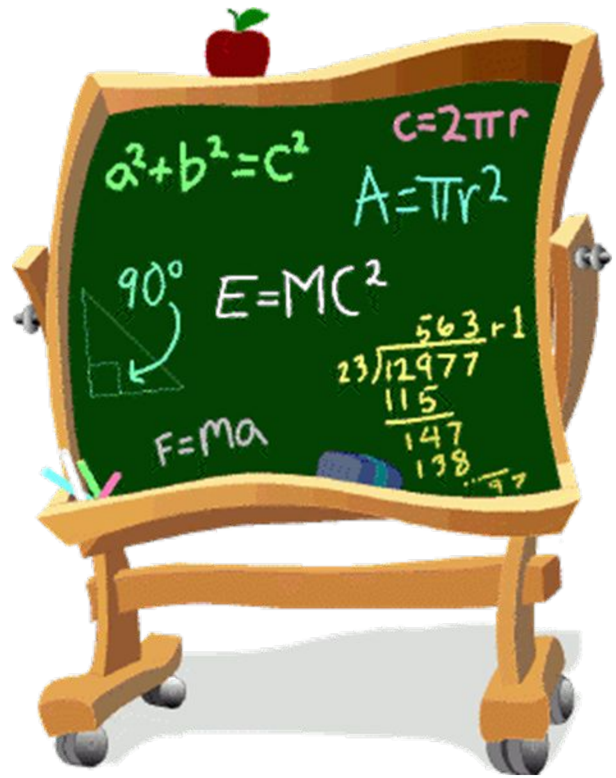
ЭЛЕМЕНТЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ



Логика

Аристотель (384-322 до н.э.). Основоположник формальной логики (понятие, суждение, умозаключение).

Джордж Буль (1815-1864). Создал новую область науки - Математическую логику (Булеву алгебру или Алгебру высказываний).

Клод Шеннон (1916-2001). Его исследования позволили применить алгебру логики в вычислительной технике.

Высказывание

Высказывание - это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как **истинное** или **ложное**.

В русском языке высказывания выражаются повествовательными предложениями:

Земля вращается вокруг Солнца.

Москва - столица.

Но не всякое повествовательное предложение является высказыванием:

Это высказывание ложное.

Побудительные и вопросительные предложения высказываниями не являются.

Без стука не входить!

Откройте учебники.

Ты выучил стихотворение?

Алгебра логики

Алгебра логики определяет правила записи, вычисления значений, упрощения и преобразования высказываний.

В алгебре логики высказывания обозначают буквами и называют **логическими переменными**.

Если высказывание **истинно**, то значение соответствующей ему логической переменной обозначают **единицей (*A* = 1)**, а если **ложно** - **нулём (B = 0)**.

0 и 1 называются **логическими значениями**.

Простые и сложные высказывания

Высказывания бывают простые и сложные.

Высказывание называется **простым**, если никакая его часть сама не является высказыванием.

Сложные (составные) высказывания строятся из **простых** с помощью **логических операций**.

Название логической операции	**Логическая связка**
Конъюнкция	«и»; «а»; «но»; «хотя»
Дизъюнкция	«или»
Инверсия	«не»; «неверно, что»

Логические операции

<u>Дизъюнкция</u> - логическая операция, которая каждым двум высказываниям ставит в соответствие новое высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны.

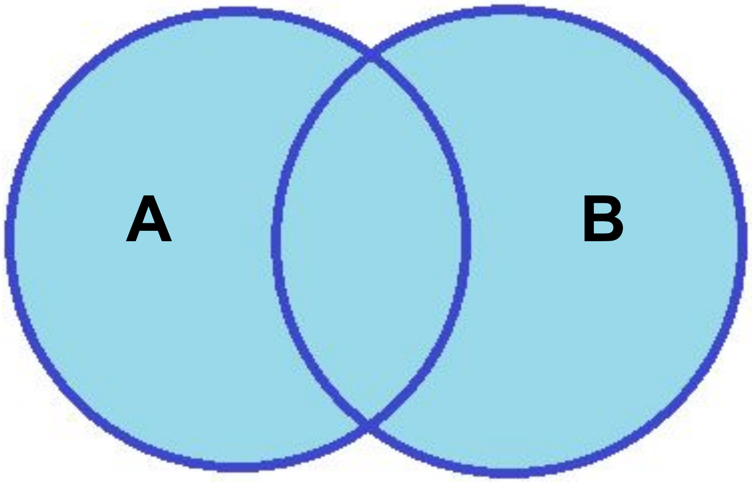
Другое название: ***логическое сложение***.

