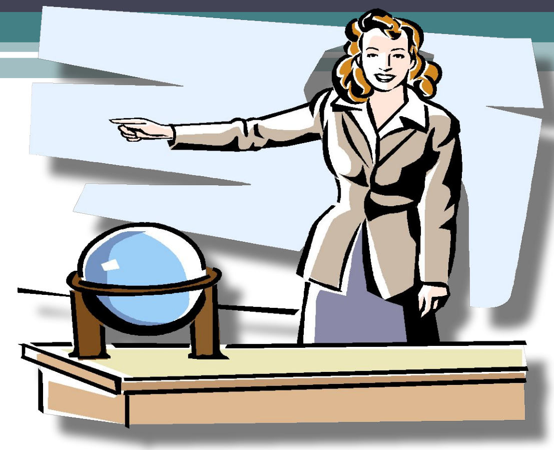
Решение неравенств с одной переменной

Алгебра
8 класс

МБОУ СОШ № 80

Цели урока:



- ввести понятия «решение неравенства», «равносильные неравенства»;
- познакомиться со свойствами равносильности неравенств;
- рассмотреть решение линейных неравенств вида $ax > b$, $ax < b$;
- научиться решать неравенства с одной переменной, опираясь на свойства равносильности.

Устные упражнения

- *Зная, что a < b, поставьте соответствующий знак < или >, чтобы неравенство было верным:*

- **1) -5a □ - 5b**
- **2) 5a □ 5b**
- **3) a – 4 □ b – 4**
- **4) b + 3 □ a +3**

\>

<

<

\>

Устные упражнения

- ***Принадлежит ли отрезку [- 7; - 4] число:***

- **- 10**
- **- 6,5**
- **- 4**
- **- 3,1**

Устные упражнения

- *Укажите наибольшее целое число, принадлежащее промежутку:*

- **[-1; 4]** **4**
- **(- ∞; 3)** **2**
- **(2; + ∞)** *не существует*

Устные упражнения

- ***Найди ошибку!***

- $x \geq 7$  О т: $(-\infty; 7)$

  7

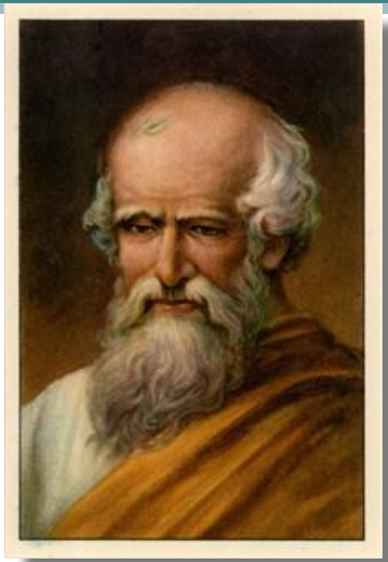
- $y < 2{,}5$ Ответ: $(-\infty; 2{,}5)$

  2,5

В учении нельзя останавливаться

Сюньцзы



Историческая справка

- Понятиями неравенства пользовались уже древние греки.
- Например, Архимед (III в. до н. э.), занимаясь вычислением длины окружности, указал границы числа «пи».

- Ряд неравенств приводит в своём трактате «Начала» Евклид. Он, например, доказывает, что среднее геометрическое двух чисел не больше их среднего арифметического и не меньше их среднего гармонического.

Историческая справка

- Современные знаки неравенств появились лишь в XVII— XVIII вв.
- В 1631 году английский математик *Томас Гарриот* ввел для отношений «больше» и «меньше» знаки неравенства < и >, употребляемые и поныне.
- Символы ≤ и ≥ были введены в 1734 году французским математиком *Пьером Буге́ром*.

Неравенства

Скажите мне, какая математика без них?
О тайне всех неравенств, вот о чём мой стих.
Неравенства такая штука – без правил не решить!
Я тайну всех неравенств попробую открыть.

Рассмотрим неравенство $5x - 11 > 3$

- при $x = 4$ $5 \cdot 4 - 11 > 3$; $9 > 3$ – верно;
- при $x = 2$ $5 \cdot 2 - 11 > 3$, $-1 > 3$ – неверно;

***Решением неравенства** с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в верное числовое неравенство.*

Решением неравенства ***с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в верное числовое неравенство.***

- ***Являются ли числа 2; 0,2 решением неравенства:***

а) $2x – 1 < 4$;

б) $- 4x + 5 > 3$?

Решить неравенство – значит найти все его решения или доказать, что их нет.

