

# Системы счисления и представление данных в компьютере.

---

**Система счисления** (С.С.) – знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.

# Системы счисления

делятся на две группы:

- 
- Непозиционные
  - Позиционные

**Непозиционная** – с.с., в которой значение цифры не зависит от ее позиции в записи числа.

**Позиционная** – характеризуется тем, что количественное значение цифры зависит от ее позиции в числе.

Каждая позиционная с.с. имеет определенный алфавит цифр и основание ( **$p$** ), равное количеству цифр (знаков в алфавите).

# Системы счисления

Цифры, используемые в С.С. с различными основаниями:

- 
- $p=10$  (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)
  - $p=8$  (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)
  - $p=2$  (0, 1)
  - $p=16$  (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F)

# Системы счисления

---

Для представления чисел используется схема Горнера:

$$A_p = A_p^ц + A_p^{др}$$

где  $A_p^ц = \sum_{k=0}^{n-1} a_k \cdot p^k$

целая часть числа

$$A_p^{др} = \sum_{k=-m}^{-1} a_k \cdot p^k$$

дробная часть числа

$n$  – число целых разрядов (нумерация справа с 0)

$m$  – число дробных разрядов

$k$  – порядковый номер разряда в числе

$a_k$  - цифры

# Системы счисления

---

$$A_p = a_n \cdot p^n + \dots + a_0 \cdot p^0 + a_{-1} p^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot p^{-m}$$

- $n$  – число целых разрядов  
(нумерация справа с 0)
- $m$  – число дробных разрядов
- $a_n \dots a_{-m}$  - цифры

# Системы счисления

## Перевод в десятичную С.С.

---

$$29_{10} = 2 * 10^1 + 9 * 10^0$$

$$35_8 = 3 * 8^1 + 5 * 8^0 = 29_{10}$$

$$1D_{16} = 1 * 16^1 + 13 * 16^0 = 29_{10}$$

$$11101_2 = 1 * 2^4 + 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 29_{10}$$

# Перевести в десятичную систему счисления:

---

- $1100_2$
- $1010111_2$
- $147_8$
- $243_8$
- $A15_{16}$
- $1EF_{16}$

# Перевести в десятичную систему счисления:

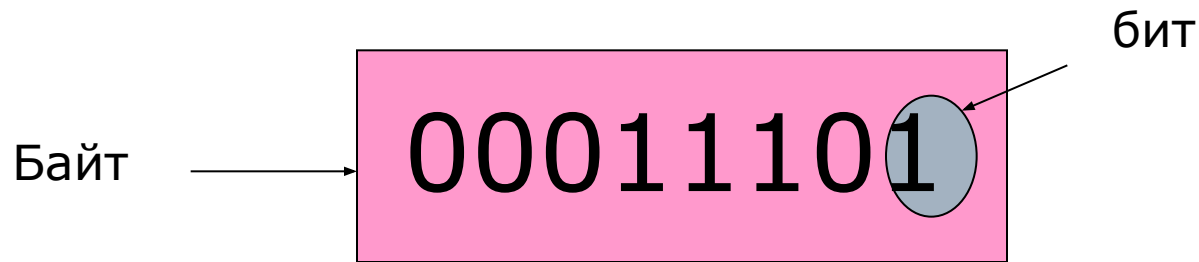
---

- $1100_2 = 12_{10}$
- $1010111_2 = 87_{10}$
- $147_8 = 103_{10}$
- $243_8 = 163_{10}$
- $A5_{16} = 165_{10}$
- $1EF_{16} = 495_{10}$



# Единицы измерения количества информации

---



1 бит = 1 двоичный разряд

1 байт = 8 бит ( $2^8$  бит)

1 Килобайт = 1024 байт ( $2^{10}$  байт)

1 Мегабайт = 1024 Килобайт ( $2^{10}$  Кбайт)

1 Гигабайт = 1024 Мегабайт ( $2^{10}$  Мбайт)

1 Терабайт = 1024 Гигабайт ( $2^{10}$  Гбайт)

## Системы счисления.

Перевод чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием  $P$

---

Алгоритм перевода чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием  $P$  позволяет оперировать с числами в той системе счисления, из которой число переводится, и может быть сформулирован следующим образом.

## Системы счисления.

Перевод чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием  $P$

---

При переводе смешанного числа следует переводить его целую и дробную части отдельно.

1. Для перевода целой части числа его, а затем целые части получающихся частных от деления следует последовательно делить на основание  $P$  до тех пор, пока очередная целая часть частного не окажется равной 0. Остатки от деления, записанные последовательно справа налево, образуют целую часть числа в системе счисления с основанием  $P$ .

