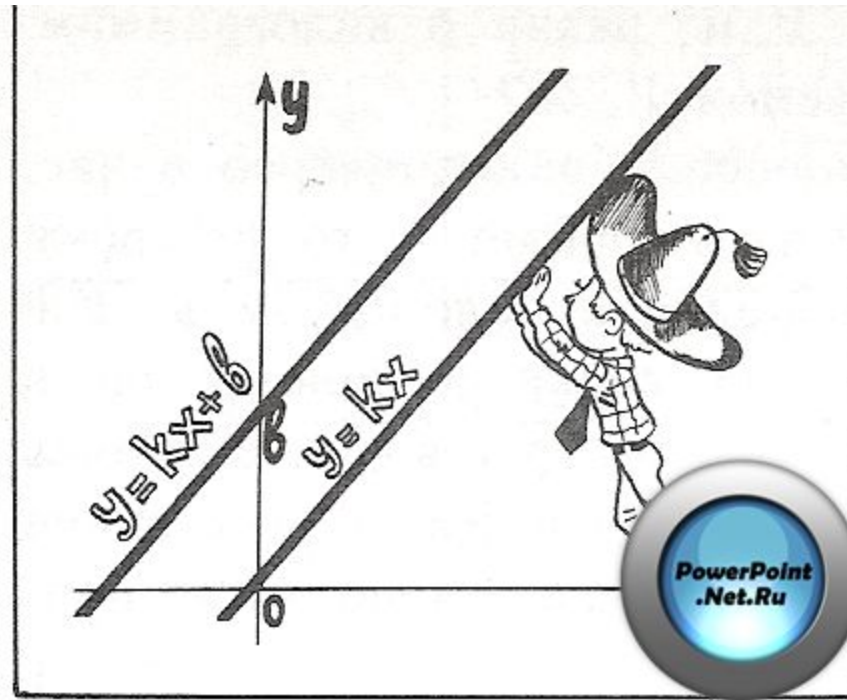


Способы задания функции и ее свойства



ЦЕЛЬ: углубить знания о функциях, способах их задания, простейших свойствах; изучить понятие обратной функции и научиться их находить

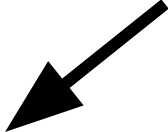
План лекции:

- 1. Функция**
- 2. Способы задания функции**
- 3. Область определения функции**
- 4. Множество значений функции**
- 5. Обратная функция**

ФУНКЦИЯ

Зависимость переменной y от переменной x , при которой каждому значению переменной x соответствует единственное значение y , называют функцией.

Обозначение функции


$$y = f(x)$$


$$y = \varphi(x)$$

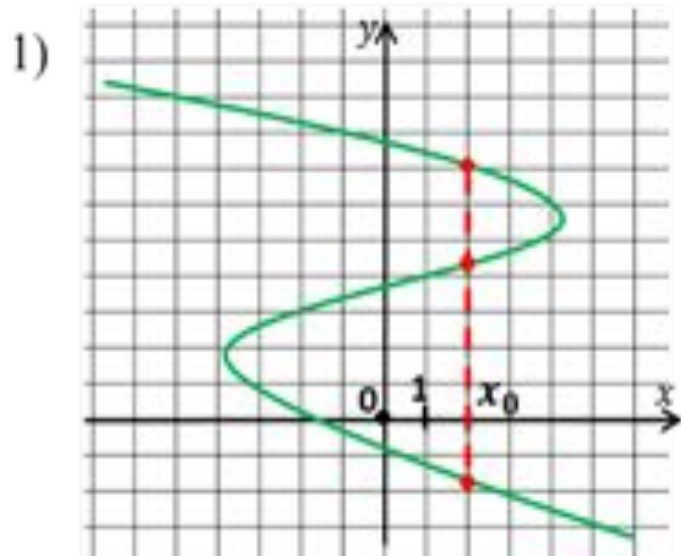

$$y = g(x)$$

x - независимая переменная, или аргумент

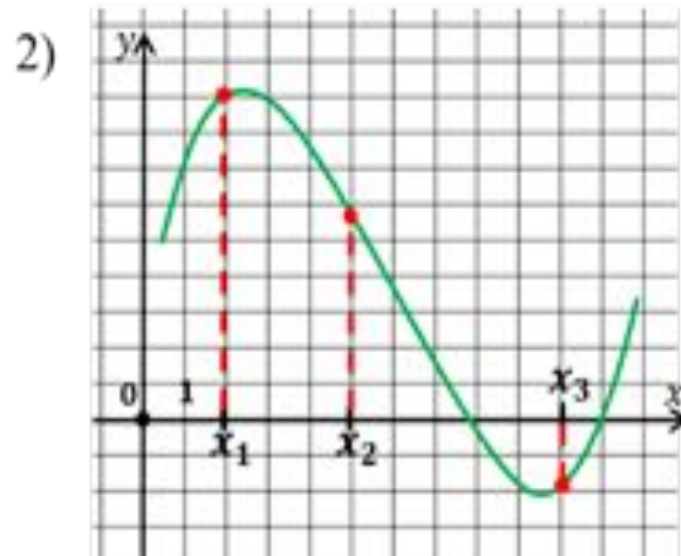
y – зависимая переменная, или функция

f, φ, g - правило, или закономерность

В определении сказано, что только та зависимость является функцией, у которой каждому значению аргумента соответствует **единственное значение** функции.

