

# 1.1 Основи теорії оболонок.

## Конструктивні особливості

## тонкостінних просторових покритть

1.1.1 Загальні відомості про просторові покриття

1.1.2 Класифікація тонкостінних просторових покриттів та конструктивні вимоги

1.1.3 Основні передумови та рівняння розрахунку оболонок

## 1.1.1 Загальні відомості про просторові покриття

Застосування просторових покриттів бере свій початок із далекої давнини. В першу чергу це куполи палаців, а також культових та інших споруд Стародавнього Риму, Візантії, Київської Русі. Найбільш відомі з них - купол Пантеону в Римі (132-133 р.р), купол Софійського собору (532-537рр.). Для їх зведення використовувалася цегляна кладка, в результаті чого конструкція покриттів була громіздкою, а проліт її - невеликим.

Із появою нового будівельного матеріалу - залізобетону - в практиці застосування просторових покриттів відбулися не тільки якісні, але й кількісні зміни: просторові покриття почали зводити залізобетонними тонкостінними, і вони набули різних форм. Уперше тонкостінні просторові покриття почали зводити в 1922р. (куполи фірми "Карл-Цейс" у Німеччині діаметром 20...40м, товщиною 4...8 см). Із 1925р. тонкостінні просторові покриття почали застосовувати в СРСР. У Баку (1925р.) над резервуаром для води, а пізніше в Харкові (1928р.) над будинком поштамту були зведені монолітні циліндричні оболонки. В 1934р. театр у Новосибірську перекрили куполом діаметром 55,5м - це була найбільша споруда того часу. Відтоді як у нашій, так і в інших країнах використання просторових покриттів набуло прискорення. Цьому сприяли нагальні потреби інтенсифікації виробництва, створення крупногабаритних літаків, розвиток спорту, потреби культури тощо.

З великими прольотами перекриваються такі споруди, як: ринки, ангари, палаци спорту, виставкові павільйони, стадіони, цирку і т.п. Прольоти таких споруд уже перевищують 100 м, а місткість -100 тис.чол. Широкому застосуванню тонкостінних просторових покриттів сприяло також створення теоретичних основ визначення їх несучої здатності; розробка методів розрахунку зусиль, що в них виникають; створення технологій зведення покриттів, які дозволяють поліпшувати техніко-економічні показники.

Одночасно із зведенням просторових покриттів проводились їх подальші експериментальні та теоретичні дослідження. В результаті було встановлено, що найбільш економічними для перекриттів споруд великих прольотів є тонкостінні просторові покриття, котрі складаються із тонкостінних криволінійних або призматичних оболонок і контурних елементів, за допомогою яких навантаження від покриття передаються на колони або стіни.

Тонкостінні просторові покриття, на відміну від плоских плит, в одному або двох напрямках мають поверхню з кривизною (рис. 1). Завдяки цьому в їх елементах виникають зусилля переважно одного знаку, що дає можливість більш раціонально використовувати бетон як будівельний матеріал. Згинальні моменти в більшості випадків діють в обмежених зонах, через те їх значення відіграє значно меншу роль у розрахунках перерізів, ніж у плоских конструкціях при згинанні.

