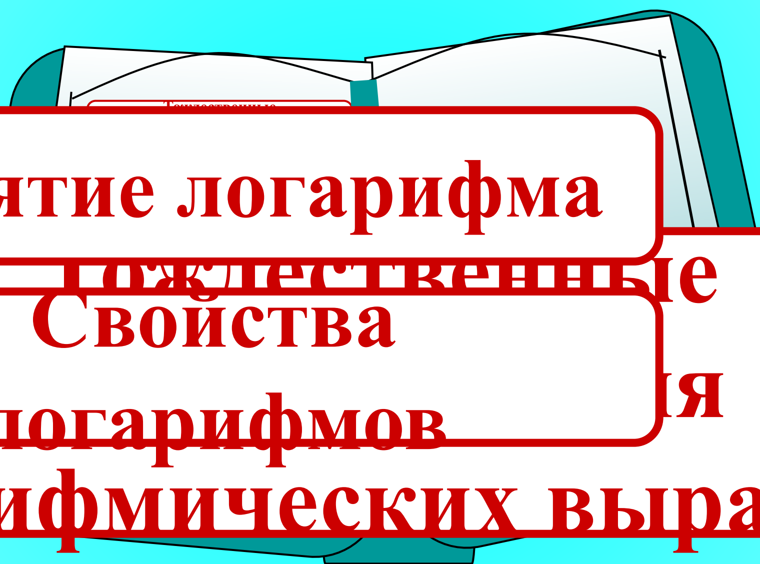
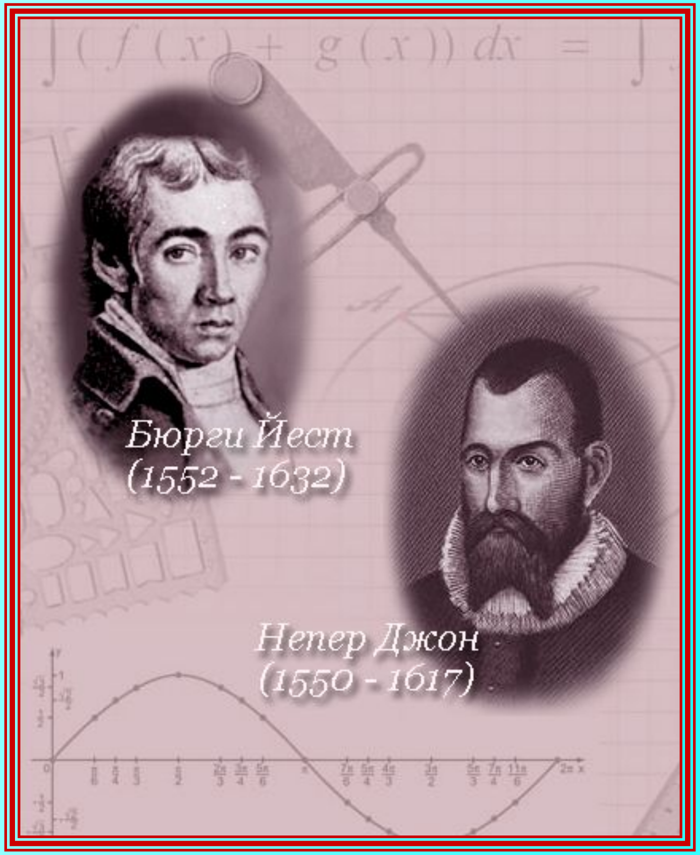


Понятие логарифма

Свойства логарифмов

Тождественные …ия логарифмических выражений



Логарифмы открыты шотландским математиком Дж. Непером и швейцарским математиком Й. Бюрги в начале 17 в.

logos **- отношение, соотношение и** ***arithmos*** **- число**

«Изобретение логарифмов, сокращая вычисления нескольких месяцев в труд нескольких дней, словно удваивает жизнь астрономов».

