
СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ. МЕТОДЫ ПЕРЕВОДА ЧИСЕЛ ИЗ ОДНОЙ СИСТЕМЫ В ДРУГУЮ

ЛЕКТОР: ЖИРНОВА Т.А.

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления – это знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.

Все системы счисления делятся на две большие группы:
позиционные и **непозиционные**.

В позиционных системах счисления значение цифры зависит от ее положения в числе, а в непозиционных – не зависит.

Римская непозиционная система

счисления

Самой распространенной из непозиционных систем счисления является римская система счисления. В качестве цифр в римской системе счисления используются буквы.

I	1		C	100
V	5		D	500
X	10		M	1000
L	50			

M	C	M	X	C	V	I	I
1000	100	1000	10	100	5	1	1

$$\text{MCMXCVII} = 1000 + (1000 - 100) + (100 - 10) + 5 + 1 + 1 = 1000 + 900 + 90 + 7 = 1997$$

CM = 900 (т. к. C стоит перед M, мы должны вычесть 1000 - 100)

XC = 90 (т. к. X стоит перед C, мы должны вычесть 100 - 10)

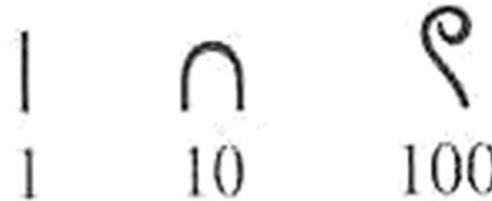
VII = 7 (II стоят после V, значит прибавляем 5+1+1)

M	M	V	I	I	I
1000	1000	5	1	1	1

$$\text{MMVIII} = 1000 + 1000 + 5 + 1 + 1 + 1 = 2008$$

Древнеегипетская десятичная система счисления

В Древнем Египте использовали свои символы (цифры) для обозначения чисел $1, 10, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6, 10^7$. Вот некоторые из них:



Числа в древнеегипетской системе счисления записывали, в виде комбинаций таких символов, и все они повторялись не больше 9 раз. Результатом было сумма элементов числа. Этот метод получения значения свойственен каждой непозиционной системе счисления. Для примера посмотрите на запись числа 345:



ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Первая позиционная система счисления была придумана еще в древнем Вавилоне, причем вавилонская нумерация шестидесятеричной, т.е. ей использовалось шестьдесят цифр. При измерении времени мы до сих пор используем основание, равное 60 (в 1 часе 60 минут, в 1 минуте 60 секунд)

ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Наиболее известна десятичная позиционная система счисления. В 595 году (уже нашей эры) в Индии впервые появилась знакомая всем нам сегодня десятичная система счисления. Знаменитый персидский математик Альхорезми выпустил учебник, в котором изложил основы десятичной системы индусов. После перевода его с арабского языка на латынь и выпуска книги Леонардо Пизано (Фибоначчи) эта система счисления стала доступна европейцам, получив название арабской, т.е. та система счисления, которой мы все с вами пользуемся.

ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

В позиционных системах счисления количественное значение цифры зависит от ее позиции в числе. Каждая позиционная система счисления имеет определенный алфавит цифр и основание. В позиционных системах счисления основание системы равно количеству цифр (знаков в ее алфавите) и определяет, во сколько раз различаются значения цифр соседних разрядов числа.

Система счисления	Основание	Алфавит цифр
Десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двоичная	2	0, 1
Восьмеричная	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Шестнадцатеричная	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A (10), B (11), C (12), D (13), E (14), F (15)

ДЕСЯТИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Наиболее распространенной позиционной системой счисления является десятичная система. Рассмотрим в качестве примера число 555. Цифра 5 встречается трижды, причем самая правая обозначает пять единиц, вторая правая – пять десятков и, третья – пять сотен. Позиция цифры в числе называется разрядом. Разряд числа возрастает справа налево, от младших разрядов к старшим.

ДЕСЯТИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Число 555 записано в свернутой форме. Для записи развернутой формы числа необходимо над каждым числом определить степень основания в которую данное основание системы будет возводиться, начиная с нулевого с самого крайнего целого числа. В развернутой форме записи числа 555 в десятичной системе будет выглядеть следующим образом:

$$555_{10} = 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

ДЕСЯТИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Для записи десятичных дробей используются отрицательные значения степеней основания. Например, число 555,55 в развернутой форме записывается следующим образом:

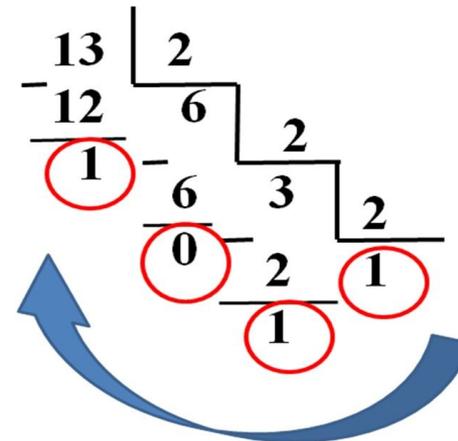
$$555,55_{10} = 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$$

ДВОИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

В двоичной системе счисления основание равно 2, а алфавит состоит из двух цифр (0 и 1). Следовательно, числа в двоичной системе в развернутой форме записываются в виде суммы разряда степеней основания 2 с коэффициентами, в качестве которых выступают цифры 0 или 1.

Перевод числа 13_{10} в двоичную систему счисления.

$$13_{10} = 1101_2$$



ВОСЬМЕРИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

В восьмеричной системе счисления основание равно 8, тогда записанное в свернутой форме восьмеричное число $A_8 = 673,2_8$ в развернутой форме будет иметь вид:

$$A_8 = 6 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 + 2 \cdot 8^{-1}$$

ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

В шестнадцатеричной системе счисления основание равно 16, тогда записанное в свернутой форме восьмеричное число $A_{16} = 8A, F_8$ в развернутой форме будет иметь вид:

$$A_8 = 8 \cdot 16^1 + A \cdot 16^0 + F \cdot 16^{-1}$$

ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ОСНОВАНИЕМ

В общем случае в системе счисления с основанием q запись числа A_q , которое содержит n целых разрядов числа и m дробных разрядов числа, производится следующим образом

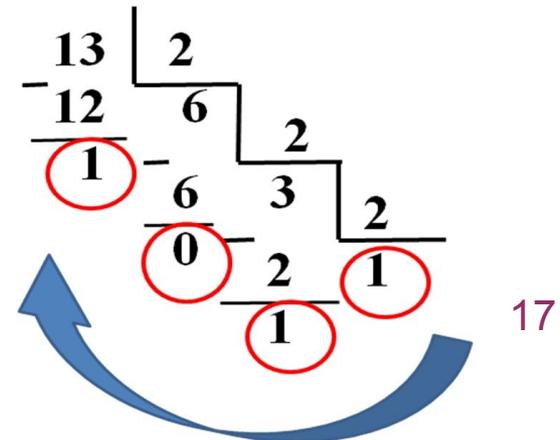
$$A_2 = a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + a_{-2} \times q^{-2} + \dots + a_{-m} \times q^{-m}$$

ПЕРЕВОД ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ ИЗ ДЕСЯТИЧНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Для перевода чисел из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления необходимо последовательно выполнять деление исходного целого числа десятичной системы счисления на основание требуемой системы счисления и получаемых целых частных до тех пор, пока не получится частное меньше делителя, т.е. требуемого основания.

Перевод числа 13_{10} в двоичную систему счисления.

$$13_{10} = 1101_2$$



<p>Перевод числа 2910 в двоичную систему счисления. Полученные остатки записываются в обратном порядке, начиная с последнего частного, следовательно:</p>	29	2			
	28	14	2		
	1	14	7	2	
		0	6	3	2
			1	2	1
				1	
<p>Перевод числа 2910 в восьмеричную систему счисления. Полученные остатки записываются в обратном порядке, начиная с последнего частного, следовательно:</p>	29	8			
	24	3			
	5				
<p>Перевод числа 2910 в шестнадцатеричную систему счисления. Полученные остатки записываются в обратном порядке, начиная с последнего частного, следовательно:</p>	29	16			
	16	1			
	13				

Перевод дроби $0,375_{10}$ в двоичную систему счисления.	0,	3	7	5
				2
	0,	7	5	0
			2	
	1,	5	0	0
		2		
	1,	0	0	0
Перевод дроби $0,375_{10}$ в восьмеричную систему счисления.	0,	3	7	5
				8
	3,	0	0	0
Перевод дроби $0,375_{10}$ в шестнадцатеричную систему счисления.	0,	3	7	5
			1	6
	2	2	5	0
	3	7	5	
	6,	0	0	0