Лекция 2. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

1.3. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля

- Почему заряды взаимодействуют? Имеет место борьба двух теорий:
- *теория дальнодействия* – Ньютон, Ампер
- *теория близкодействия* – Фарадей, Максвелл и т.д.
- Для электростатического поля справедливы обе эти теории.

- *Вокруг заряда всегда есть* ***электрическое поле****, основное свойство которого заключается в том, что на всякий другой заряд, помещенный в это поле, действует сила*.
- ***Электрические*** и ***магнитные*** поля – частный случай более общего – ***электромагнитного поля*** (ЭМП).
- Они могут порождать друг друга, превращаться друг в друга. Если заряды не движутся, то магнитное поле не возникает.

- *ЭМП – есть не абстракция, а объективная реальность – форма существования материи, обладающая определенными физическими свойствами, которые мы можем измерить.*
- Не существует статических электрических полей, не связанных с зарядами, как не существует «голых», не окруженных полем зарядов.

- *Силовой характеристикой поля, создаваемого зарядом q, является отношение силы действующей на заряд к величине этого заряда называемое* ***напряженностью электростатического поля***, т.е.

$$\boxed{E = \frac{F}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

- Или в векторной форме

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{\mathbf{r}}}{r}$$

- здесь *r* – расстояние от заряда до точки, где мы изучаем это поле.

- Тогда $$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}$$

- При $q = +1$ $$\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{E}}$$

- ***Вектор напряженности электростатического поля*** *равен силе, действующей в данной точке на помещенный в нее пробный единичный положительный заряд.*
- *Единица измерения напряженности электростатического поля – ньютон на кулон* (Н/Кл).
- **1 Н/Кл –** ***напряженность такого поля, которое на точечный заряд*** **1 Кл** ***действует с силой в*** **1 Н.**

- В СИ

$$\boxed{E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

- размерность напряженности

$$[E] = \frac{\textbf{Н}}{\textbf{Кл}} \textbf{ или } \frac{\textbf{В}}{\textbf{м}}$$

1.4. Сложение электростатических полей. Принцип суперпозиции

- *Если поле создается несколькими точечными зарядами, то на пробный заряд q действует со стороны заряда q_k такая сила, как если бы других зарядов не было.*

- Результирующая сила определится выражением:

$$\vec{F} = \sum_k \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qq_k}{r_k^2} \frac{\vec{r}_k}{r_k} = \sum_k \vec{F}_k$$

- – ***это принцип суперпозиции или независимости действия сил***

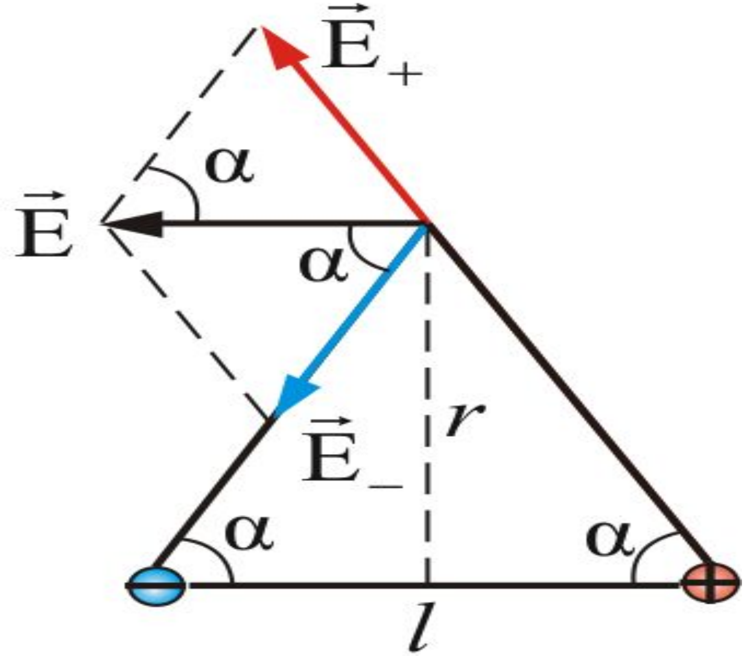
- т.к. $\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}$ то $\vec{\mathrm{E}}$ – результирующая напряженность поля в точке, где расположен пробный заряд, так же ***подчиняется принципу суперпозиции***:

$$\vec{\mathrm{E}} = \vec{\mathrm{E}}_1 + \vec{\mathrm{E}}_2 + \ldots \sum_k \vec{\mathrm{E}}_k .$$

- Это соотношение выражает принцип наложения или ***суперпозиции электрических полей*** и представляет важное свойство электрического поля.

- ***Напряженность результирующего поля системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, созданных в данной точке каждым из них в отдельности.***