Лаплас

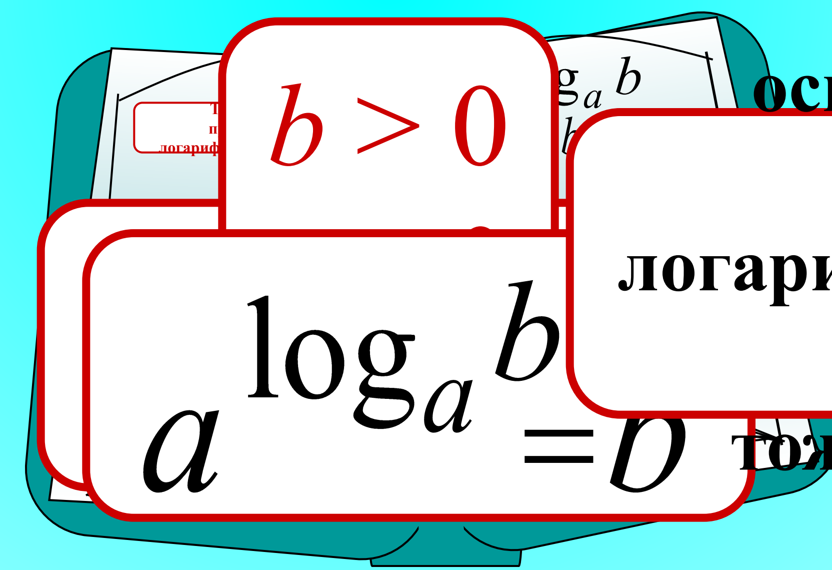
Для чего были придуманы логарифмы?

для ускорения вычислений

для упрощения вычислений

для решения астрономических задач

Определение



$b > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

основное

логарифмическо
е

тождество

$$a^{\log_a b} = b$$

основное логарифмическое тождество

Вычислите:

$$17^{\log_{17} 3} = 3$$

$$0{,}3^{\log_{0{,}3} 6} = 6$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{0{,}5} \sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$\log_a b = x$ **означает, что** $a^x = b$

$\log_a 1 = 0$ $a^0 = 1$

$\log_a a = 1$ $a^1 = a$

Вычислите:

$$\log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$$

$$\log_{0,3} \frac{1}{0,09} = \log_{0,3} (0,09)^{-1} = \log_{0,3} \left((0,3)^2\right)^{-1} =$$

$$= \log_{0,3} (0,3)^{-2} = -2$$

Задание ЕГЭ

Если $\log_a 8 = 3$ *и* $\log_b 243 = 5$, *то чему равно* $a \cdot b$?