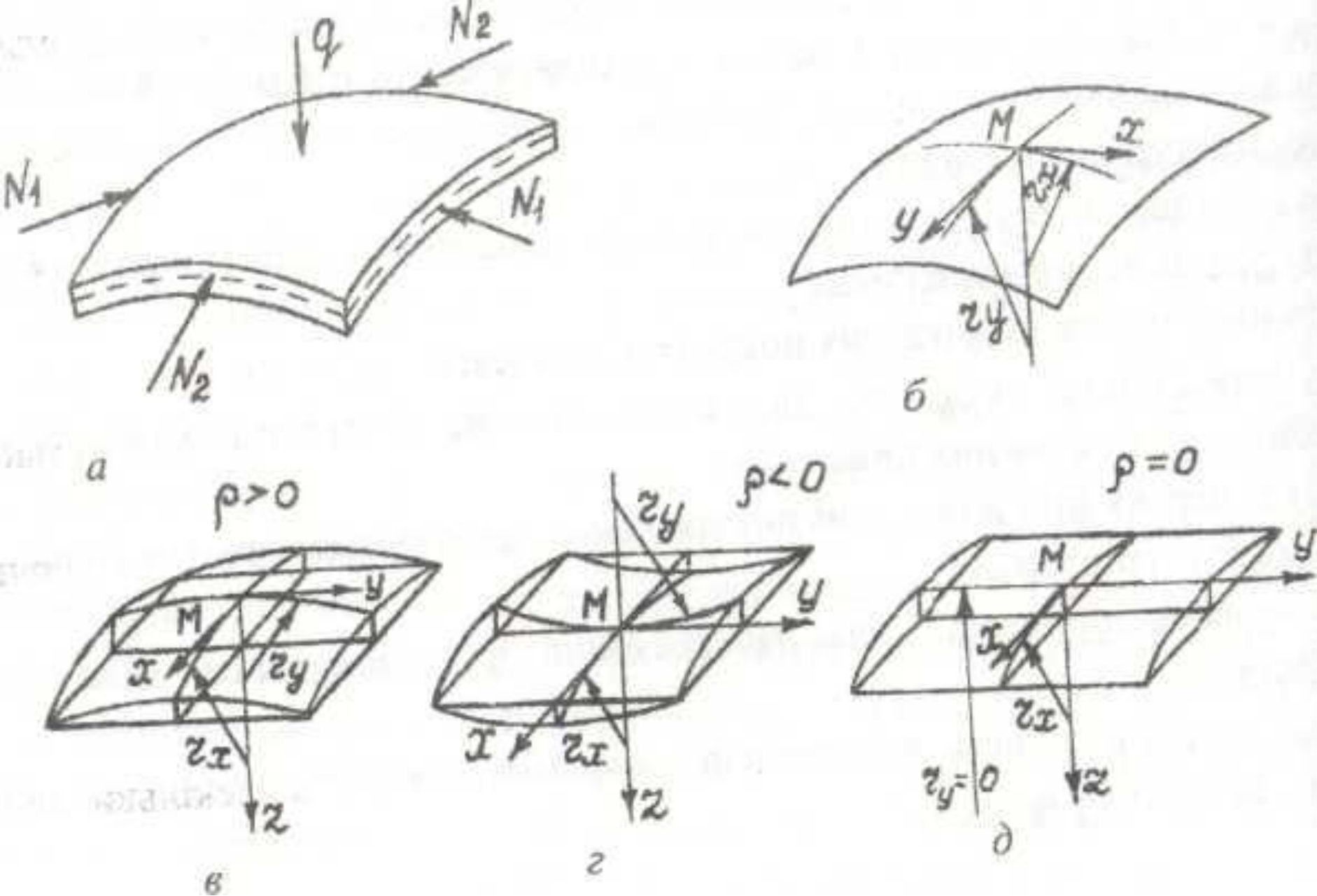


Рис. 1 Поверхні оболонок та параметри, які їх характеризують

Форму покриття вибирають такою, щоб вона забезпечувала роботу його елементів головним чином на стиск. Як свідчить досвід застосування тонкостінних просторових покриттів, вони мають такі позитивні якості:

здатність перекривати значні прольоти при значному зниженні витрат матеріалів на 1 м<sup>2</sup> перекритої площі; сприяння вдосконаленню технологічних виробничих процесів;

економія матеріалів - бетону до 20...30%, сталі до 10...15% при прольотах споруди до 100 м і бетону до 50% при прольотах споруди більше 100 м - що пояснюється раціональним використанням роботи бетону на стиск;

сумісність несучих та огорожувальних функцій (у плоских покриттях, наприклад, несучими та огорожувальними конструкціями є плити, а крокв'яні і підкрокв'яні - є тільки несучими конструкціями);

зниження власної маси конструкцій;

архітектурна виразність;

відповідність естетичним вимогам та придатність для покриття будівель, різних за призначенням.

