



Тема 4. Решение неравенств, содержащих модуль

Цель: рассмотреть примеры
уравнений, содержащих несколько
модулей.

Метод интервалов



Пример1. Решить неравенство

$$|x+1| + |x+4| < 5$$

Решение.

Нули подмодульных выражений: -4, -1.

Они разбивают числовую ось на три промежутка.

$$x < -4, -4 \leq x < -1, x \geq -1$$



Данное неравенство
 $|x+1| + |x+4| < 5$ равносильно
совокупности трех систем



НЕНАРАВЕНСТВА

$$\begin{cases} x < -4, \\ -x - 1 - x - 4 < 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x < -4, \\ -2x < 10 \end{cases} \quad \begin{cases} x < -4 \\ x > -5 \end{cases}$$
$$\begin{cases} -4 \leq x < -1 \\ -x - 1 + x + 4 < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq x < -1, \\ 3 < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq x \leq -1 \\ 3 < 5 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x + 1 + x + 4 < 5, \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -1 \\ 2x < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -1 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$(-5; -4) \cup [-4; -1] \cup (-1; 0) = (-5; 0)$$

Ответ: $(-5; 0)$

Самостоятельно решить
неравенство

$$|x+1| + |x-2| < 5$$

Ответ: (-2;3)



Пример 2. Решить
неравенство

$$|x-1| + |x-3| < x+1$$

Нули подмодульных выражений: 1 и
3.

Делят числовую ось на три
промежутка

$$x < 1, 1 \leq x < 3, x \geq 3$$



$$|x-1| + |x-3| < x+1$$

Получаем совокупность трех систем неравенств



$$\begin{cases} x < 1, \\ -x+1-x+3 < x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1, \\ -2x-x < -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1, \\ x > \frac{5}{3} \end{cases}$$
$$\begin{cases} 1 \leq x < 3, \\ x-1-x+3 < x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x < 3, \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x < 3, \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x < 3 \\ 3 \leq x < 5 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x \geq 3, \\ x-1+x-3 < x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3, \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3, \\ x < 5 \end{cases}$$

Ответ: [1;5

Пример. Решить неравенство

$$|x+1| < 3x - |x-2|$$

Ответ: $(1; +\infty)$

Пример. Решить неравенство

$$x + |3 - 2x| > |x + 1| - 1$$

Ответ: $(-\infty, 1.5)$ и $(1.5; +\infty)$

Спасибо за урок!