$$a^3 = 8$$
$$a^3 = 2^3$$
$$a = 2$$

$$b^5 = 243$$
$$b^5 = 3^5$$
$$b = 3$$

$$a \cdot b = 2 \cdot 3 = 6$$

1)4 2)5 3)6 4)8

$\log_{10} x = \lg x$ **- десятичный логарифм**

$\log_e x = \ln x$ **- натуральный логарифм**

$\lg 100 = 2$

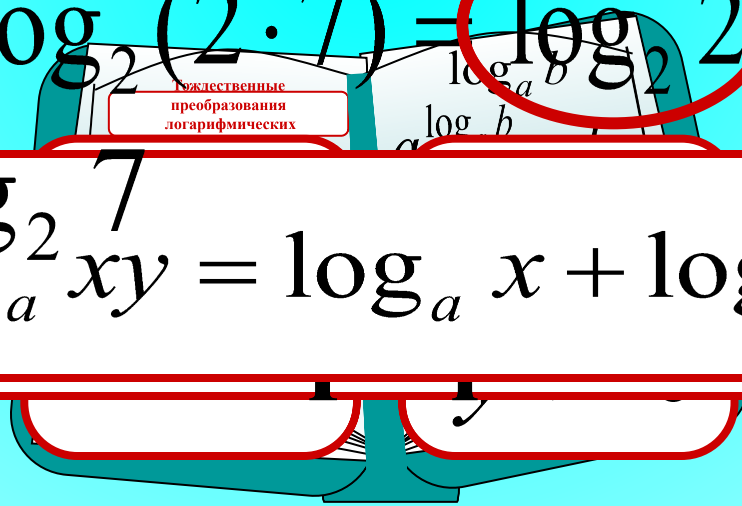
$\ln e^5 = 5$

$\lg 0{,}001 = -3$

$\ln \dfrac{1}{e^4} = -4$

$$\log_2 14 = \log_2 (2 \cdot 7) = \overset{=1}{\log_2 2} + \log_2 7 =$$

$$= 1 + \log_2 7$$



$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

Задание ЕГЭ

Упростите выражение

$$\frac{\log_2^2 14 + \log_2 14 \cdot \log_2 7 - 2\log_2^2 7}{\log_2 14 + 2\log_2 7} =$$

$$\log_2 14 = 1 + \log_2 7$$

$$= \frac{(1+\log_2 7)^2 + (1+\log_2 7)\cdot\log_2 7 - 2\log_2^2 7}{(1+\log_2 7) + 2\log_2 7} =$$

$$= \frac{1 + 2\log_2 7 + \cancel{\log_2^2 7} + \log_2 7 + \cancel{\log_2^2 7} - \cancel{2\log_2^2 7}}{1+\log_2 7 + 2\log_2 7} =$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\frac{3\log_2 7 + 1}{3\log_2 7 + 1} = 1$$