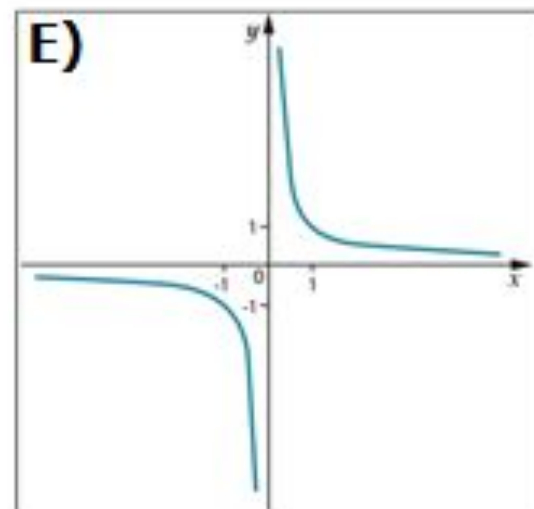
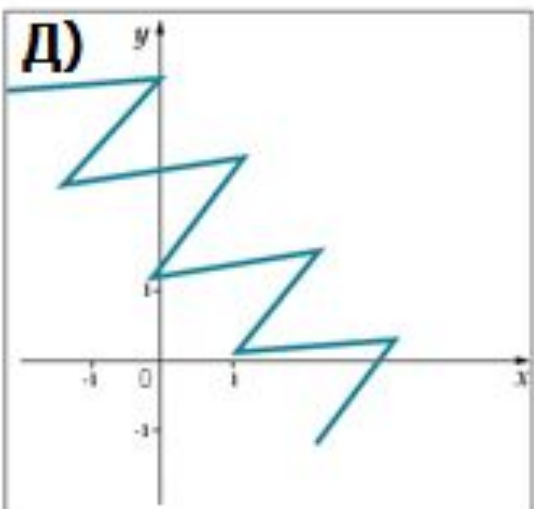
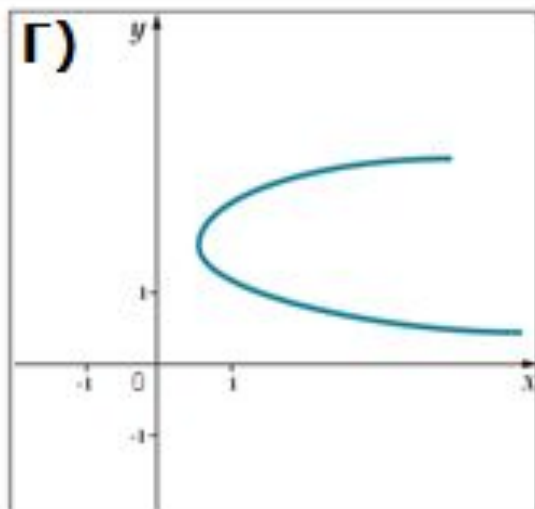
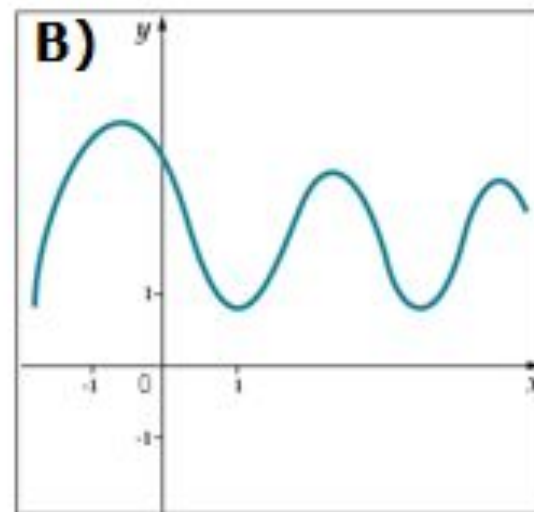
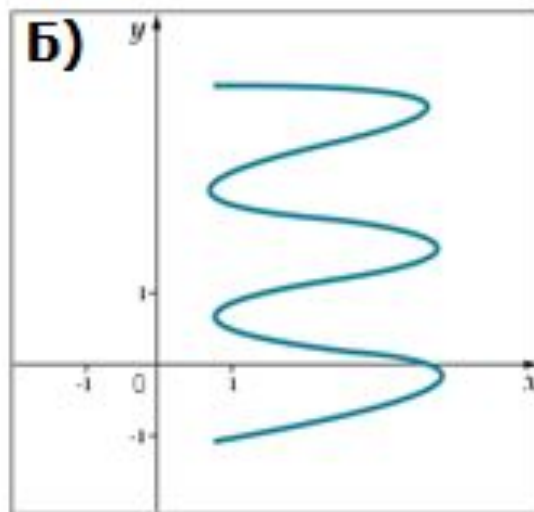
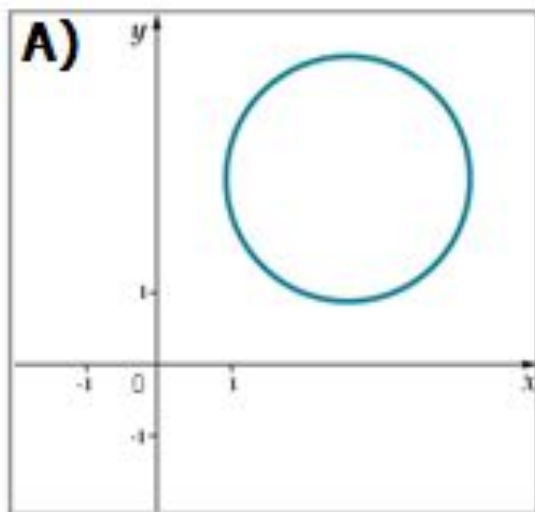


