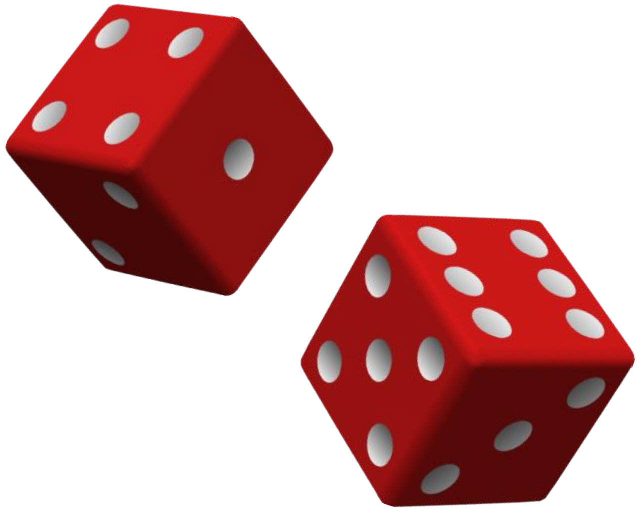
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ



урок 2:
«Решение простейших вероятностных задач»

Замечательно, что наука, которая начала с рассмотрения азартных игр, обещает стать наиболее важным объектом человеческого знания. Ведь большей частью жизненные вопросы являются на самом деле задачами из теории вероятностей.

П. Лаплас

	Тип урока:	Урок обобщения и систематизации знаний
Цель:	Для учителя	Актуализация знаний обучающихся по теме «Элементы теории вероятностей», составление и отработка алгоритма решения вероятностных задач на примере экзаменационных задач, фиксация трудностей (определение этапов решения, на которых вероятнее всего допустить ошибку при решении)
	Для ученика	**Содержательная:** повторить, обобщить и систематизировать знания, умения и навыки обучающихся, необходимые для нахождения вероятности событий при решения задач, устранить пробелы в знаниях, подготовиться к контрольной работе. **Деятельностная:** Формирование необходимых способов деятельности (умение задавать и отвечать на действенные вопросы; обсуждение проблемных ситуаций в группах; умение оценивать свою деятельность и свои знания), формирование объективной необходимости изучения этого материала.

Задачи:

Обучающие. Закрепить навык решения вероятностных задач. Содействовать развитию умения анализировать, сравнивать, применять полученные знания в новых ситуациях, планировать свою деятельность при построении ответа, выполнении заданий и поисковой деятельности. Содействовать формированию у обучающихся позитивной мотивации при подготовке к ОГЭ по математике

Развивающие. Способствовать развитию у обучающихся следующих универсальных учебных действий:

1. Познавательных - умения экспериментировать, наблюдать, анализировать, выдвигать гипотезы, сравнивать, делать выводы.
2. Личностных – умения выявлять значимость изучения темы для личностного роста и развития.
3. Регулятивных – развития навыков целеполагания, рефлексии, контроля и оценки.
4. Коммуникативных - умения грамотно выражать свои мысли в устной речи, письменно, осуществлять взаимодействие с членами команды (группы) для достижения общей цели (распределение ответственности, ролей).

Воспитательные. Формировать положительную мотивацию к изучению алгебры, используя разнообразные приемы учебной деятельности. Воспитывать чувство уважения к собеседнику, индивидуальной культуры общения.

Этапы урока

1. Организационный (1 мин)
2. Мотивационный (4 мин)
3. а)Актуализация опорных знаний (5 мин)
- устный опрос (достоверное, невозможное, случайное событие, совместные, несовместные события
- тест «Случайные исходы, события, испытания»

б) Актуализация знаний, необходимых для решения задач(7 мин)
- классическое определение вероятности
- формулирование алгоритма для решения задач с помощью классического определения
- сложение и умножение вероятностей

4. Систематизация изученного материала (5 мин)
(формулирование основных типов задач на огэ)
5. Физкультминутка (2 мин)
6. Контроль знаний (15 мин) решение задач огэ в группах по три задачи
7. Подведение итогов урока (3 мин) (тест)
8. Домашнее задание (2 мин) (карточка 10 задач)
9. Рефлексия учебной деятельности на уроке (1 мин)

Оригинальная подвижная викторина:

Оцените возможность наступления событий, используя для этого следующие действия: «достоверное событие» (все сидят и не встают), «случайное событие» (поднять руку), «невозможное событие» (должны встать).