Свойства логарифмов

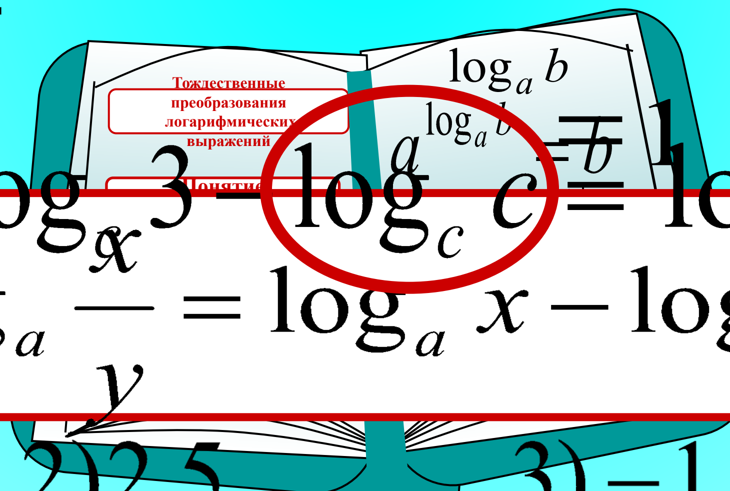
$a > 0$

$a \neq 1$

$x > 0$

$y > 0$

Найдите значение логарифма: $\log_c \frac{3}{c}$**,если** $\log_c 3 = 4$



$$\log_c \frac{3}{c} = \log_c 3 - \log_c c = \log_c 3 - 1$$

$$4 - 1 = 3$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

1) 7 2) 2,5 3) -1 4) 3

Задание ЕГЭ

Найдите значение *b* по его логарифму

$$\lg b = \lg \log_7 343 - \lg 4$$

$$\lg \log_7 343 - \lg 4 = \lg \underbrace{\log_7 7^3}_{=3} - \lg 4 =$$

$$= \lg 3 - \lg 4 = \lg \frac{3}{4}$$

$$b = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

1)3 2) -1 3)0,75 4)1

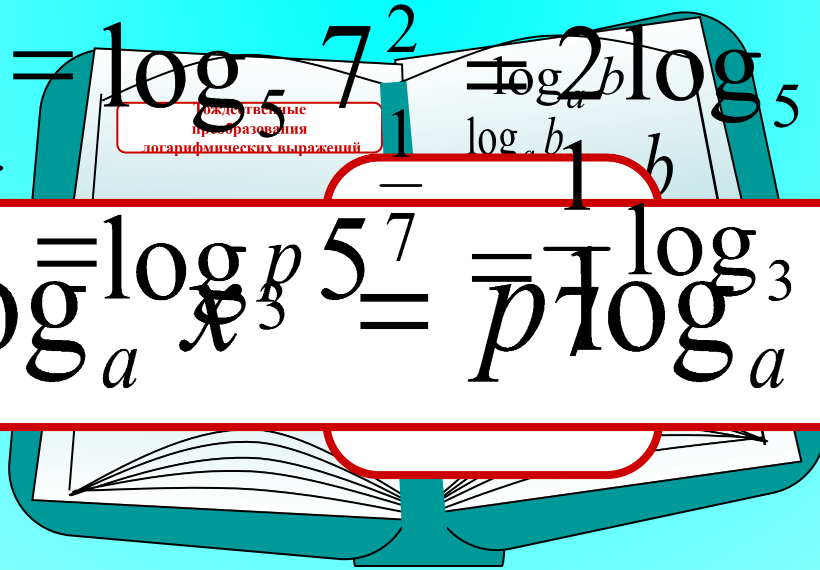
$a > 0$

$a \neq 1$

Свойства логарифмов

$$\log_5 49 = \log_5 7^2 = 2\log_5 7$$

$$\log_3 \sqrt[7]{5} = \log_3 5^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7}\log_3 5$$



$$\log_a x^p = p\log_a x$$

Задание ЕГЭ

Вычислите $\log_3(b:27)$, **если** $\log_3 b^2 = -6$

$$\log_3(b:27) = \log_3 b - \log_3 27 =$$

$$= 3$$

$$= \log_3 b - \log_3 3^3 = \underline{\log_3 b - 3}$$

$$\log_3 b^2 = -6$$

$$2\log_3 b = -6 \quad \Big| \cdot \frac{1}{2}$$

$$\log_3 b = -3$$

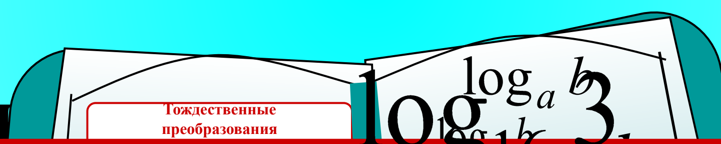
$$-3 - 3 = -6$$

1) -6 2) -1 3) -9 4) 0

$$a > 0$$
$$a \neq 1$$

Свойства логарифмов

$$x > 0$$



Вы... $\log_{16} 3$ ...рез

л... 2.

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

$$b > 0$$
$$b \neq 1$$

$$\log_{16} 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 16} = \frac{\log_2 3}{\log_2 2^4} = \frac{\log_2 3}{4}$$

Задание ЕГЭ

Вычислите:

$$2\log_3 8\cdot\log_2 3-2^{\log_6 7}\cdot 3^{\log_6 7}=$$

$$=2\frac{\overbrace{\log_2 8}^{=3}}{\cancel{\log_2 3}}\cdot\cancel{\log_2 3}-\left(2\cdot 3\right)^{\log_6 7}=$$