НЕ ЯВЛЯЕТСЯ ФУНКЦИЕЙ



ЯВЛЯЕТСЯ ФУНКЦИЕЙ

Среди данных графиков, найдите график функции:



СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ФУНКЦИИ

Что значит задать функцию?

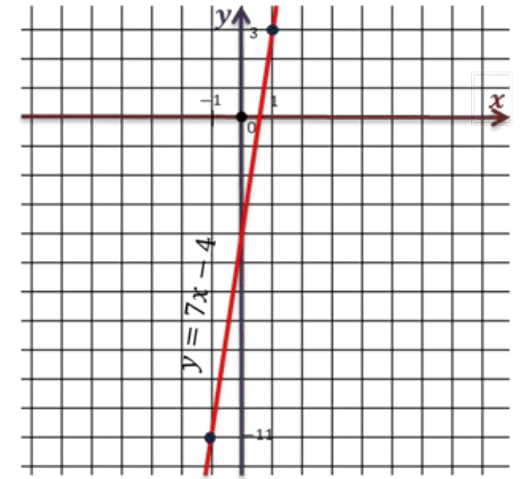
Указать правило, которое позволяет произвольно выбранному значению x из области определения функции найти соответствующее значение y

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ФУНКЦИИ

СЛОВЕСНЫЙ

«Функция равна 1, если x – рациональное число; функция равна 0, если x – иррациональное число».

ГРАФИЧЕСКИЙ



ТАБЛИЧНЫЙ

АНАЛИТИЧЕСКИЙ

$$V = abc$$

$$y(x) = x + 1$$

x	1	2	3	4	5	6
y	230	270	310	300	360	340

НАХОЖДЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ

Функция может принимать различные значения в зависимости от значения аргумента

Пример. Найдём значение каждой функции при заданном значении аргумента.

$$1) f(x) = 2x^3 - 1 \text{ при } x = 0,$$

$$f(0) = 2 \cdot 0^3 - 1 = 0 - 1 = -1.$$

$$f(0) = -1$$

$$2) q(x) = \frac{7}{2x+1} \text{ при } x = 3,$$

$$q(3) = \frac{7}{2 \cdot 3 + 1} = \frac{7}{7} = 1.$$

$$q(3) = 1$$

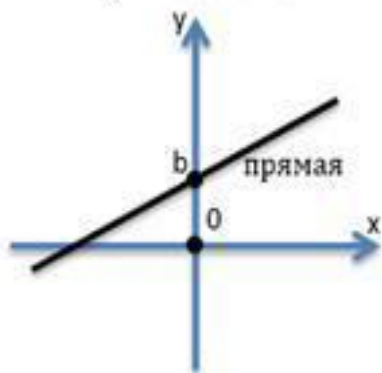
$$3) \varphi(x) = \frac{1}{2}x - 5 \text{ при } x = 4,$$

$$\varphi(4) = \frac{1}{2} \cdot 4 - 5 = 2 - 5 = -3.$$

$$\varphi(4) = -3$$

Ранее вами были изучены несколько важных функций. Вспомним их.