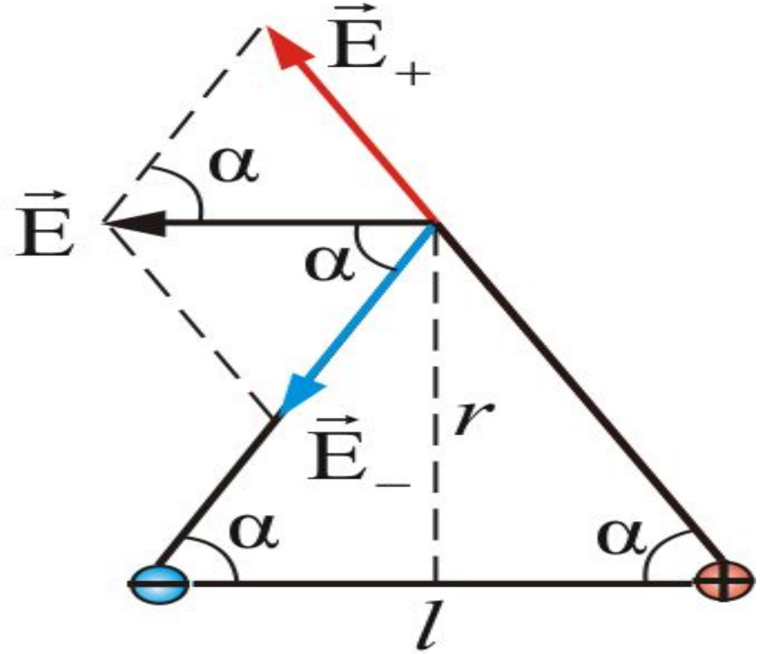
Пример 1



- $$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots = \sum_k \vec{E}_k$$ т. е. $$\vec{E} = \sum_k \vec{E}_k$$

- $$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- \quad \left|\vec{E}_+\right| = \left|\vec{E}_-\right|$$ Eи$= 2E_+\mathbf{cos}\,\alpha$

задача симметрична



• В данном случае:

$$E_- = E_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(r^2 + \frac{l^2}{4})}$$