## Системы счисления.

Перевод чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием  $P$

---

2. Для перевода дробной части числа его, а затем дробные части получающихся произведений следует последовательно умножать на основание  $P$  до тех пор, пока очередная дробная часть произведения не окажется равной 0 или не будет достигнута нужная точность дроби. Целые части произведений, записанные после запятой последовательно слева направо, образуют дробную часть числа в системе счисления с основанием  $P$ .

# Перевод чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием $P$

Рассмотрим перевод смешанного числа из десятичной в двоичную систему счисления на примере числа  $46,625$ .

Переводим целую часть числа:

$$\begin{aligned} 46 : 2 &= 23 \text{ (остаток } \mathbf{0}) \\ 23 : 2 &= 11 \text{ (остаток } \mathbf{1}) \\ 11 : 2 &= 5 \text{ (остаток } \mathbf{1}) \\ 5 : 2 &= 2 \text{ (остаток } \mathbf{1}) \\ 2 : 2 &= 1 \text{ (остаток } \mathbf{0}) \\ 1 : 2 &= 0 \text{ (остаток } \mathbf{1}). \end{aligned}$$



Записываем остатки последовательно справа налево — **101110**

$$\text{то есть } 46_{10} = \mathbf{101110}_2$$

Переводим дробную часть числа:

$$\begin{aligned} 0,625 \cdot 2 &= \mathbf{1},250 \\ 0,250 \cdot 2 &= \mathbf{0},500 \\ 0,500 \cdot 2 &= \mathbf{1},000 \end{aligned}$$



Записываем целые части получающихся произведений после запятой последовательно слева направо — **0,101**  
то есть  $0,625_{10} = \mathbf{0,101}_2$ .

---

$$\text{Окончательно } \mathbf{46,625}_{10} = \mathbf{101110,101}_2.$$

# Перевести в двоичную с/с

---

- $65_{10}$
- $124_{10}$
  
- $0,125_{10}$
  
- $15,75_{10}$
- $231,146_{10}$  (с точностью 6 знака после запятой)

# Перевести в двоичную с/с (ответы)

---

- $65_{10} = 1000001_2$

- $124_{10} = 1111100_2$

- $0,125_{10} = 0,05_2$

- $15,75_{10} = 1111,11_2$

- $231,146_{10} = 11100111,001001_2$

# Системы счисления

Связь двоичной С.С. с восьмеричной и  
шестнадцатеричной

---

011 101  
└───┬───┘  
3 5

0001 1101  
└──────────┬──────────┘  
1 D



# Примеры:

- Перевести двоичное число  
101000110 в восьмеричную с/с

101 000 110  
└──┬──┬──┘

- Перевести двоичное число  
101000110 в шестнадцатеричную  
с/с

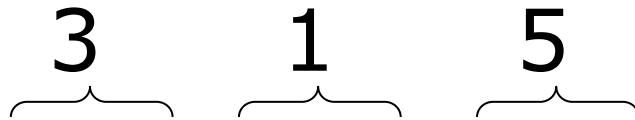
0001 0100 0110  
└──┬──┬──┘

# Примеры:

---

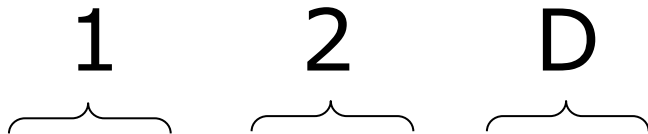
- Перевести восьмеричное число 315 в двоичную с/с

3 1 5



- Перевести шестнадцатеричное число 12D в двоичную с/с

1 2 D



# Задания по теме С/С:

---

- Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 172,25?
- Переведите восьмеричное число 37 в четверичную систему счисления.
- Вычислить  $B15_{16} - 151_8$ . Результат представить в шестнадцатеричной системе счисления
- Чему равна разность чисел  $100_{16}$  и  $1010101_2$ ? Результат приведите в десятичной системе счисления.

# Представление чисел с фиксированной и плавающей запятой

---

В вычислительных машинах применяются две формы представления двоичных чисел:

- естественная форма или форма с фиксированной запятой (точкой);
- нормальная форма или форма с плавающей запятой (точкой).

# Представление чисел с фиксированной запятой

---

В форме представления с фиксированной запятой все числа изображаются в виде последовательности цифр с постоянным для всех чисел положением запятой, отделяющей целую часть от дробной.

Например: в десятичной системе счисления имеется 5 разрядов в целой части числа (до запятой) и 5 разрядов в дробной части числа (после запятой); числа, записанные в такую разрядную сетку, имеют вид:

+00721,35500

+00000,00328

-10301,20260

# Представление чисел с фиксированной запятой

---

Эта форма наиболее проста, естественна, но имеет небольшой диапазон представления чисел и поэтому чаще всего не приемлема при вычислениях.

В современных компьютерах естественная форма представления используется как вспомогательная и только для целых чисел.

# Представление чисел с плавающей запятой

---

В форме представления с плавающей запятой каждое число изображается в виде двух групп цифр. Первая группа цифр называется **мантиссой**, вторая — **порядком**, причем абсолютная величина мантиссы должна быть меньше 1, а порядок — целым числом.