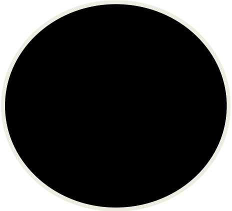
1. «завтра будет хорошая погода». (*случайное*)
2. «в январе в городе пойдет снег». (*достоверное*)
3. «в 12 часов в городе идет дождь, а через 24 часа будет светить солнце». (*случайное*)
4. «на день рождения вам подарят говорящего крокодила». (*невозможное*)
5. «круглая отличница получит двойку». (*случайное*)
6. «камень, брошенный в воду утонет». (*достоверное*)
7. «вы выходите на улицу, а навстречу идет слон». (*невозможное*)
8. «вас пригласят лететь на Луну». (*случайное*)
9. «черепаха научится говорить». (*невозможное*)
10. «выпадет желтый снег». (*случайное*)

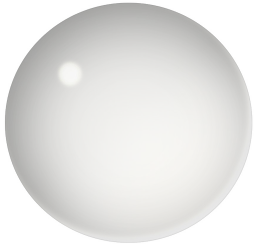
11: «вы не выиграете, участвуя в беспроигрышной лотерее». (*невозможное*)

12: «после четверга будет пятница». (*достоверное*)

Событие, которое происходит всегда, называют достоверным.
Событие, которое не может произойти, называется невозможным.

Пусть из урны, содержащей только черные шары, вынимают шар. Тогда появление черного шара – достоверное событие;
Появление белого шара – невозможное событие.





Два события, которые в данных условиях могут происходить одновременно, называются совместными, а те, которые не могут происходить одновременно, - несовместными.

Брошена монета. Появление «герба» исключает появление надписи. События «появился герб» и «появилась надпись» - несовместные.

Классическое определение вероятности.

- Вероятностью P события A при проведении некоторого испытания называют отношение числа тех исходов, в результате которых наступает событие A (m – число благоприятных исходов), к общему числу всех (равновозможных между собой) исходов этого испытания (n – число всех возможных исходов).

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Алгоритм нахождения вероятности случайного события

Алгоритм для решения задач с помощью классического определения.

1)обозначить событие (A)

2)сосчитать число всех исходов (n)

3)сосчитать число исходов благоприятствующих данному событию (m)

4)найти отношение благоприятствующих исходов к числу всех исходов

Из карточек составили слово «пирамида». Какую карточку с буквой вероятнее всего вытащить? Какие события равновероятные?
Всего 8 букв.
Буква «и» встречается 2 раза – Р = 2/8= 1/4;
буква «а» встречается 2 раза – Р= 2/8= 1/4;
остальные 1 раз– Р = 1/8.
Карточку с какой буквой вероятнее всего вытащить?
Какие события равновероятные?

Сложение и умножение вероятностей

- В решениях задач этого блока используются следующие утверждения из теории вероятности.
- ***Вероятность P(C) наступления хотя бы одного из двух несовместных событий A и B равна сумме их вероятностей.***
  - ***P(C) = P(A + B) = P(A) + P(B)***
- ***Вероятность противоположного события : P(A) = 1 - P(A).***
- ***Вероятность P(C) совместного наступления двух независимых событий A и B равна произведению вероятностей событий A и B.***
  - ***P(C) = P(A) P(B)***

Типы задач на ОГЭ

1. Простые задачи на классическое определение вероятности

А)Задачи на брак, неисправность, выученный и невыученный билет, наличие приза

Б) Задачи на чашки различных цветов, такси различных цветов, подарки (пазлы, машинки, книжки), пирожки разных начинок, начало игры девочкой, мальчиком

В) Задачи на команды из разных стран и на первоначальное владение мячом

2. Задачи с монетами, игральными кубиками, карточками (задачи, в которых используется метод перебора возможных вариантов)

3. Частота рождения девочек, мальчиков.

4. Сложение и умножение вероятностей (стрелок стреляет по мишени, на работу принтера, сканера, кофемашины какое-то количество лет

На 100 электрических лампочек в среднем приходится 25 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

Опыт имеет 100 равновозможных исходов, т.е. $n = 100$.

Число благоприятных исходов $m = 100 - 25 = 75$.

Вероятность того, что лампочка будет исправной

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 17 из России, 22 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Решение

Число вариантов выбора спортсменки, выступающей первой, из разных стран: $n = 50$.
Число вариантов выбора спортсменки, выступающей первой, из Китая: $m = 50 - (17 + 22) = 11$.
Искомая вероятность:

$$P = \frac{11}{50} = 0{,}22$$

Ответ: 0,22.