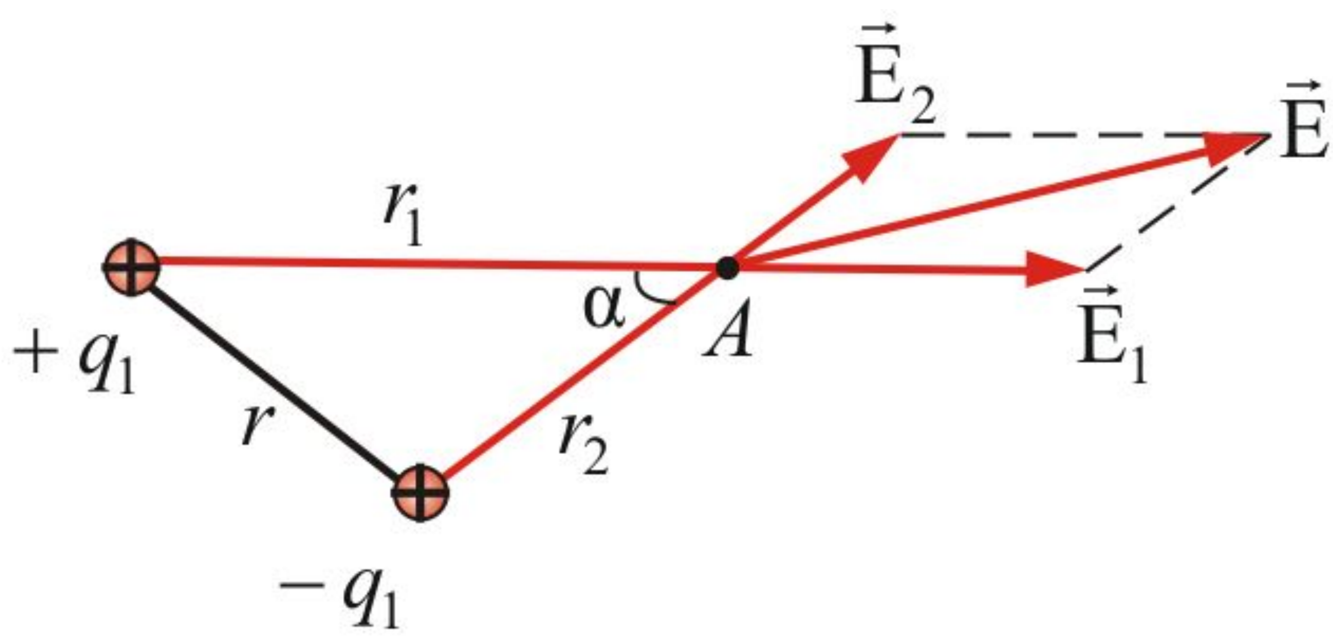
и

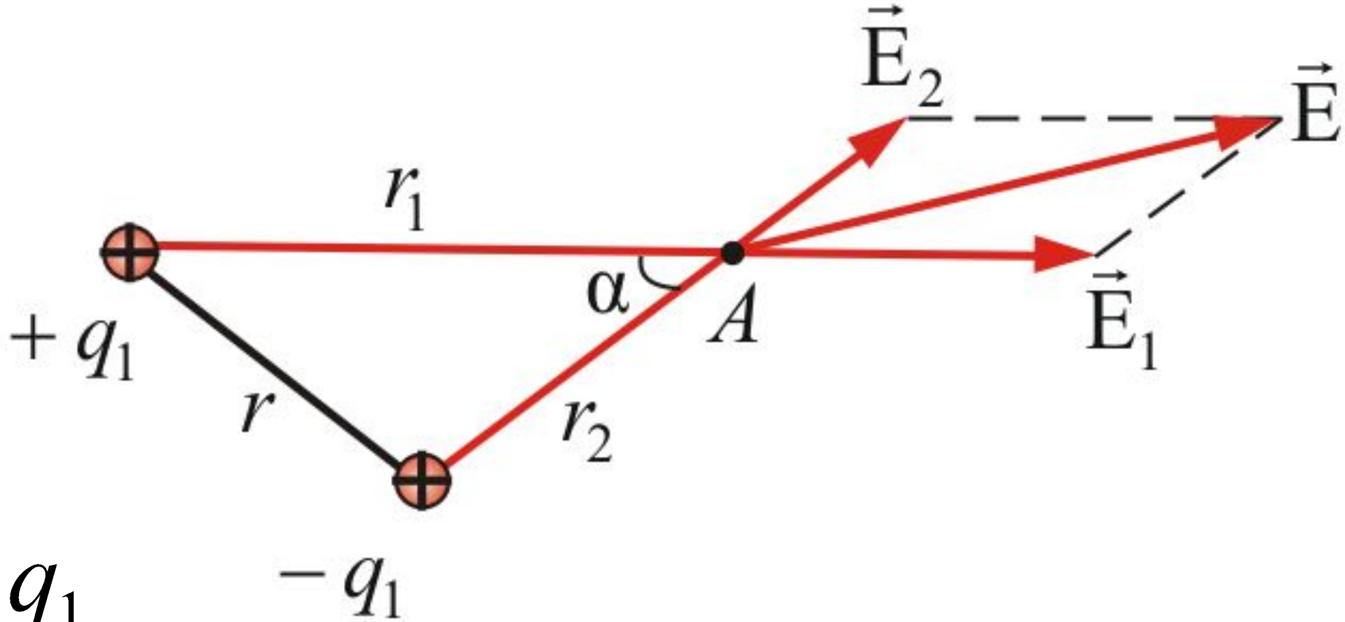
$$\cos\alpha = \frac{l}{2\sqrt{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)}}$$

Следовательно,

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ql}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}.}$$

- Рассмотрим другой пример. Найдем напряженность электростатического поля *E*, создаваемую двумя положительными зарядами q_1 и q_2 в точке *A*, находящейся на расстоянии r_1 от первого и r_2 от второго зарядов





$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} \qquad E_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}$$

Воспользуемся теоремой косинусов:

$$\boxed{E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos(\pi - \alpha)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + \frac{2q_1q_2}{r_1^2r_2^2}\mathbf{cos}\,\alpha},}$$

где $\boxed{\cos\alpha = \dfrac{r_1^2 + r_2^2 - r^2}{2r_1r_2}.}$

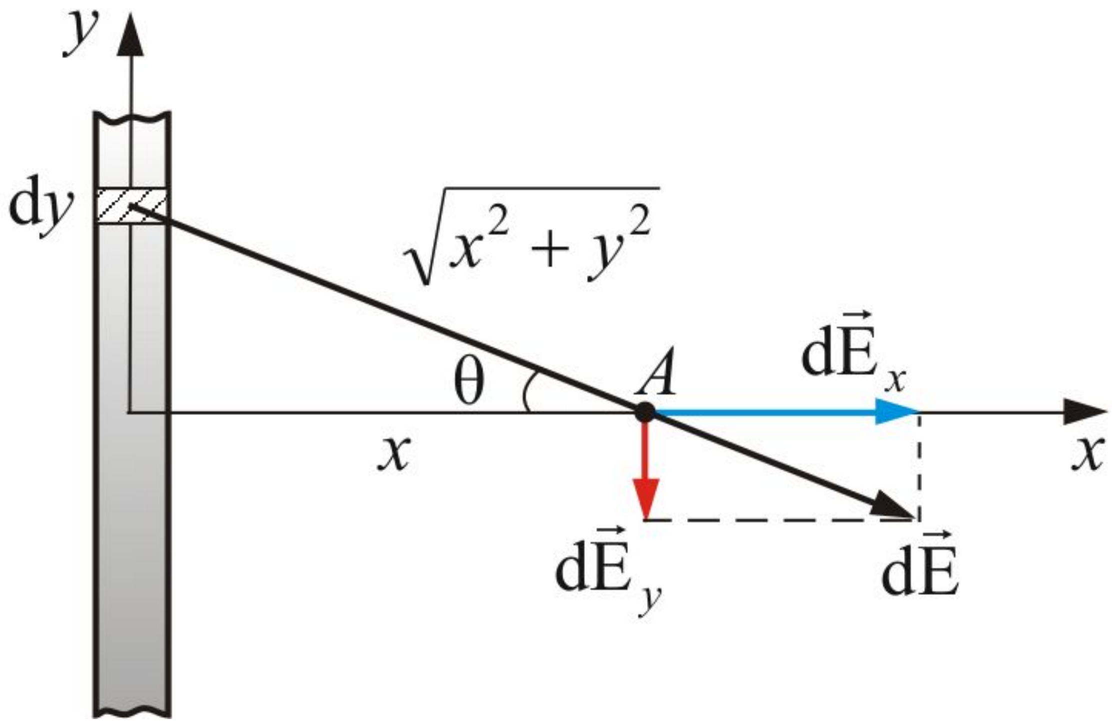
- Если поле создается *не точечными зарядами*, то используют обычный в таких случаях прием. Тело разбивают на бесконечно малые элементы и определяют напряженность поля создаваемого каждым элементом, затем интегрируют по всему телу:

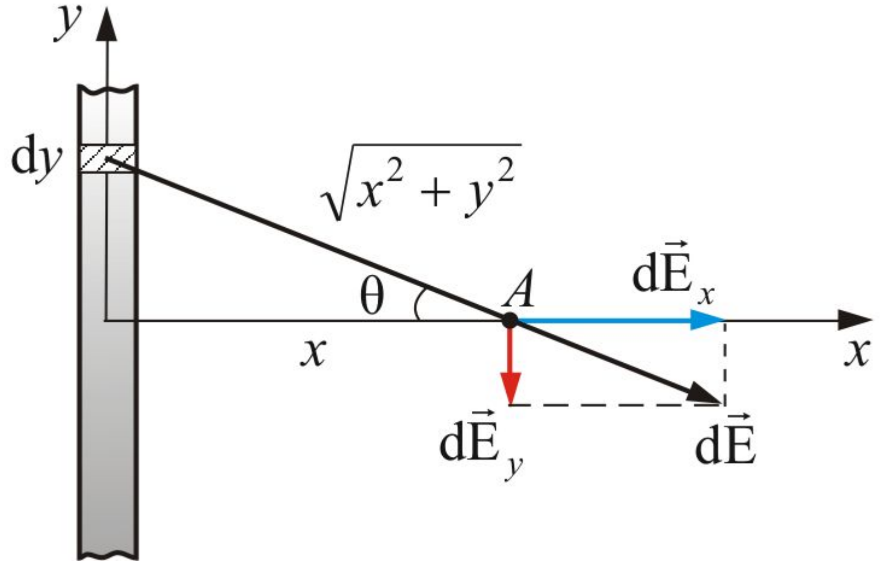
$$\vec{E} = \int d\vec{E},$$

- где $d\vec{E}$ – напряженность поля, обусловленная заряженным элементом. Интеграл может быть в зависимости от формы тела линейным, по площади или по объему.

- Для решения подобных задач пользуются соответствующими значениями плотности заряда:
- $\lambda = \mathrm{d}q / \mathrm{d}l$ – линейная плотность заряда, измеряется в Кл/м;
- $\sigma = \mathrm{d}q / \mathrm{d}S$ – поверхностная плотность заряда измеряется в Кл/м^2;
- $\rho = \mathrm{d}q / \mathrm{d}V$ – объемная плотность заряда, измеряется в Кл/м^3.

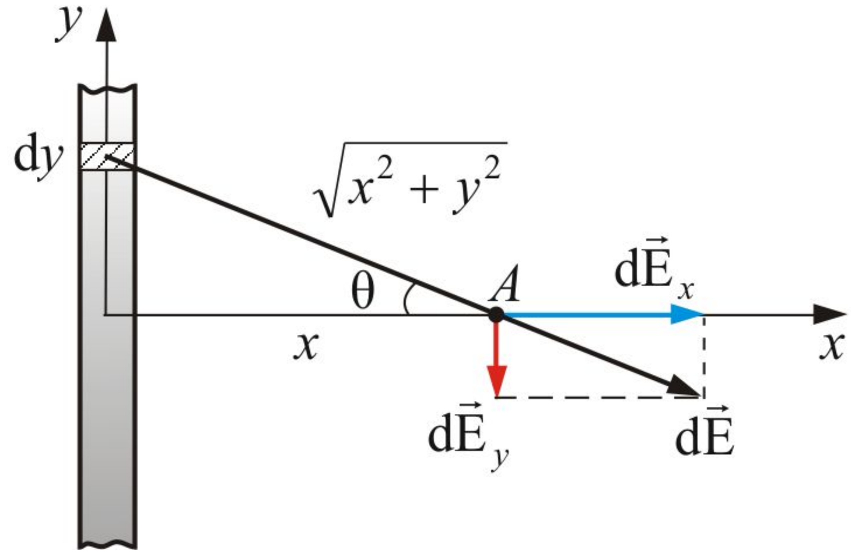
- Определим напряженность электрического поля в точке *A* на расстоянии *x* от бесконечно длинного, линейного, равномерно распределенного заряда. Пусть λ – заряд, приходящийся на единицу длины.





- Считаем, что *x* – мало по сравнению с длиной проводника. Элемент длины *dy*, несет заряд *dq* = *dy λ*. Создаваемая этим элементом напряженность электрического поля в точке *A*:

$$\boxed{dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dy}{(x^2 + y^2)}.}$$



- Вектор $d\vec{E}$ имеет проекции dE_x и dE_y причем

$$dE_x = dE\cos\theta; \qquad dE_y = dE\sin\theta.$$

- Т.к. проводник бесконечно длинный, а задача симметричная, то *y* – компонента вектора $d\vec{E}$ обратится в ноль (скомпенсируется), т.е. .

