Решение систем уравнений, минимизация функций

Некоторые примеры программирования

Основные типы данных в Матлабе это векторы и матрицы, а также многомерные массивы. Основное свойство этих массивов – однородность данных.

То есть массив – это множество однородных данных.

Ячейка – это множество неоднородных данных.

Примеры ячеек

```
p1=[1,2];
p2=[2,3,4];
p3=[3,4,2,5];
p4="stroka";
%Ячейка
P={p1,p2,p3,p4};
>> P{4} %
доступ
ans = stroka
```

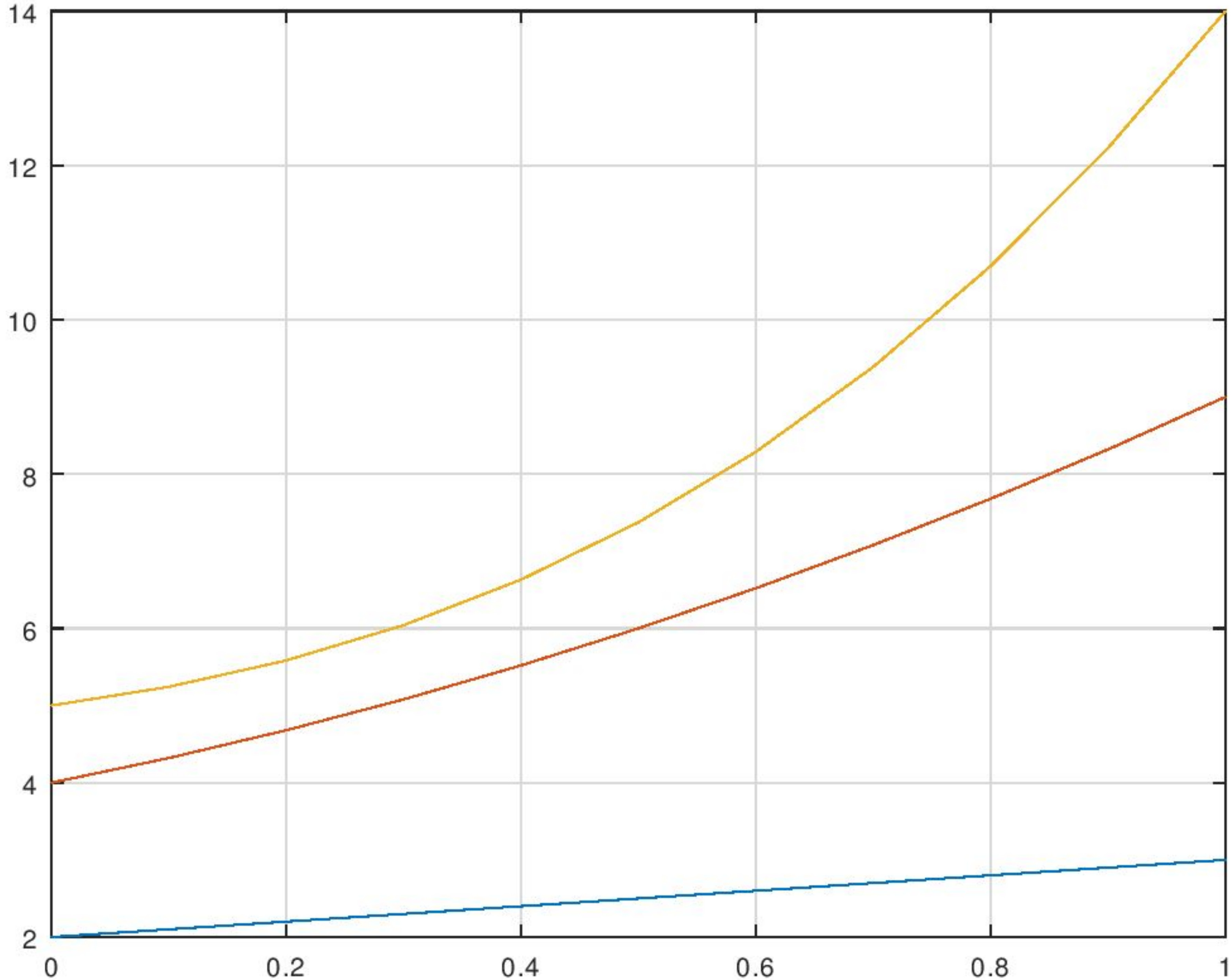
```
>> P{1} %доступ
ans =
   1   2
>> P{2} %доступ
ans =
   2   3   4
>> P{3} %доступ
ans =
   3   4   2   5
```

Можно создавать массивы ячеек (матрицы и векторы) и манипулировать элементами ячеек, как с обычными матрицами Матлаба

```
>> P={[1,2],[3;4]} %скалярное произ-е
>> P{1}*P{2}
ans =  11
```

Рассмотрим задачу построения графиков нескольких полиномов разных степеней на одном графике

```
p1=[1,2];p2=[2,3,4];p3=[3,4,2,5];
P={p1,p2,p3}; x=0:0.1:1;
for i=1:3
    y(i,:)=polyval(P{i},x);
endfor
plot(x,y)
```