$$=6-\overbrace{6^{\log_6 7}}^{=7}=6-7=-1$$

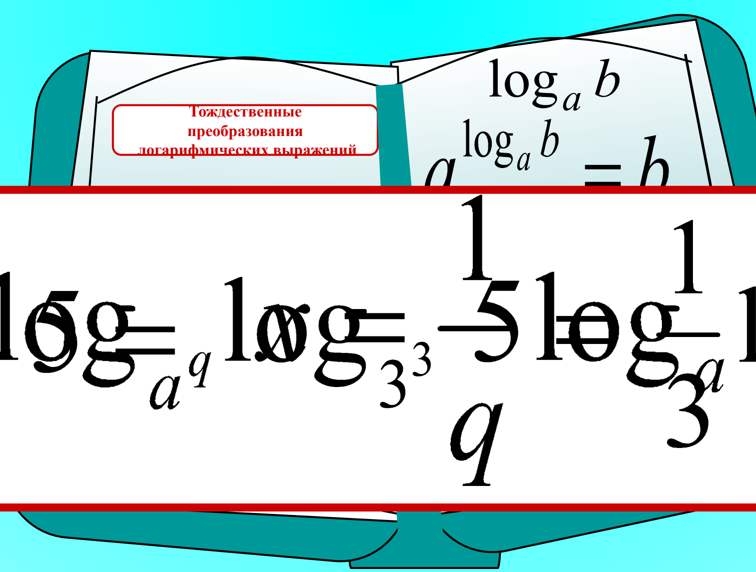
Свойства логарифмов

$a > 0$

$a \neq 1$

$x > 0$

$q \neq 0$



$$\log_{a^q} x = \frac{1}{q}\log_a x$$

$$\log_{27} 5 = \log_{3^3} 5 = \frac{1}{3}\log_3 5$$

Задание ЕГЭ

Упростите выражение:

$$6\log_8 9 - 2\log_2 3 =$$

$$= 6\log_{2^3} 3^2 - 2\log_2 3 =$$

$$= 6\cdot\frac{2}{3}\log_2 3 - 2\log_2 3 =$$

$$= 4\log_2 3 - 2\log_2 3 = 2\log_2 3$$

1) $2\log_2 3$ 2) $6\log_2 3$ 3) 6 4) $\log_2 3$

Задание ЕГЭ **Вычислите:**

$$7^{\log_{49}\left(\sqrt{3}+3\right)^2} + 4^{\log_{16}\left(\sqrt{3}+3\right)^2} =$$

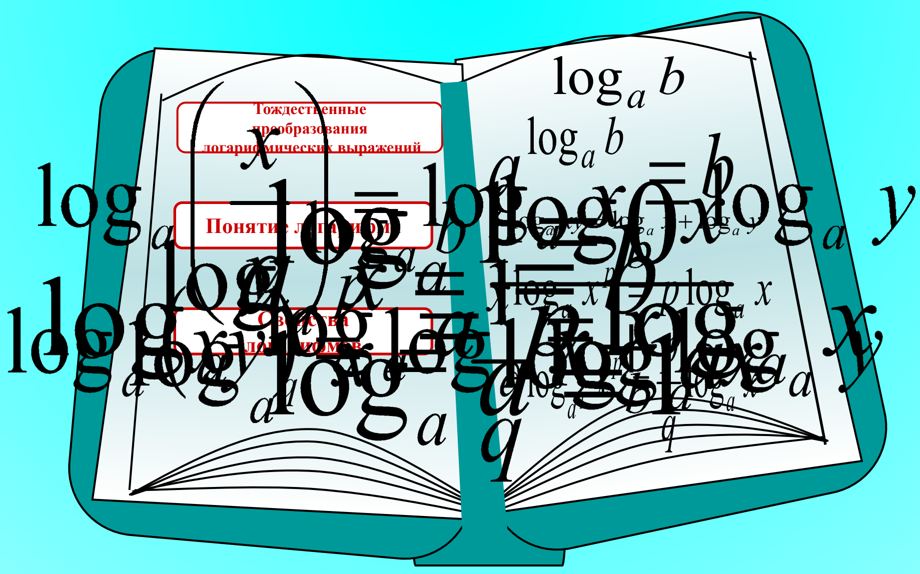
$$= 7^{\log_{7^2}\left(\sqrt{3}+3\right)^2} + 4^{\log_{4^2}\left(\sqrt{3}+3\right)^2} =$$

$$= 7^{\frac{2}{2}\log_7\left(\sqrt{3}+3\right)} + 4^{\frac{2}{2}\log_4\left(\sqrt{3}+3\right)} =$$

$$= \sqrt{3}+3+\sqrt{3}+3 = 2\sqrt{3}+6$$

$$\log_a x^p = p\log_a x \qquad \log_{a^q} x = \frac{1}{q}\log_a x$$

Тождественные преобразования логарифмических выражений



Вычислите: $\log_5 125 - \log_5 25$

1 способ: $\log_5 125 - \log_5 25 =$

$= \log_5 5^3 - \log_5 5^2 = 3 - 2 = 1$

2 способ: $\log_5 125 - \log_5 25 = \log_5 \frac{125}{25} = 1$

Найдите значение выражения:

$$\log_4 \frac{4}{9} + \log_4 9 - \log_4 \frac{1}{16} = \log_4 \left(\frac{4}{9} \cdot 9\right) + \log_4 16^{-1} =$$

$$= \log_4 4 - \log_4 4^{-2} = 1 - (-2) = 1 + 2 = 3$$

$$\log_a a^x = x$$

$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

Вычислите: $4^{2-\log_2 3}$

$$4^{2-\log_2 3} = 4^2 : 4^{\log_2 3} = 16 : 2^{2\log_2 3} =$$

$$= 16 : 2^{\log_2 3^2} = 16 : 9 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a x^p = p\log_a x$$

$$a^x : a^y = a^{x-y}$$

Найдите значение выражения: $9^{\log_{\frac{1}{81}}\frac{1}{16}}$

$$9^{\log_{\frac{1}{81}}\frac{1}{16}} = 9^{\log_{9^{-2}}\frac{1}{16}} = 9^{-\frac{1}{2}\log_9\frac{1}{16}} =$$

$$= (9^{\log_9\frac{1}{16}})^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}} = (16)^{\frac{1}{2}} = 4$$

$$\log_{a^q} x = \frac{1}{q}\log_a x$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-x} = \left(\frac{b}{a}\right)^{x}$$

$$a^{\log_a b} = b$$

Найдите значение выражения:

$$\log_3 12 - \log_3 7 \cdot \log_7 5 \cdot \log_5 4$$

$$\log_3 7 \cdot \log_7 5 \cdot \log_5 4 =$$

$$= \cancel{\log_3 7} \cdot \frac{\cancel{\log_3 5}}{\cancel{\log_3 7}} \cdot \frac{\log_3 4}{\cancel{\log_3 5}} = \log_3 4$$

$$\log_3 12 - \log_3 4 = \log_3 \frac{12}{4} = \log_3 3 = 1$$

Представьте в виде разности логарифмов:

$$\left(\left(\log_3^4 2+\log_2^4 3+2\right)^{\frac{1}{2}}-2\right)^{\frac{1}{2}}=$$

$$\log_3^4 2+\log_2^4 3+2=\log_3^4 2+\frac{\log_3^4 3}{\log_3^4 2}+2=$$

$$\log_3^4 3=1$$

$\log_3 2$ è $\log_2 3$

$$\frac{1}{\log_3 2}$$

$$=\log_3^4 2+\frac{1}{\log_3^4 2}+2=\frac{\left(\log_3^4 2\right)^2+2\log_3^4 2+1}{\log_3^4 2}=$$

$$=\frac{\left(\log_3^4 2+1\right)^2}{\log_3^4 2}=\left(\frac{\log_3^4 2+1}{\log_3^2 2}\right)^2$$

$$((\log_3^4 2 + \log_2^4 3 + 2)^{\frac{1}{2}} - 2)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\left(\left(\frac{\log_3^4 2 + 1}{\log_3^2 2} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} - 2 \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\log_3^4 2 + 1}{\log_3^2 2} - 2 \right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\frac{\log_3^4 2 + 1 - 2\log_3^2 2}{\log_3^2 2} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{(\log_3^2 2 - 1)^2}{\log_3^2 2} \right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\left(\frac{\log_3^2 2 - 1}{\log_3 2} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\left(\left(\frac{\log_3^2 2-1}{\log_3 2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} = \left|\frac{\log_3^2 2-1}{\log_3 2}\right|$$

$$0<\log_3 2<1$$

$$0<\log_3^2 2<1$$

$$\frac{1-\log_3^2 2}{\log_3 2}=\frac{1}{\log_3 2}-\frac{\log_3^2 2}{\log_3 2}=\frac{1}{\log_3 2}-\log_3 2=$$

$$=\frac{\log_2 3}{\log_2 2}-\log_3 2=\log_2 3-\log_3 2$$

$$\log_2 2=1$$

$$((\log_3^4 2+\log_2^4 3+2)^{\frac{1}{2}}-2)^{\frac{1}{2}}=\log_2 3-\log_3 2$$

Тождественные преобразования логарифмических выражений