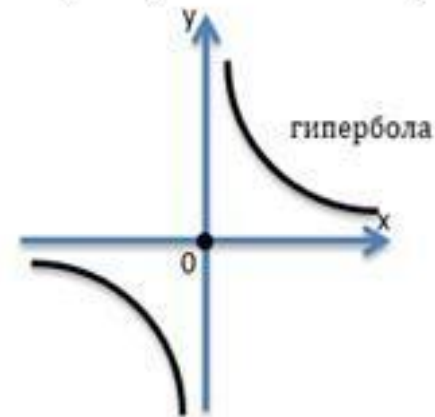
Линейная функция
 $y = kx + b$



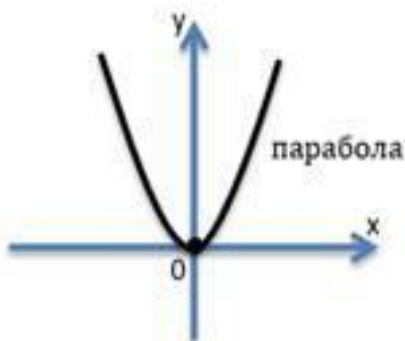
Прямая пропорциональность
 $y = kx$



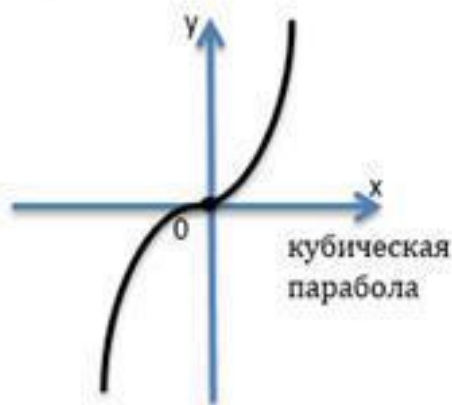
Обратная пропорциональность $y = \frac{k}{x}$



Функция $y = x^2$



Функция $y = x^3$



Функция $y = \sqrt{x}$

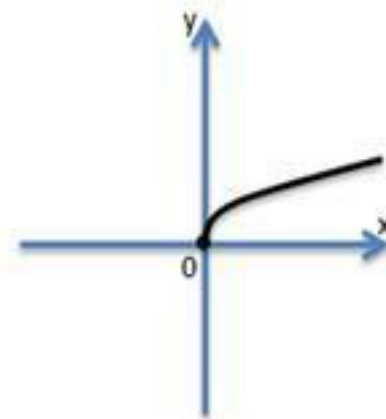


ГРАФИК ФУНКЦИИ И ЕГО ПОСТРОЕНИЕ

Графиком функции f называют множество всех точек $(x; y)$ координатной плоскости, где $y = f(x)$, а x «пробегает» всю область определения функции f .

$$f(x) = 7x - 4$$

Это линейная функция, графиком как вы помните, является прямая.

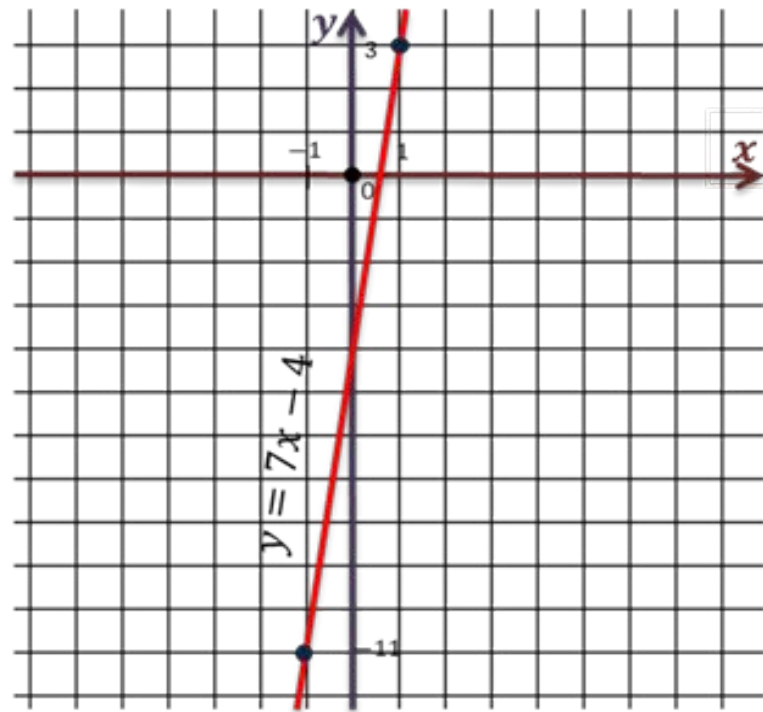
Для изображения прямой достаточно двух точек.

$$\begin{array}{ll} x = 1: & (1; 3) \\ f(1) = 7 \cdot 1 - 4 = 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} x = -1: & (-1; -11) \\ f(-1) = 7 \cdot (-1) - 4 = -11 & \end{array}$$

Получаем точки с координатами $(1; 3)$ и $(-1; -11)$.