$$E_y = \int dE\sin\theta = 0$$

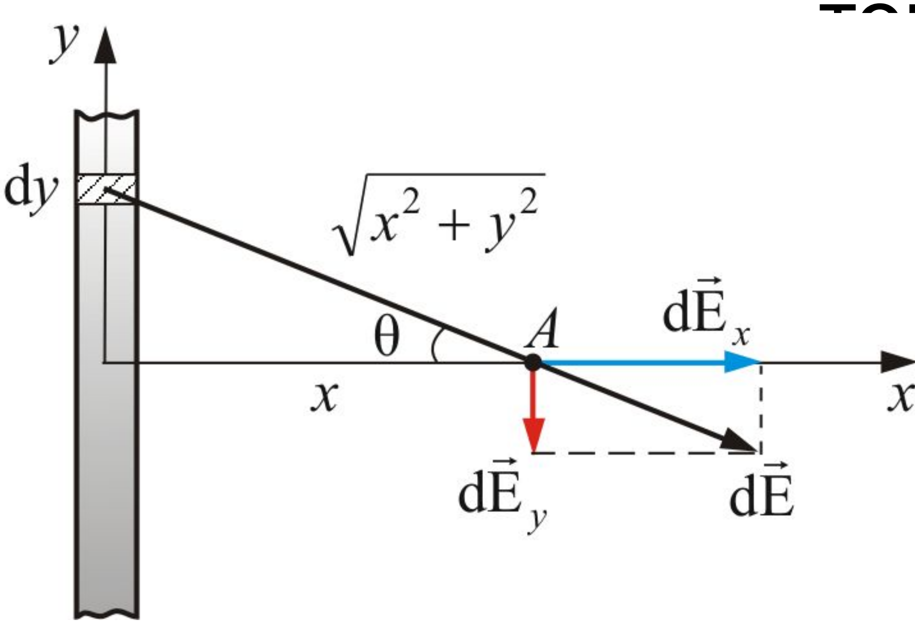
тогда $$E = E_x = \int \mathrm{d}E\cos\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\cos\theta \mathrm{d}y}{x^2+y^2}$$

Теперь выразим *y* через θ. Т.к. $y = x\,\mathrm{tg}\theta$,

то $\mathrm{d}y = x\mathrm{d}\theta / \cos^2\theta$ $x^2+y^2 = x^2/\cos^2\theta$

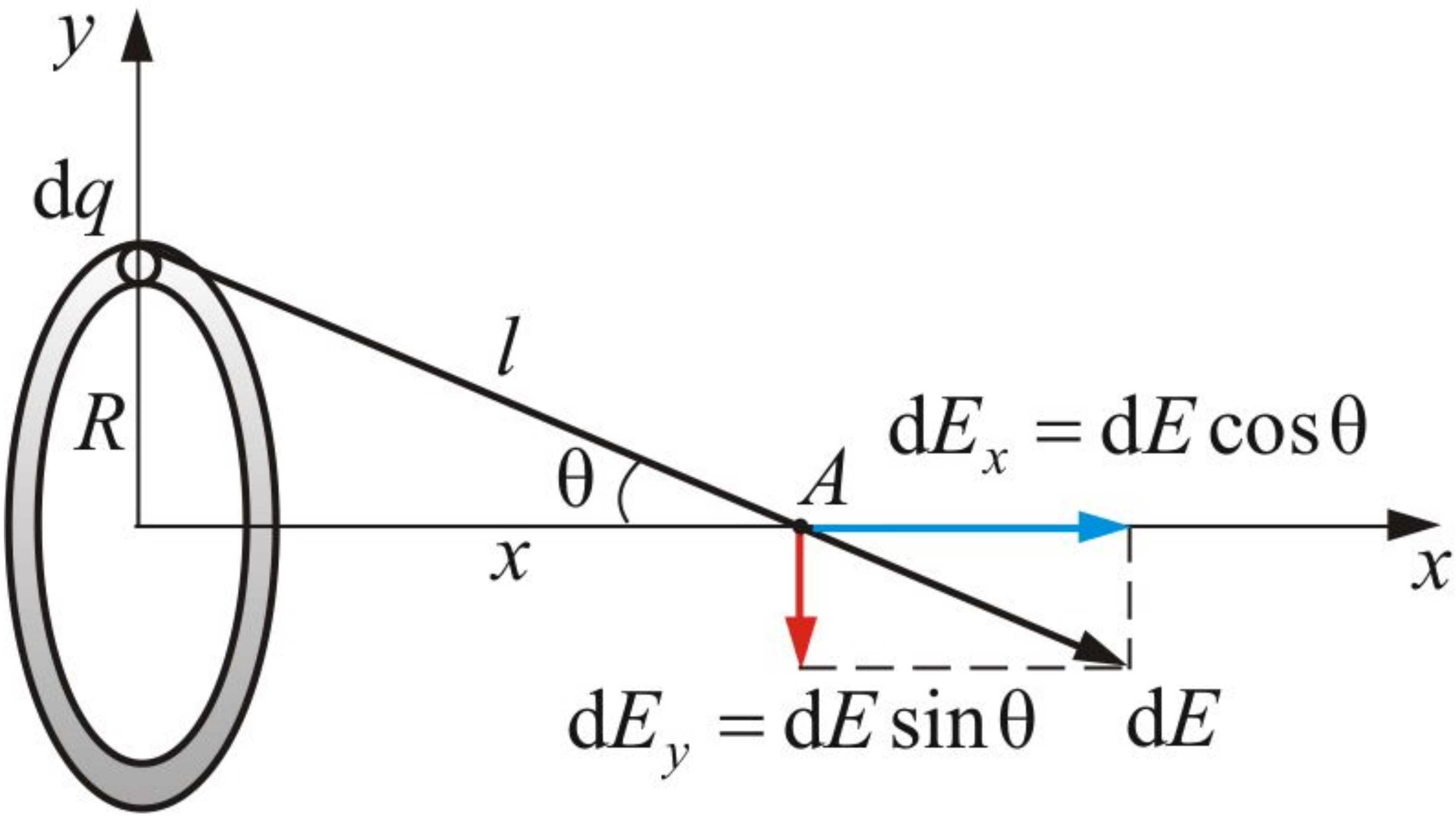
и

тогда $$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta \mathrm{d}\theta = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}.$$



- Таким образом, напряженность электрического поля линейно распределенных зарядов изменяется обратно пропорционально расстоянию до заряда.