До негативних якостей цих покриттів належать:

трудомісткість зведення, яка викликана необхідністю застосування спеціальних монтажних пристроїв;

ускладнення при виконанні покрівельних робіт для покриттів з кривизною у двох напрямках;

складність пристроїв для забезпечення функціонування підвісного транспорту;

мала технологічність виготовлення окремих елементів.

## 1.1.2 Класифікація тонкостінних просторових покриттів та конструктивні вимоги

Тонкостінні просторові покриття при їх класифікації та в розрахунках розглядають як оболонки. При цьому під оболонкою розуміють тіло, обмежене двома криволінійними поверхнями, відстань між якими значно менша від інших розмірів. Поверхня, котра ділить товщу оболонки навпіл, називається серединною поверхнею. Надалі, якщо мова буде йти про форму оболонки, слід мати на увазі серединну поверхню.

В основу поділу оболонок за типами покладено класифікацію, прийняту теорією поверхонь у диференціальній геометрії. Згідно з цією теорією, кожній поверхні в будь-якій точці (рис. 1, б) властиві взаємно перпендикулярні криві (утворені внаслідок перетину цих поверхней площинами), які мають найбільший та найменший радіуси кривизни  $r_x$ ,  $r_y$ . Відповідні їм кривизни у вибраній системі координат  $XYZ$  називають головними.

$$\rho_x = 1/r_x, \rho_y = 1/r_y$$

Добуток головних кривизн називають Гаусовою кривизною  $\rho = \rho_x * \rho_y$ .

Поверхню, яка характеризується розташуванням центрів кривизни з одного боку, називають поверхнею з додатною Гаусовою кривизною (рис. 1, в), із двох сторін — із від'ємною Гаусовою кривизною (рис. 1, г), а якщо один із головних радіусів кривизни дорівнює нескінченності - з нульовою Гаусовою кривизною (рис. 11, д). Відповідно до цих понять розрізняють оболонки з поверхнею додатної, від'ємної та нульової гаусової кривизни.

За способом утворення розрізняють лінійчасті оболонки переносу й оболонки обертання.

Лінійчасті оболонки переносу (трансляційні оболонки) - це такі оболонки, в яких серединна поверхня утворена поступальним переміщенням однієї плоскої кривої вздовж іншої плоскої кривої.

Оболонки обертання — це оболонки, серединна поверхня яких утворена обертанням плоскої кривої, прямої або ломаної навколо осі.

Визначення поверхонь гаусової кривизни та способів їх утворення використовують у класифікації тонкостінних просторових покриттів. Згідно з нормативними літературними джерелами в основу класифікації залізобетонних просторових покриттів покладено 4 основних ознаки:

форма серединної поверхні, форма перекритої площі, конструктивні ознаки, спосіб виготовлення.