Проведём прямую через полученные точки.

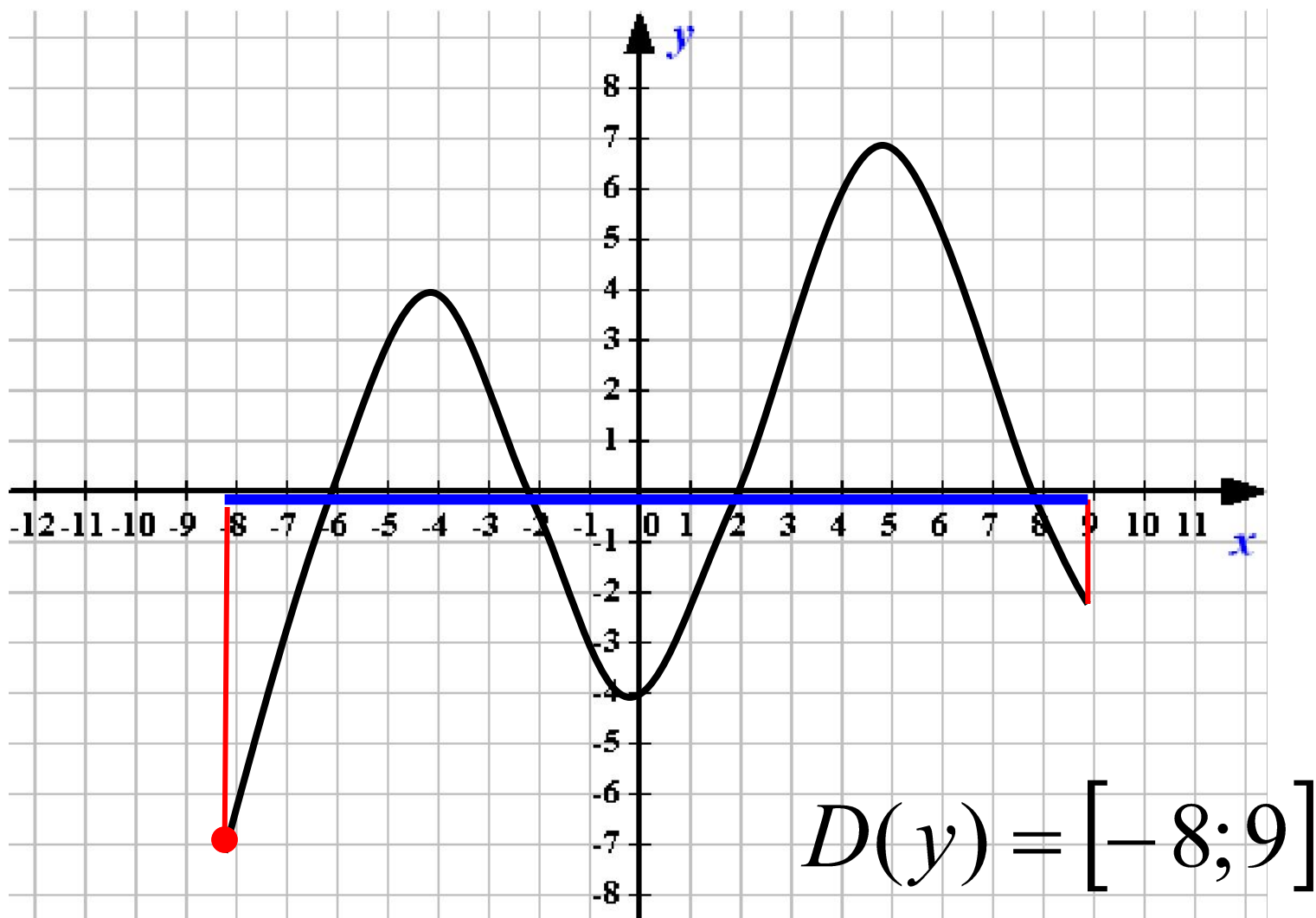


ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ

Область определения функции $D(y)$ - это множество всех допустимых значений аргумента x (независимой переменной x), при которых выражение, стоящее в правой части уравнения функции $y = f(x)$ имеет смысл.

Другими словами, это область допустимых значений выражения $f(x)$.