Равносильные неравенства

Неравенства, имеющие одни и те же решения, называют <u>равносильными.</u>
Неравенства, не имеющие решений, тоже считают равносильными

$2x - 6 > 0$ и $\dfrac{7}{3x-9} \geq 0$ **равносильны** **$x > 3$**

$x^2 + 4 \leq 0$ и $|x| + 3 < 0$ **равносильны** нет решений

$3x - 6 \geq 0$ и $2x > 8$ **неравносильны**

$x \geq 2$ **$x > 4$**

При решении неравенств используются следующие свойства:

- Если из одной части неравенства **перенести** в другую слагаемое **с противоположным знаком**, то получится равносильное ему неравенство.
- Если обе части неравенства **умножить** или **разделить на** одно и то же **положительное число**, то получится равносильное ему неравенство;
- если обе части неравенства **умножить** или **разделить на** одно и то же **отрицательное число**, **изменив** при этом **знак неравенства** на противоположный, то получится равносильное ему неравенство.

На примерах учимся

Федр

Пример 1. Решим неравенство

$$3(2x - 1) > 2(x + 2) + x + 5.$$

- *Раскроем скобки*

$6x - 3 > 2x + 4 + x + 5$

приведём подобные слагаемые:

$6x - 3 > 3x + 9$

- *Сгруппируем в левой части слагаемые с переменной, а в правой - без переменной:*

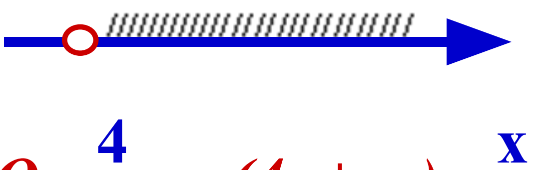
$6x - 3x > 9 + 3$

- *Приведём подобные слагаемые:*

$3x > 12$

- *Разделим обе части неравенства на положительное число 3, сохраняя при этом знак неравенства:*

$x > 4$



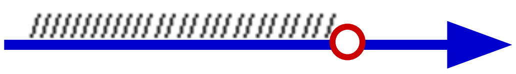
Ответ: *$(4; +\infty)$*

Пример 2. Решим неравенство $\frac{x}{3} - \frac{x}{2} > 2.$

- ***Умножим обе части неравенства на наименьший общий знаменатель дробей, входящих в неравенство, т. е. на положительное число 6:***
- ***Приведём подобные слагаемые:***
- ***Разделим обе части на отрицательное число – 1, изменив знак неравенства на противоположный:***

- $\frac{x}{3} \cdot 6 - \frac{x}{2} \cdot 6 > 2 \cdot 6$
- **2x – 3x > 12**
- **- x > 12**
- **x < - 12**

- 12 **x**



Ответ:(- ∞; -12)

Неравенства вида ax > b или ax < b, где a и b – некоторые числа, называют <u>линейными неравенствами</u> с одной переменной.

- **5x ≤ 15, 3x > 12, - x > 12**
- ***Решения неравенств ax > b или ax < b при a = 0.***

Пример 1. 0 • x < 48 ***Ответ: х – любое число.***

Пример 2. 0 • x < - 7 ***Ответ: нет решений.***

- ***Линейное неравенство вида 0 • x < b или 0 • x > b, а значит и соответствующее ему исходное неравенство, либо не имеет решений, либо его решением является любое число.***

Алгоритм решения неравенств первой степени с одной переменной.

- *Раскрыть скобки и привести подобные слагаемые.*
- *Сгруппировать слагаемые с переменной в левой части неравенства, а без переменной – в правой части, при переносе меняя знаки.*
- *Привести подобные слагаемые.*
- *Разделить обе части неравенства на коэффициент при переменной, если он не равен нулю.*
- *Изобразить множество решений неравенства на координатной прямой.*
- *Записать ответ в виде числового промежутка.*

Устные упражнения

- *Решите неравенство:*

1) $-2x < 4$	$x > -2$	4) $-x < 12$	$x > -12$
2) $-2x > 6$	$x < -3$	5) $-x \leq 0$	$x \geq 0$
3) $-2x \leq 6$	$x \geq -3$	6) $-x \geq 4$	$x \leq -4$

Знак <u>изменится</u>, когда неравенств обе части
Делить на с минусом число

Устные упражнения

- ***Найдите решение неравенств:***

1) $0 \cdot x < 7$
2) $0 \cdot x < -7$
3) $0 \cdot x \geq 6$
4) $0 \cdot x > -5$
5) $0 \cdot x \leq 0$
6) $0 \cdot x > 0$

не имеет решений

x - любое число

Письменные упражнения

Выполните:

- **№ 836(а, б, в)**
- **№ 840(д, е, ж, з)**
- **№ 844(а, д)**

Как приятно,

что ты что - то

узнал.

Мольер

Домашнее задание

- ***Изучить п.34(выучить определения, свойства и алгоритм решения).***
- ***Выполнить***

  № 835;

  №836(д – м);

  № 841.