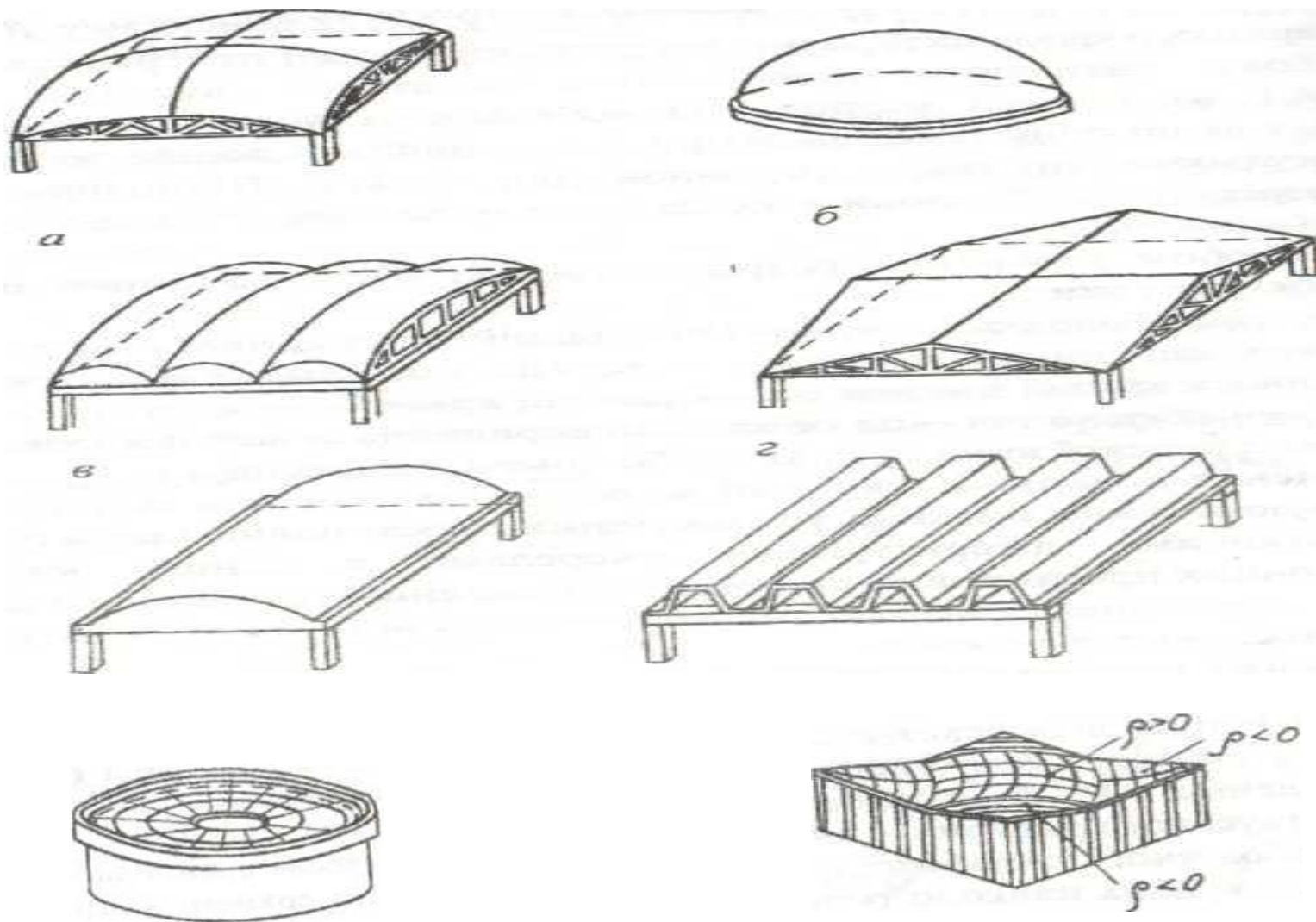


Рис.2. Схеми тонкостінних просторових покриттів:

а - оболонка додатної гаусової кривизни; б - купол; в — хвилясте (бочарне) склепіння додатної гаусової кривизни; г- оболонка від'ємної гаусової кривизни (гіпар); д - оболонка нульової гаусової кривизни (циліндрична оболонка); е - складка; ж - висяча оболонка; з - складена оболонка



Оболонки бувають монолітні, збірні і збірно-монолітні. Суцільні оболонки характеризуються великою масою і значною трудомісткістю виготовлення та монтажу.

Збірні оболонки складають з плоских або циліндричних елементів, що мають контурні, а іноді діагональні ребра і характеризуються високою індустріальністю.

Стрілу підйому монолітних оболонок приймають від  $1/10$  до  $1/5$  прольоту. Кут нахилу дотичної до поверхні покриття з горизонтом за умови бетонування має не перевищувати  $35^\circ$ .

Плити оболонок бувають гладкі завтовшки  $t = 40 \dots 60$  мм ( $1/200 \dots 1/300$ )  $l_2$  і ребристі завтовшки не менш як 30 мм. Товщина може бути постійна і змінна по довжині хвилі.

Бортовими елементами можуть бути балки, рами або арки, як правило, прямокутного і квадратного перерізу заввишки не менш як  $1/80$  прольоту.