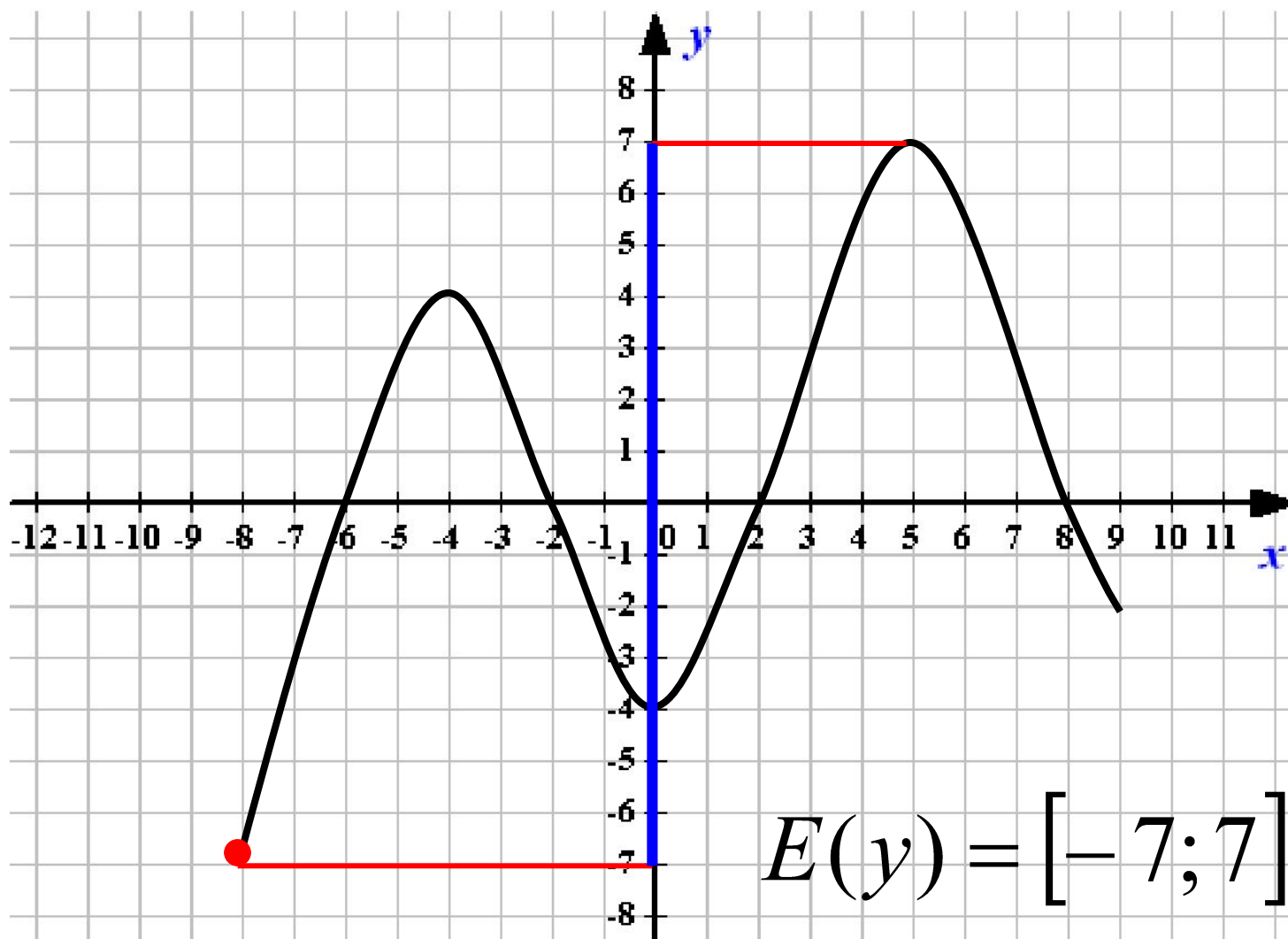
ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ



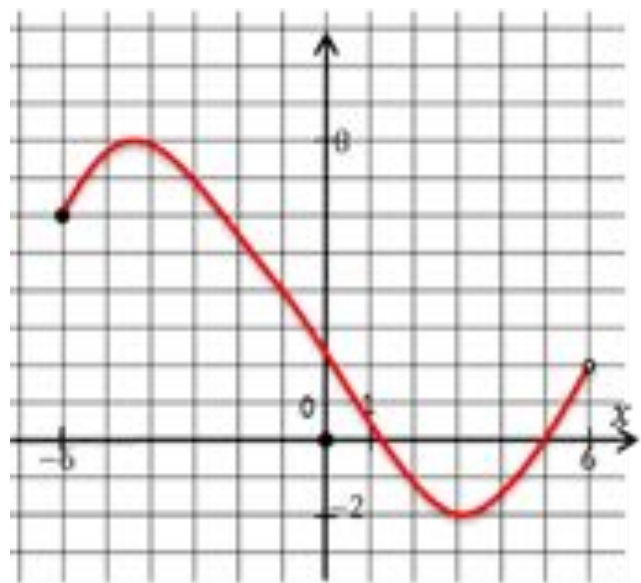
МНОЖЕСТВО ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ

Множество, состоящее из всех чисел $f(x)$, таких, что x принадлежит области определения функции f , называют **множеством значений функции f** и обозначают $E(y)$.