- Задание: по тонкому кольцу радиуса *R* равномерно распределен заряд *q*. Определить E в точке *A*

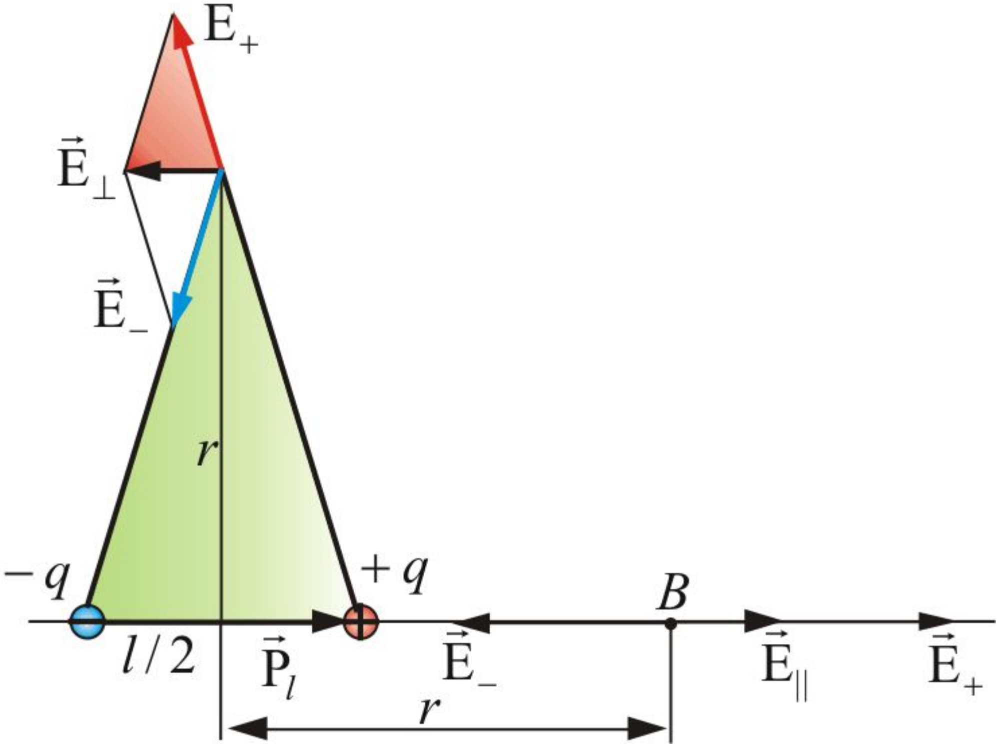


1.5. Электростатическое поле диполя

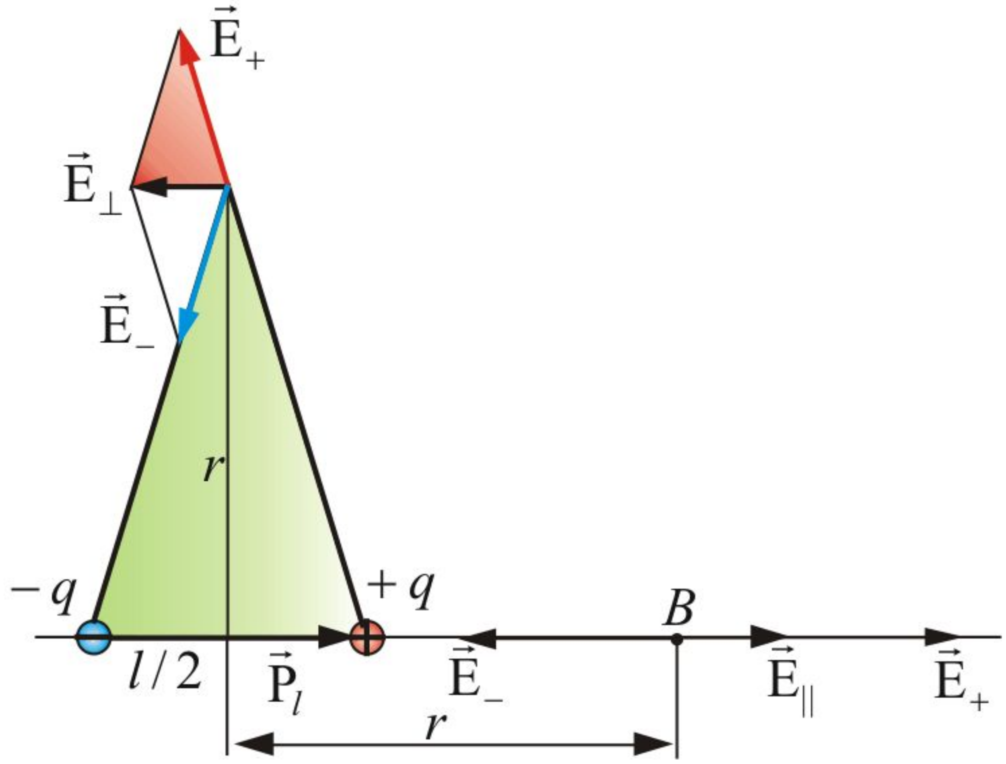
- *Электрическим диполем* ***называется система двух одинаковых по величине, но разноименных точечных зарядов, расстояние между которыми значи – тельно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле системы***

- *Плечо диполя* **–** ***вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному и численно равный расстоянию между зарядами*****.**

- Пример 1. Найдем $E_{\perp}$ в точке *A* на прямой, проходящей через центр диполя и перпендикулярной к оси.