Спряження плити з бортовими елементами має бути плавне з вутами завширшки  $10t$ . Якщо наявність вута недостатня для сприйняття крайових згинальних моментів, то в місці спряження плиту потовщують від  $0,5t$  до  $t$ .

Щоб забезпечити місцеву стійкість, поле оболонки підсилюють поперечними ребрами, відстань між якими має не перевищувати  $7\sqrt{rt}$  (де  $r$  — радіус кривизни оболонки, см;  $t$  — її товщина, см).

Збірні елементи з умов міцності та жорсткості на період виготовлення, транспортування та монтажу окантовують по периметру ребрами. У цьому випадку утворюється ребриста оболонка. Висота ребер  $h$  дорівнює  $1/20$  їх довжини, ширина  $b$  — 40 мм.

Оболонки складають із малого числа різнотипних елементів, зручних для монтажу.

У місцях дії крайових моментів та максимальних розтягувальних напружень плиту при потребі потовщують шаром додатково армованого монолітного бетону.

Міцність вузлів та стиків конструкцій має відповідати характеру та інтенсивності зусиль, які діють у них. Крім того, вони мають бути надійними і простими в складанні.

Стики заповнюють бетоном. Товщина шва при висоті стику до 100 мм не менш як 30 мм, а понад 100 мм — не менш як 50 мм. При замоноличуванні стиснутих стиків дрібнозернистим бетоном необхідно враховувати знижений модуль його пружності.

Зусилля в перерізах оболонки визначають, виходячи з наявності або відсутності тріщин у розтягнутих зонах згідно з нормами [13]. До утворення тріщин (при початкових навантаженнях) оболонка деформується пружно. Із збільшенням навантаження і появою тріщин у бетоні та арматурі збільшуються напруження і розвиваються непружні деформації до стадії граничної рівноваги.

Пружну роботу оболонок вивчено краще, але при цьому міцність і деформативність їх оцінюються не повно. Перспективнішим є розрахунок за стадією граничної рівноваги. Цей розрахунок дає можливість підвищити надійність та економічність конструкції, але вивчений і розроблений він ще недостатньо.

Перерізи оболонок розраховують за двома групами граничних станів із урахуванням зусиль, що виникають під час виготовлення і монтажу. Розрахунок виконують відповідно до вимог нормативних документів [19, 20, 32].

У розрахунку приймають серединну поверхню гладкої плити або підсилену ребрами оболонку у вигляді многогранника чи складки.

У розрахунку приймають серединну поверхню гладкої плити або підсилену ребрами оболонку у вигляді многогранника чи складки.

Для оболонок ребристих, коробчастого поперечного перерізу, складчастих та хвилястих склепінь, а також многогранників за серединну поверхню приймають поверхню, в якій лежать центри ваги поперечних перерізів. Усереднена зведена товщина оболонки становить

$l_{red} = \frac{A_{red}}{b_f}$ , а усереднена зведена жорсткість  $B_{red} = \frac{EI_{red}}{b_f}$  (де  $A_{red}$

та  $I_{red}$  — відповідно площа і момент інерції зведеного двотаврового перерізу з шириною полиці, що дорівнює  $b_f$ ; якщо  $\mu \leq 1\%$ , то площу і момент інерції приймають, як для бетонного перерізу). Додаткові моменти і нормальні сили, що виникають у місцях перелому граней дійсної поверхні, можна визначати наближено.

Розрахунок збірних просторових покриттів та їхніх елементів проводять у стадії виготовлення, транспортування, монтажу та експлуатації. Монолітні конструкції, у тому числі попередньо напружені, розраховують на міцність та тріщиностійкість при розкружаленні. У розрахунку збірних оболонок беруть до уваги зусилля, що виникають у стадії монтажу до замоноличування оболонки. Міцність бетону на розтягання у швах збірних оболонок при обтискуванні їх напруженою арматурою не враховують. Збірно-монолітні конструкції після досягнення бетоном замоноличування проектної міцності розраховують як монолітні.