14
12
10
8
6
4
2
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1

Программирование рекуррентных соотношений

$$S = 1 - \frac{x}{3 \cdot 3} + \frac{x^2}{3^2 \cdot 5} - \frac{x^3}{3^3 \cdot 7} + \dots$$

$$S = \sum_{k=0}^{\infty} a_k,\ a_k = (-1)^k \frac{x^k}{3^k \cdot (2k+1)},$$

$$a_{k-1} = (-1)^{k-1} \frac{x^{k-1}}{3^{k-1} \cdot (2k-1)}$$

$$\frac{a_k}{a_{k-1}} = -\frac{2k-1}{3\cdot(2k+1)}x,$$

$$a_k = -a_{k-1}\frac{2k-1}{2k+1}\cdot\frac{x}{3}$$

$$S_k = S_{k-1} + a_k,\ S_0 = 1, a_0 = 1$$

```
function s=ch_pi(x,e)
  n=1;
  [r,t]=size(x);
  a=ones(r,t);
  s=a;
  while any(abs(a(x~=0)))>e
    a.*=-(2*n-1)*x./(3*(2*n+1));
    s+=a;
    n+=1;
  end
endfunction
```

```
x=[0,1];
e=0.01;
>> s=ch_pi(x,e)

s = 1  0.90690
```

Аппроксимация и интерполяция

Дана экспериментальная таблица:

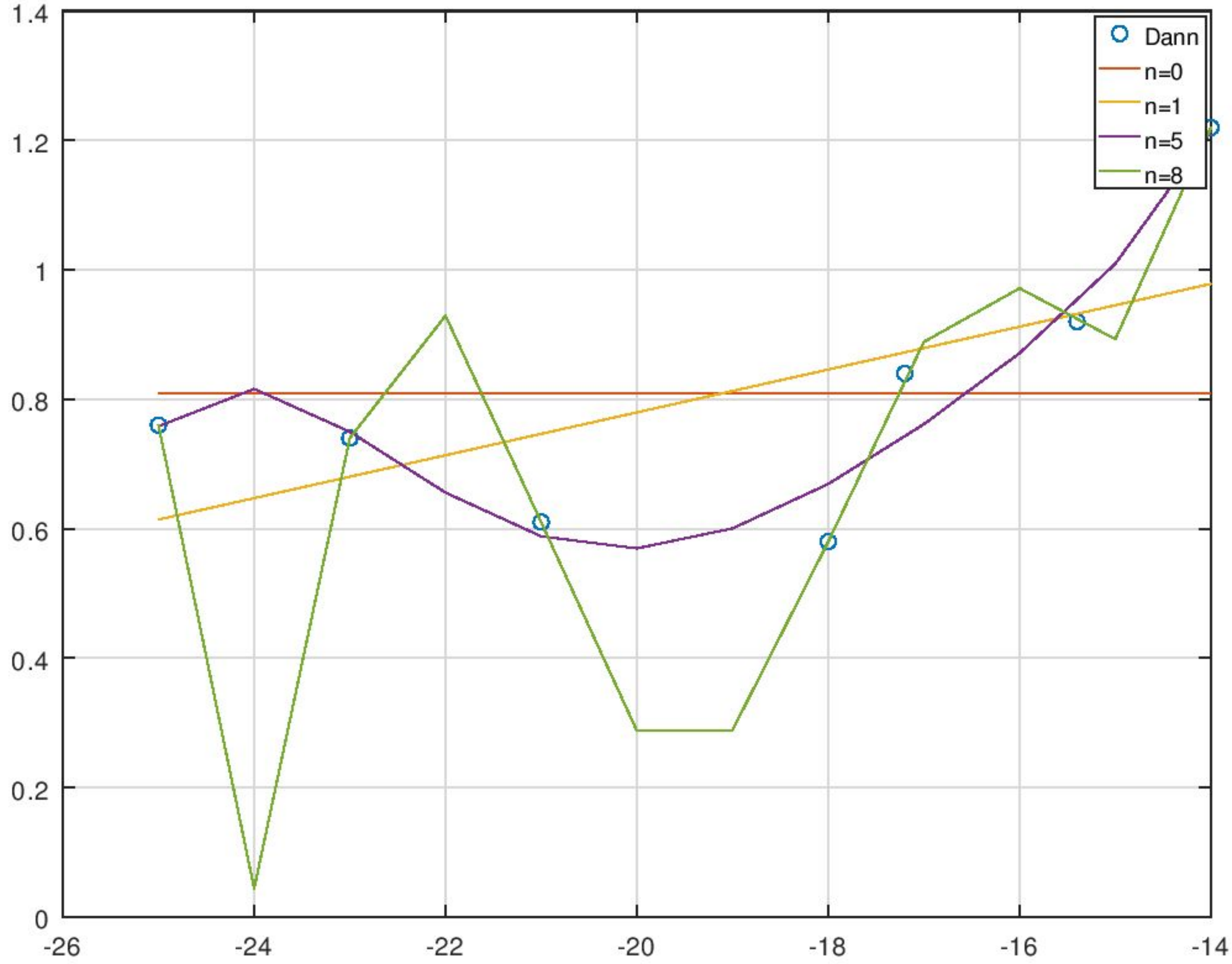
X=-25,-23,-21,-18,-17.2,-15.4,-14

Y=0.76,0.74,0.61,0.58,0.84,0.92,1.22

Построить полиномы наилучшего приближения степеней: **0,1,5,8**.