Обозначения: **V, |, ИЛИ, +.**

Таблица истинности:

A	B	AvB
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Графическое представление



AVB

Логические операции

Конъюнкция - логическая операция, ставящая в соответствие каждым двум высказываниям новое высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

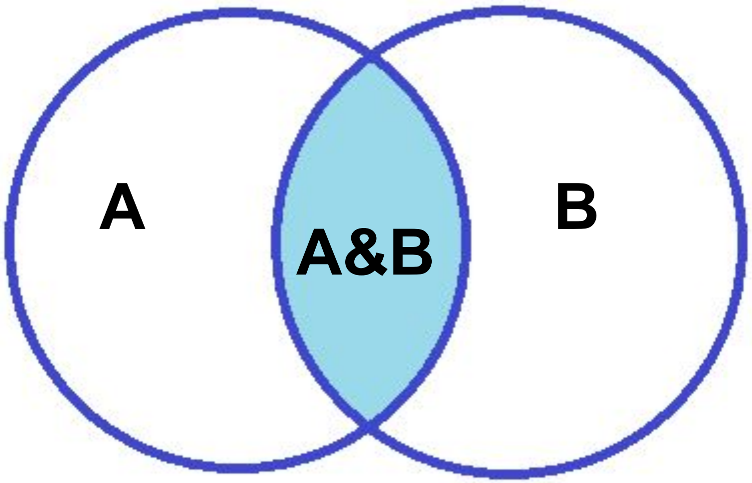
Другое название: ***логическое умножение.***

Обозначения: **∧ , ×, &, И.**

Таблица истинности:

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Графическое представление



Логические операции

Инверсия - логическая операция, которая каждому высказыванию ставит в соответствие новое высказывание, значение которого противоположно исходному.

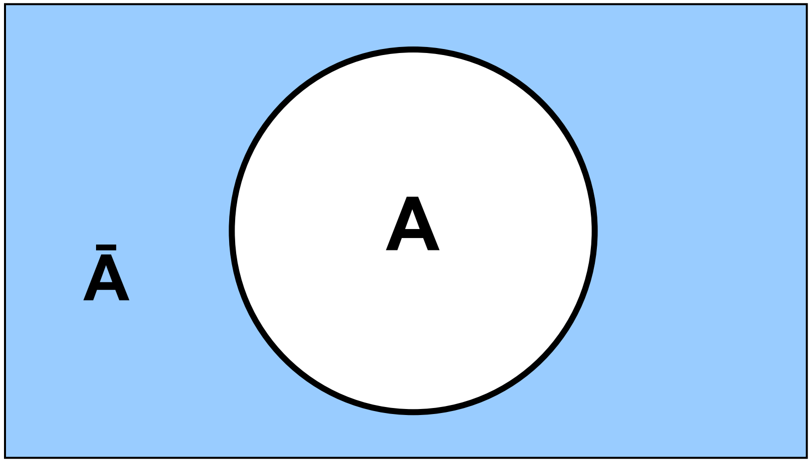
Другое название: ***логическое отрицание.***

Обозначения: **НЕ, ¬ , ‾** .

Таблица истинности:

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Графическое представление



Логические операции имеют следующий приоритет

инверсия — отрицание

↓

конъюнкция — умножение

↓

дизъюнкция — сложение

Построение таблиц истинности для логических выражений

подсчитать n - число переменных в выражении

↓

подсчитать общее число логических операций в выражении

↓

установить последовательность выполнения логических операций

↓

определить число столбцов в таблице

↓

заполнить шапку таблицы, включив в неё переменные и операции

↓

определить число строк в таблице без шапки: $m = 2^n$

↓

выписать наборы входных переменных

↓

провести заполнение таблицы по столбцам, выполняя логические операции в соответствии с установленной последовательностью

Пример построения таблицы истинности

A ∨ ***A*** & ***B***

$n = 2,\ m = 2^2 = 4.$

Приоритет операций: &, V

A	*B*	*A*&*B*	*A*∨*A*&*B*
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

Отрицание

A	Не A
1	0
0	1

Дизъюнкция

A	B	$A \cup B$	A+B	A или B
1	1	1	1	1
1	0	1	1	1
0	1	1	1	1
0	0	0	0	0

Конъюнкция

A	B	$A \cap B$	$A \cdot B$	A и B
1	1	1	1	1
1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	0	0	0

Импликация

A	B	$A \Rightarrow B$	Если A, то B
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	1

Эквивалентность

A	B	$A \Leftrightarrow B$	A тогда и только тогда, когда B
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	1

Законы алгебры-логики

- **Закон исключения третьего**
  - $A \& \bar{A} = 0$
  - $A \vee \bar{A} = 1$
- **Закон повторения**
  - $A \& A = A$
  - $A \vee A = A$
- **Законы операций с 0 и 1**
  - $A \& 0 = 0; \quad A \& 1 = A$
  - $A \vee 0 = A; \quad A \vee 1 = 1$
- **Законы общей инверсии**
  - $\overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$
  - $\bar{\bar{A}} = A$
  - $\overline{A \vee B} = \bar{A} \& \bar{B}$

Конец урока!!!