*Діафрагми та бортові елементи* розраховують за правилами будівельної механіки на дотичні зусилля, що передаються з оболонки. Крім того, коли потрібно почепити до покриття зосереджені навантаження, їх прикладають до контурних конструкцій і враховують у спільному розрахунку покриття.

Прогини просторових покриттів мають не перевищувати значень, наведених у нормах [13]. При цьому для оболонок подвійної кривизни та многогранників прольотом 18...60 м  $f \leq 1/400$  прольоту, а прольотом понад 60 м —  $f \leq 1/500$  прольоту.

Стискувальні зусилля в конструкціях сприймаються бетоном та арматурою, а розтягувальні — арматурою. Попереднє напружування арматури підвищує тріщиностійкість та жорсткість оболонок, тобто поліпшує експлуатаційні якості їх. Застосування високоміцних бетонів та сталей дає можливість реалізувати значну частину їхніх пружних деформацій і наблизити їхній експлуатаційний стан до пружної стадії. При цьому зменшується маса конструкцій і настає можливість членування оболонок на дрібні елементи з подальшим їх об'єднанням в єдину систему.

... і армують полріб-

Гладкі оболонки у певних умовах розраховують і армують подрібно до балок. Їхні полиці працюють як плити. Арматура розташовується згідно з епюрою моментів. Зони з'єднання плит із бортовими елементами та діафрагмами армують подвійними сітками зі стержнів діаметром 6...10 мм і кроком не більш як 200 мм. Плити завтовшки понад 8 см армують подвійними сітками.

Ребра збірних оболонок армують зварними каркасами, поздовжні стержні визначають розрахунком на згинання в стадіях виготовлення, транспортування, монтажу та експлуатації, поперечні стержні приймають діаметром 5...6 мм з кроком 200...250 мм.

Попередньо напружану арматуру розташовують у розтягнутих елементах (опорні кільця куполів, стяглі діафрагми та ін.), у розтягнутих зонах елементів, що працюють на згинання (бортові елементи,

ребра та ін.), а також в інших ділянках оболонок, де діють значні зсувні і розтягувальні зусилля. Для цього можна використовувати всі види високоміцної арматури — стержні, канати, високоміцний дріт тощо. Арматуру натягують на упори стенда або на бетон. При натягуванні на бетон арматура може розміщуватися в каналах або в пазах з подальшим надійним заповненням їх дрібнозернистим бетоном класу не нижче як  $B20$  для ін'єкції каналів та  $B10$  для заповнення пазів або швів.

Перерізи елементів, де розміщується напружувана арматура, розраховують на зусилля обтискування і, як правило, потовщують.

При дії на стик стискувальних зусиль, прикладених по осі або позацентрово (ексцентриситет у межах ядра перерізу), а також при незначних зсувних зусиллях із урахуванням напруження зчеплення бетону замоноличування із збірними елементами  $\tau_g \leq 0,25R_{bt}$  можливе конструктивне армування стику із з'єднанням арматурних випусків унапусток. Для зменшення зони перепуску арматури допускаються петльові стики. У стиках, які працюють на розтягання, зусилля має сприйматися надійно заанкереною або звареною арматурою.



Для сприйняття зсувних зусиль, а також комбінації їх з нормальними зусиллями у стикі передбачають шпонки, які підлягають розрахунку. При передаванні через стик зосередженого зсувного зусилля у зоні його дії двох крайніх шпонок не враховують. Якщо зсувне зусилля діє по всій довжині шва, то число шпонок, що вводяться в розрахунок, не обмежується.

Головні стискувальні напруження мають не перевищувати  $R_b$ , а в зоні, де головні розтягувальні напруження більші за  $R_{bt}$ , зусилля мають сприйматися арматурою, розташованою згідно з траєкторіями відповідних напружень, або сітками з поздовжніх та поперечних стержнів. Ділянки, де головні розтягувальні напруження менші за  $R_{bt}$ , стиснуті зони армують конструктивно з умови  $A_s = 0,002A_b$ , але не менш як однією сіткою з дроту діаметром 3...4 мм з кроком стержнів 200 мм.