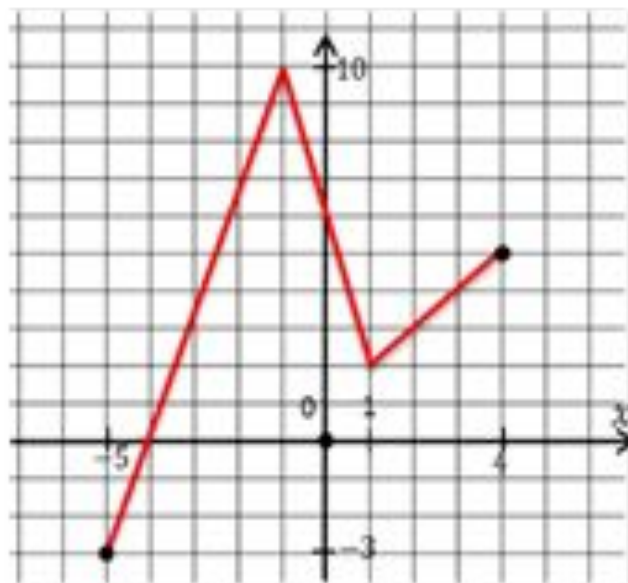
МНОЖЕСТВО ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ



Потренируемся находить область определения и область значений функции по её графику



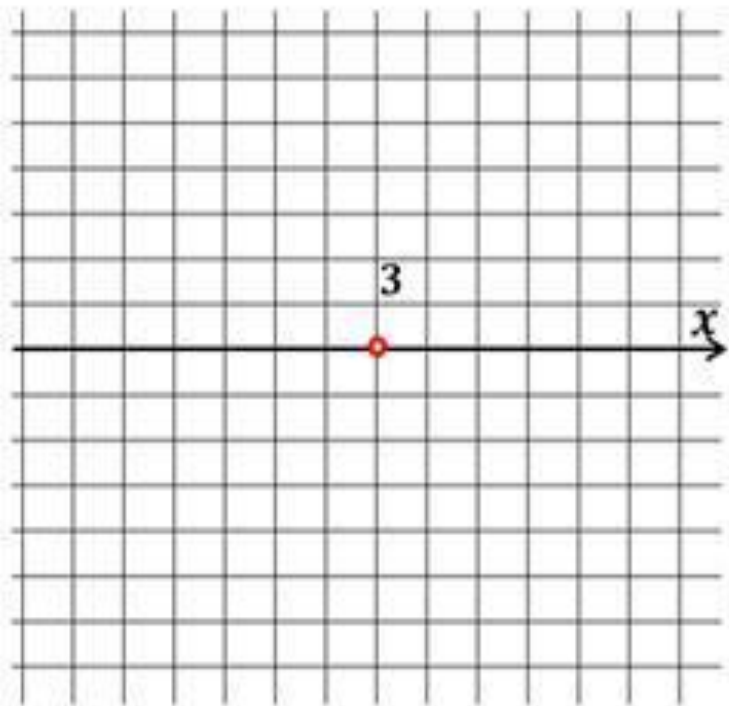
$$D(y) = [-6; 6),$$
$$E(y) = [-2; 8].$$



$$D(y) = [-5; 4],$$
$$E(y) = [-3; 10].$$

Область определения можно находить не только по графику функции, но и по формуле, с помощью которой задана функция.

$$f(x) = \frac{x+5}{3-x}$$



$$f(x) = \frac{x+5}{3-x}$$

$$D(f): \quad \begin{array}{l} 3 - x \neq 0 \\ x \neq 3 \end{array}$$

$$x \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty),$$

$$D(f) = (-\infty; 3) \cup (3; +\infty),$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; 3) \cup (3; +\infty).$$

Пример. Найдем область определения каждой из функции

$$\text{a) } f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x+3}$$

Пример. Найдем область определения каждой из функции

$$\text{a) } f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x+3}$$

Пример. Найдем область определения каждой из функции

$$\text{a) } f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x+3}$$

Пример. Найдем область определения каждой из функции

$$\text{a) } f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x+3}$$

Пример. Найдем область определения каждой из функции

Пример. Найдем область определения каждой из функции

$$) f(x) = \frac{x-1}{x^2-9}$$

По определению квадратного корня выражение $x^2 - 9$ не может быть отрицательным числом.

Решением неравенства есть $x^2 - 9 < 0$ является промежуток $(-3; 3)$.