$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \text{т.к.} \quad l << r$$



- Из подобия заштрихованных треугольников можно записать:

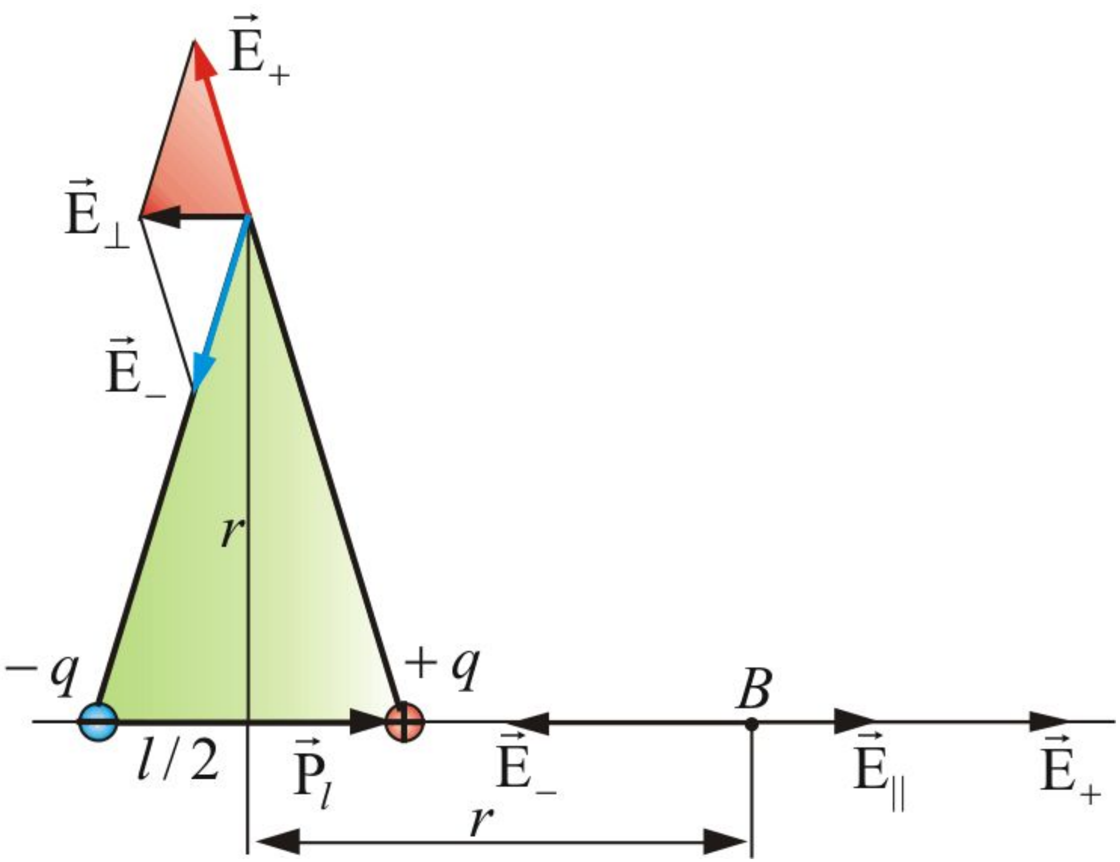
$$\frac{E_\perp}{E_+} = \frac{l}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}} \approx \frac{l}{r}$$ отсюда

- Обозначим вектор: $\vec{P} = q\vec{l}$ – ***электрический момент диполя*** (или ***дипольный момент***) – *произведение положительного заряда диполя на плечо* $\vec{l}$.
- Направление $\vec{P}$ совпадает с направлением $\vec{l}$, т.е. от отрицательного заряда к положительному.
- Тогда, учитывая что $ql = P$ получим:

$$E_{\perp} = \frac{P}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$ или $$\vec{E}_{\perp} = \frac{-\vec{P}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

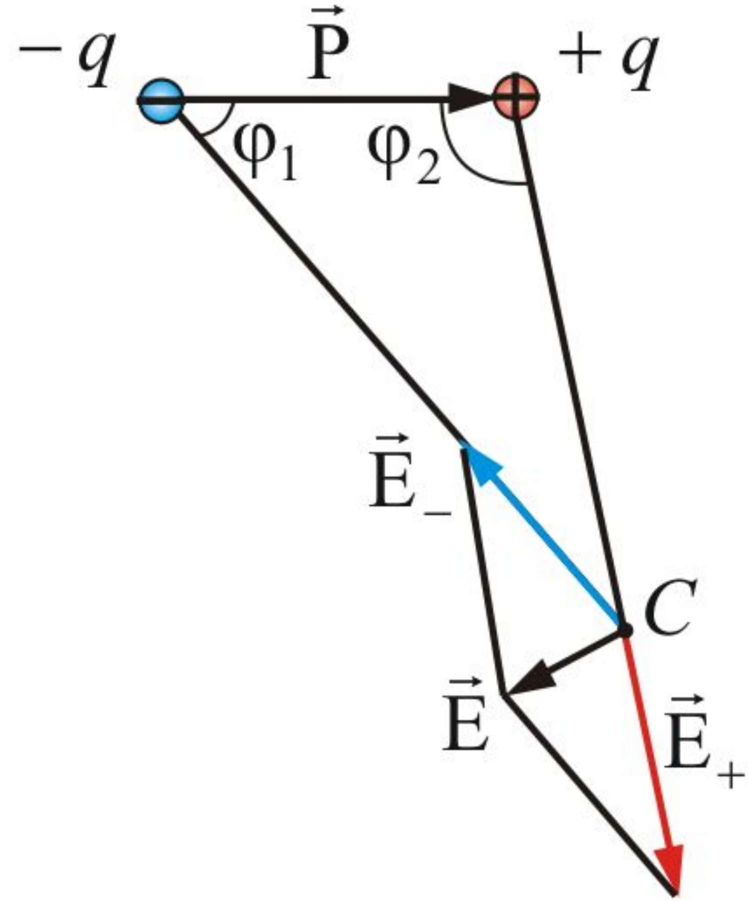
- Пример 2. На оси диполя, в точке *B* или