# Представление чисел с плавающей запятой

---

В общем виде число в форме с плавающей запятой может быть представлено так:

$$N = \pm M \cdot P^{\pm r},$$

где

$M$  — мантисса числа ( $|M| < 1$ );

$r$  — порядок числа (целое число);

$P$  — основание системы счисления.



# Представление чисел с плавающей запятой

---

Например, приведенные ранее числа в нормальной форме запишутся так:

$$+0,721355 \cdot 10^3$$

$$+0,328 \cdot 10^{-2}$$

$$-0,103012026 \cdot 10^5$$

Нормальная форма представления имеет огромный диапазон отображения чисел и является основной в современных компьютерах.

Все числа с плавающей запятой хранятся в машине в так называемом нормализованном виде.

Нормализованным называют такое число, в старшем разряде мантииссы которого стоит единица.

# Алгебраическое представление двоичных чисел

---

Знак числа обычно кодируется двоичной цифрой, при этом код 0 означает знак + (плюс), код 1 — знак - (минус).

Для алгебраического представления чисел, то есть для представления чисел с учетом их знака, в машинах используются специальные коды:

- **прямой** код числа;
- **обратный** код числа;
- **дополнительный** код числа.

# Алгебраическое представление двоичных чисел

---

При этом *обратный* и *дополнительный* коды позволяют заменить неудобную для компьютера операцию вычитания на операцию сложения с отрицательным числом.

Чаще применяется *дополнительный* код, т.к. обеспечивает более быстрое выполнение операций.

# Алгебраическое представление двоичных чисел

## **Правила образования машинных кодов:**

---

1. *прямой код положительного и отрицательного чисел отличается только знаковыми разрядами, модуль числа не изменяется;*
2. *положительное число в прямом, обратном и дополнительном кодах имеет одинаковое изображение;*
3. *обратный код отрицательного двоичного числа образуется из прямого кода положительного числа путем замены всех единиц на нули, а нулей на единицы, включая знаковый разряд;*
4. *дополнительный код отрицательного числа образуется путем добавления единицы к младшему разряду обратного кода этого же числа или заменой в коде положительного числа всех нулей на единицы, а единиц на нули, исключая последнюю единицу и следующие за ней нули.*

# Алгебраическое представление двоичных чисел

---

Числа, представленные в *естественной* форме, в памяти ЭВМ представляются в *дополнительном* коде, числа в *нормальной* форме хранятся в *прямом* коде. Действия в ЭВМ выполняются в *прямом* и *дополнительном* кодах, обратный код используется для получения *дополнительного* кода.

# Действия над числами, представленными в естественной форме

---

Даны два числа:

$$A = 254, B = 175.$$

Найти сумму чисел при разных знаках слагаемых в 16-ти разрядном формате.

## Решение

а) Представим исходные числа в двоичной системе счисления:

$$A_{16} = FE \sim A_2 = 11111110;$$

$$B_{16} = AF \sim B_2 = -10101111.$$

б) Составим машинные коды этих чисел с разными знаками:

$$[A]_{\text{пк}} = 0.000000011111110$$

$$[B]_{\text{пк}} = 0.000000010101111$$

$$[-A]_{\text{дк}} = 1.111111100000010$$

$$[-B]_{\text{дк}} = 1.111111101010001$$

# Действия над числами, представленными в естественной форме

---

в) Выполним действия:

$$\underline{C1 = A + B}$$

$$\begin{array}{r} [A]_{\text{пк}} = 0.000000011111110 \\ [B]_{\text{пк}} = 0.000000010101111 \\ \hline [C]_{\text{пк}} = 0.000000110101101 > 0; \end{array}$$

$$\underline{C2 = A - B}$$

$$\begin{array}{r} [A]_{\text{пк}} = 0.000000011111110 \\ [-B]_{\text{дк}} = 1.111111101010001 \\ \hline [C2]_{\text{пк}} = 10.00000001001111 > 0; \end{array}$$

$$\underline{C3 = B - A}$$

$$\begin{array}{r} [B]_{\text{пк}} = 0.000000010101111 \\ [-A]_{\text{дк}} = 1.111111100000010 \\ \hline [C3]_{\text{пк}} = 1.11111110110001 < 0; \end{array}$$

$$C4 = -A - B$$

$$\begin{array}{r} [-A]_{\text{дк}} = 1.111111100000010; \\ [-B]_{\text{дк}} = 1.111111101010001 \\ \hline [C4]_{\text{пк}} = 11.111001010011 < 0. \end{array}$$

# Задания по теме «Представление чисел»

---

- Получить внутреннее двоичное представление числа 120 в однобайтовой ячейке.
- Получить внутреннее двоичное представление числа -127 в двухбайтовой ячейке.