В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

Решение

Выписываем все возможные варианты результатов бросаний:

ООО, ООР, ОРО, РОО, РРО, РОР, ОРР, РРР.

Число возможных вариантов n = 8.

По условию задачи нас устраивает только комбинация "РРР". Следовательно, m = 1.

Искомая вероятность: $\mathrm{P} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}} = \mathbf{0,125}$

Ответ: 0,125.

Сколько нечетных двузначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9?

Решение

Составим таблицу: слева первый столбец - первые цифры искомых чисел, вверху первая строка - вторые цифры.

	1	3	7	9
1	11	13	17	19
3	31	33	37	39
4	41	43	47	49
6	61	63	67	69
7	71	73	77	79
8	81	83	87	89
9	91	93	97	99

Ответ: 28.

Известно, что в некотором регионе вероят ность того, что родившийся младенец ока жется мальчиком, равна 0,512. В 2010 г. в этом регионе на 1000 родившихся младенцев в среднем пришлось 477 девочек. Насколько частота рождения девочек в 2010 г. в этом ре гионе отличается от вероятности этого собы тия?

Решение.

Частота события «рождение девочки» равна 477 : 1000 = 0,477. Вероятность рождения де вочки в этом регионе равна 1 − 0,512 = 0,488. Поэтому частота данного события отличает ся от его вероятности на 0,488 − 0,477 = 0,011.

Ответ: 0,011.

ЭКСПЕРИМЕНТ	ЧИСЛО ВОЗМОЖНЫХ ИСХОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТА (n)	СОБЫТИЕ А	ЧИСЛО ИСХОДОВ, БЛАГОПРИЯТ-НЫХ ДЛЯ ЭТОГО СОБЫТИЯ (m)	ВЕРОЯТНОСТЬ НАСТУПЛЕНИЯ СОБЫТИЯ А P(A)=m/n
Бросаем монетку	2	Выпал «орел»	1	$\frac{1}{2}$
Вытягиваем экзаменационный билет	24	Вытянули билет №5	1	$\frac{1}{24}$
Бросаем кубик	6	На кубике выпало четное число	3	$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,94. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Решение.

Пусть A = «сканер прослужит больше года, но меньше двух лет», B = «сканер прослужит больше двух лет», C = «сканер прослужит ровно два года», тогда A + B + C = «сканер прослужит больше года». События A, B и C несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий. Вероятность события C, состоящего в том, что сканер выйдет из строя ровно через два года — строго в тот же день, час и секунду — равна нулю. Тогда:

P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C)= P(A) + P(B),

откуда, используя данные из условия, получаем

0,94 = P(A) + 0,87.

Тем самым, для искомой вероятности имеем:

P(A) = 0,94 − 0,87 = 0,07.

Ответ: 0,07.

Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые четыре раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение

Вероятность попадания в мишень равна 0,7;
вероятность промаха равна $1 – 0,7 = 0,3$.
Т. к. результаты выстрелов – независимые события, вероятность того, что биатлонист четыре раза попал в мишень, а один раз промахнулся, равна:

$$P= 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \approx 0,07$$

Ответ: 0,07

Приложение 2

Домашнее задание

1. На экзамене 25 билетов, Сергей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.
2. Коля выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 5.
3. Телевизор у Маши сломался и показывает только один случайный канал. Маша включает телевизор. В это время по трем каналам из двадцати показывают кинокомедии. Найдите вероятность того, что Маша попадет на канал, где комедия не идет.
4. На тарелке 12 пирожков: 5 с мясом, 4 с капустой и 3 с вишней. Наташа наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.
5. В каждой десятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Варя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Варя не найдет приз в своей банке.
6. В чемпионате по футболу участвуют 16 команд, которые жеребьевкой распределяются на 4 группы: A, B, C и D. Какова вероятность того, что команда России не попадает в группу A?
7. Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало число очков, не большее 3.
8. Стрелок 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,5. Найдите вероятность того, что стрелок первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся.
9. Известно, что в некотором регионе вероятность того, что родившийся младенец окажется мальчиком, равна 0,486. В 2011 г. в этом регионе на 1000 родившихся младенцев в среднем пришлось 522 девочки. Насколько частота рождения девочки в 2011 г. в этом регионе отличается от вероятности этого события?
10. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 1 раз.

Удачи на ОГЭ!