$$\vec{E}_{\parallel} = \frac{2ql}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \quad \text{или} \quad \vec{E}_{\parallel} = \frac{2\vec{P}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}.$$



• Пример 3. В произвольной точке *C*
где

$$\boxed{E = \frac{P}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{3\cos^2\varphi + 1},}$$

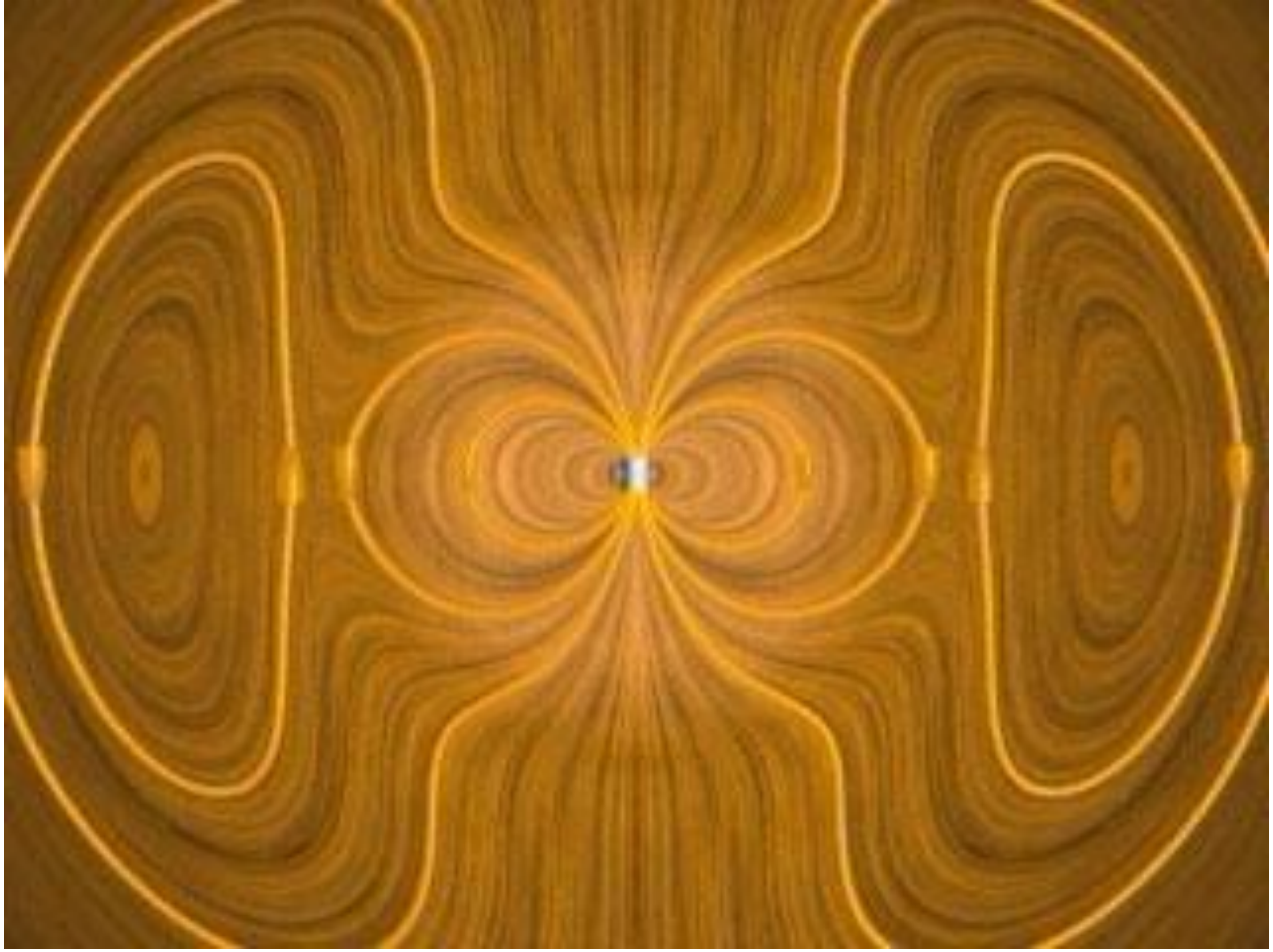


где $\varphi \approx \varphi_1 \approx \varphi_2$

При :

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{2}, \quad E_1 = \frac{P}{4\pi\varepsilon_0 r^3};$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0, \quad E_2 = \frac{2P}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$



- Электрическое поле диполя.

- Из приведенных примеров видно, что *напряженность электрического поля системы зарядов равна геометрической сумме напряженностей полей каждого из зарядов в отдельности* (принцип суперпозиции).