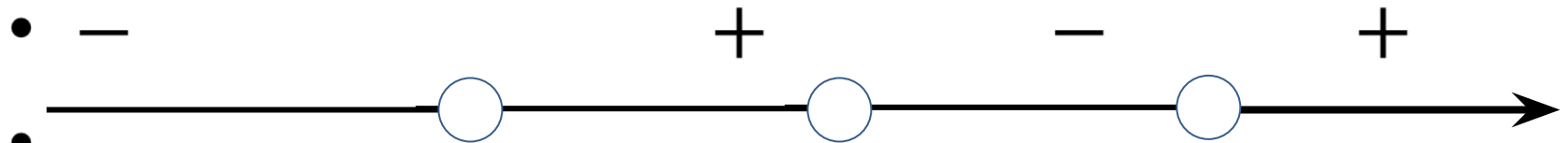
$$\bullet t_1 = 81, t_2 = -1, t_3 = 0$$

5) Найти наибольшее целое решение

неравенства:

- $\frac{t^2 - 80t - 81}{t} < 0$ (МИ)

- $t_1 = 81, t_2 = -1, t_3 = 0$



- $0 < 3^{\frac{x-2}{4}} < 81, \quad 3^{\frac{x-2}{4}} < 3^4, \quad 3 > 1, \quad \frac{x-2}{4} < 4$

$$x < 18, x = 17$$