Построить график экспериментальных данных, помеченных ‘о’ и полиномов в диапазоне: **X=-25:1:-14**

```
x=[-25 -23 -21 -18 -17.2 -15.4 -14];
y=[0.76 0.74 0.61 0.58 0.84 0.92 1.22];
xx=-25:1:-14;
n=[0 1 5 8];
for i=1:4
    P{i}=polyfit(x,y,n(i));
    yy(i,:)=polyval(P{i},xx);
endfor
plot(x,y,'o',xx,yy)
```



Dann
n=0
n=1
n=5
n=8
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-26
-24
-22
-20
-18
-16
-14

Решение систем уравнений

Решить следующие системы уравнений:

$$\begin{cases} x = \dfrac{1}{4}\sin(x+y) + 0.336 \\ y = \dfrac{1}{4}\sin(x+y) + 0.336 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^3 - y^2 = 1 \\ xy^3 - y = 4 \end{cases}$$

$$2(4+y)^3 - y^{11} = y^3$$

```
f=@(x)[x(1)-0.25*sin(x(1)+x(2))-0.336;...
x(2)-0.25*sin(x(1)+x(2))-0.336];
 x=fsolve(f,[0;0])
x =

   0.56131
   0.56131
```

Проверка:

```
>> f(x)
ans =

   0.000000078084
   0.000000078084
```

Вторую систему решить самостоятельно, а уравнение решить с помощью fzero

Поиск точки минимума функций

Нахождение точки минимума функции одной переменной осуществляется с помощью:

[x, fval, info, output] = **fminbnd** *(fun, a, b, options)*

x– точка минимума, *fval – значение в точке,*

info – информация о завершении поиска,

output – структура о процессе поиска,

a,b – интервал поиска

options – не обязательный параметр

Найти минимальное значение функции:

$$f(x) = 24 - 2x/3 + x^2/30$$

```
>> f=@(x)24-2*x/3+x.^2/30;
>> [x,y,info,out]=fminbnd(f,5,21)
x = 10.0000
y =  20.667
info =  1
out =
  scalar structure containing the fields:
    iterations =  26
    funcCount =  27
    bracket =
      10.0000   10.0000
```

Найти точку минимума и значение функции в этой точке

$$f(x) = ((e^{x} - e^{-x})/2)^{3}$$

Выполнить самостоятельно

Минимум функции многих переменных

- *x =* **fminsearch** *(fun, x0)*
- *x =* **fminsearch** *(fun, x0, options)*
- *x =* **fminsearch** *(fun, x0, options, fun_arg1, fun_arg2, …)*
- *[x, fval, exitflag, output] =* **fminsearch** *(…)*
- Дополнительные аргументы (fun_arg1,…) передаются начиная с 4 позиции. Если не передается *options* , то на этой позиции ставится [].

Найти минимум функции:

$$f(x,y) = (x^2 + y^2 - 3)^2 + (x^2 + y^2 - 2x - 3)^2 + 1$$

```
>>
f=@(x)(x(1)^2+x(2)^2-3)^2+(x(1)^2+x(2)^2-2*x(1)
-3)^2+1;
>> [x,y]=fminsearch(f,[0;0])
x =


  -0.000053939
   1.732026448


y =  1.0000
```

Найти минимум функции

$$f(x,y)=\ln(1+x^2+y^2)^2+(x-y-1)^2$$

Выполнить самостоятельно

В некоторых случаях функция **fminsearch** не может правильно найти минимум и выдает предупреждение.
В этом случае можно воспользоваться другими функциями нахождения минимума

fminunc *(fcn, x0)*
fminunc *(fcn, x0, options)*
[x, fval, info, output, grad, hess] = **fminunc** *(fcn, …)*

Эта функция решает безусловную проблему оптимизации , определенную функцией *fcn*. Аргументом ***fcn*** является вектор (массив), определяющий неизвестные переменные и *fcn* возвращает вектор ***x*** - локальный минимум. Вектор ***x0*** определяет начальное значение. Форма ***x0*** вектор-столбец, как и результат.

В приведенном ниже задании составить файл-сценарий, в котором формируете матрицу К, не используя циклы, задаете функцию, минимум которой надо найти, в виде анонимной функции.
Используйте матричные операции.
У кого будут вопросы, задавайте по электронной почте.

Задание на дом

Выполните с использованием двух функций поиска минимума

- Корреляционная матрица задается соотношением: $K_{i,j} = \rho^{|i-j|},\ 0 < \rho < 1,\ \ i, j = \overline{1, n}$
- Известно, что собственный вектор, отвечающий минимальному собственному значению находится из решения задачи:

$$\min_x \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} K_{i,j} x_i x_j}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$$

- Найти собственный вектор и отвечающее ему собственное значение при $\rho = 0.9,\ n = 5$