*Збірно-монолітні оболонки* складаються із збірних діафрагм, бортових елементів або ребер та монолітної плити. Пливу бетонують на несучій опалубці із залізобетонних або армоцементних елементів.

Контактні зусилля з плити на збірні елементи передаються в зонах омонолічування їх через шпонки, упори, випуски арматури, закладні деталі. Ці ділянки розраховують залежно від конструкції спряження елементів.

Розміри поперечного перерізу елементів приймають за розрахунком на зусилля, що діють у стадії експлуатації.

### 1.1.3 Основні передумови та рівняння розрахунку оболонок

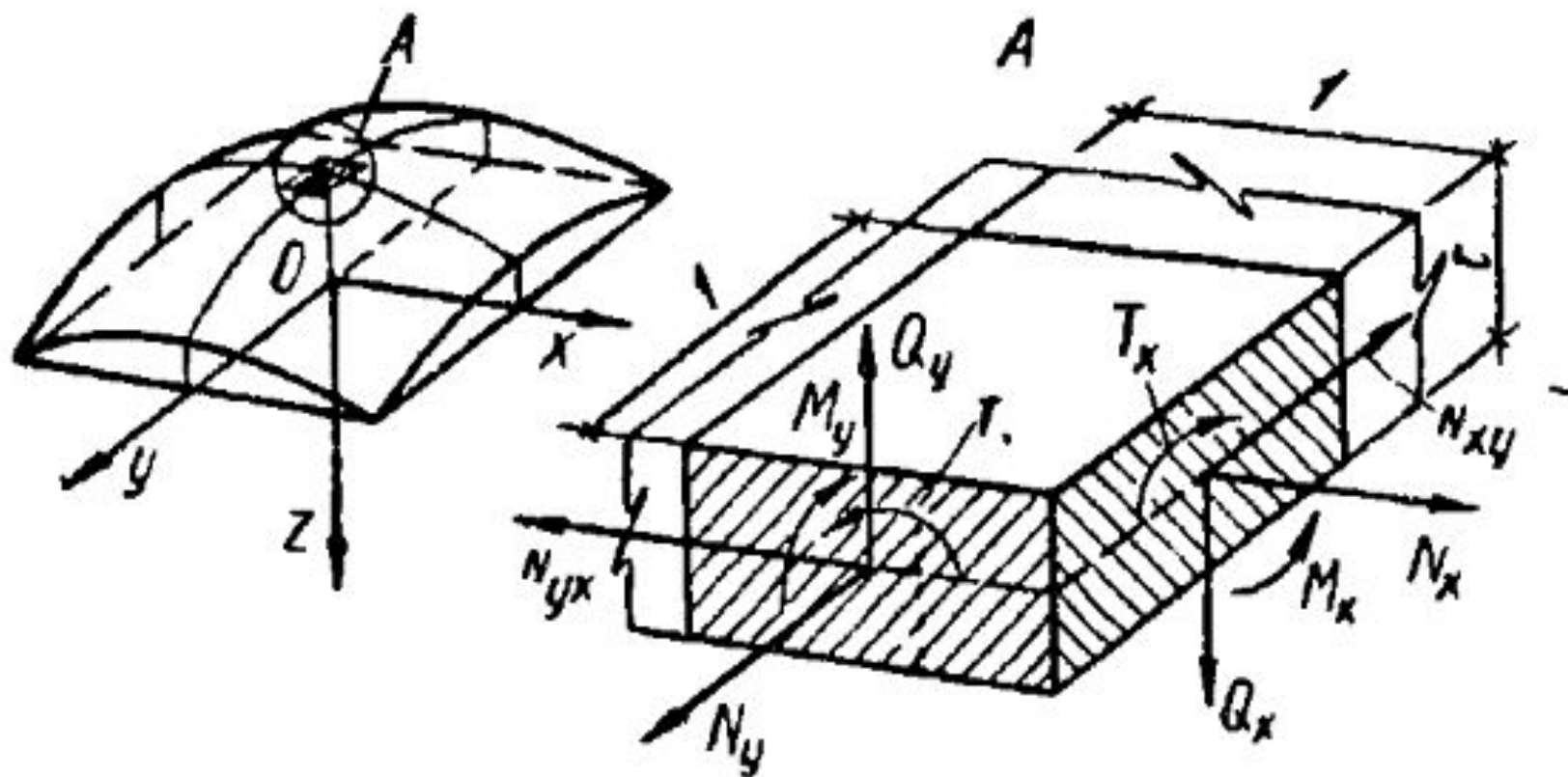


Рис. 13.2. Поверхня оболонки і зусилля, що діють у ній

У нормальних перерізах оболонок (рис. 13.2) у загальному випадку на одиницю довжини виникають такі зусилля: нормальні  $N_x$  та  $N_y$ , зсувні  $N_{xy}$  та  $N_{yx}$ , згинальні моменти  $M_x$  та  $M_y$ , поперечні сили  $Q_x$  та  $Q_y$  і крутні моменти  $T_x$  та  $T_y$ . У зв'язку з малою жорсткістю на згинання тонкостінних оболонок зусилля  $N_x$ ,  $N_y$  та  $N_{xy}$ , спричинені зовнішніми навантаженнями, вважаються прикладеними по осі перерізу. В результаті цього для більшості оболонок покриттів, навантажених власною вагою та снігом, по всьому полю оболонки виникає безмоментний напружений стан, при якому напруження від згинання дуже малі порівняно із зусиллями, що діють у межах її товщини (стискувальними, розтягувальними, зсувними). Лише в зонах викривлення і зміни кривизни серединної поверхні оболонки, у місцях прилягання її до контурних елементів або різкої зміни навантаження, а також у місцях прикладання зосереджених сил проявляється повний моментний напружений стан, при якому напруження, що діють у межах товщини оболонки, істотно менші від напружень, спричинених згинанням.