Пример. Найдем область определения каждой из функции

a) $f(x) = \frac{x-1}{x^2-9}$

Пример. Найдем область определения каждой из функции

Пример. Найдем область определения каждой из функции

$$\text{a) } f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x+3}$$

ПРОВЕРЬ СЕБЯ: определи область определения для каждой функции

$$y = \frac{x-1}{(x+2)(x-3)}$$

$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

$$y = x^2 - 3x + 4$$

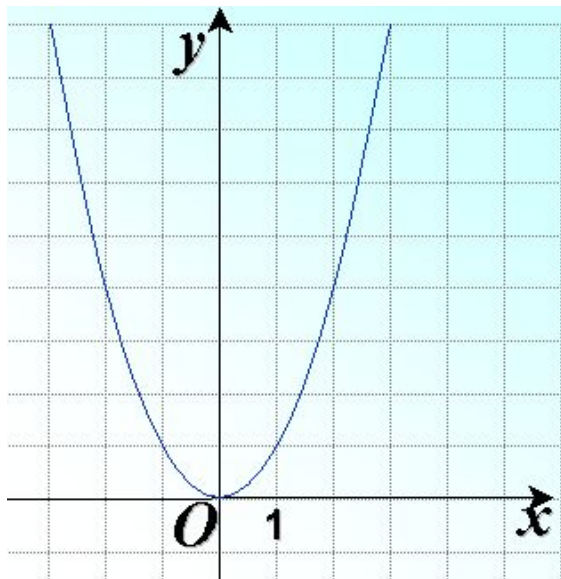
$$D(y) = (-\infty; 0] \cup (2; +\infty)$$

$$y = \sqrt{\frac{x}{x-2}}$$

$$D(y) : x \neq -2; x \neq 3$$

ЗАПОМНИ!!!

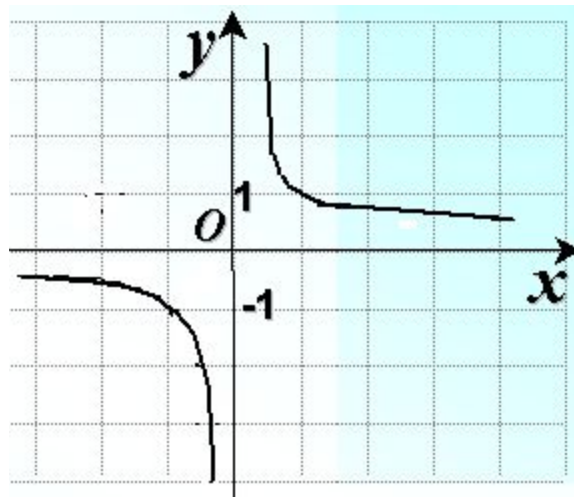
1. $y = x^2$



$$D(f) = (-\infty; +\infty)$$

$$E(f) = [0; \infty)$$

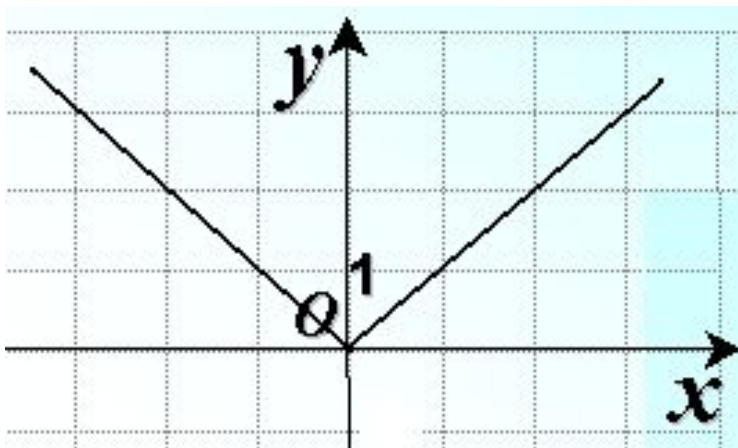
2. $y = \frac{1}{x}$



$$D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$$

$$E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$$

3. $y = |x|$



$$D(f) = (-\infty; +\infty)$$

$$E(f) = [0; \infty)$$

4. $y = \sqrt{x}$



$$D(f) = [0; +\infty)$$

$$E(f) = [0; +\infty)$$

ОБРАТНАЯ ФУНКЦИЯ

Обратная функция — функция $y = g(x)$, которая получается из данной функции $y = f(x)$, если из отношения $x = f(y)$ выразить y через x .

**Чтобы для данной функции $y = f(x)$
найти обратную, надо:**

- 1. В соотношении $y = f(x)$ заменить x на y ,
а y — на x : $x = f(y)$.**
- 2. В полученном выражении $x = f(y)$
выразить y через x .**

Пример. Найдем область определения каждой из функции

$$а) f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x+3}$$

Пример. Найдем область определения каждой из функции

$$a) f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x+3}$$