Мішаний напружений стан буває, коли напруження від згинання в межах товщини оболонки і по всьому її полю одного порядку. У зв'язку з тонкостінністю конструкції моментний і мішаний напружений стані не бажані для залізобетонних оболонок, оскільки це спричиняє збільшення товщини перерізу і витрати арматури. Тому безмоментний напружений стан забезпечується за умови відносно малої товщини, її сталості або плавної зміни перерізу оболонки.

Для положистих оболонок безмоментний напружений стан виражається рівнянням

$$\rho_y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \rho_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - 2\rho_{xy} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} = -(g + s), \quad (13.1)$$

де  $g$  та  $s$  — розподілені стале та снігове навантаження, нормальні до поверхні оболонки.

Функція напружень  $\varphi(x, y)$  пов'язана з внутрішніми зусиллями оболонки умовами

$$N_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}; \quad N_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}; \quad N_{xy} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}. \quad (13.2)$$

Кривизну поверхні  $\rho_x, \rho_y$  у напрямках  $Q_x$  та  $Q_y$  і кривизну крутіння поверхні  $\rho_{xy}$  визначають із залежностей

$$\rho_x = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}; \quad \rho_y = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}; \quad \rho_{xy} = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \quad (13.3)$$

де  $z = f(x, y)$  — рівняння серединної поверхні оболонки.

Прогин серединної поверхні  $w$  у місцях місцевого згинання уздовж осі  $Q_x$  визначають з використанням лише однієї координати. При цьому повний напружений стан виразиться умовою

$$-D \frac{\partial^2 w}{\partial x^4} + \rho_x N_x + \rho_y N_y + 2\rho_{xy} N_{xy} = -(g + s), \quad (13.4)$$

де  $D$  — циліндрична жорсткість оболонки на згинання  $D = \frac{Et^3}{1-\nu^2} \approx \approx E \frac{t^3}{12}$ ;  $t$  — товщина оболонки;  $\nu = 0,2$  — коефіцієнт Пуассона для бетону.