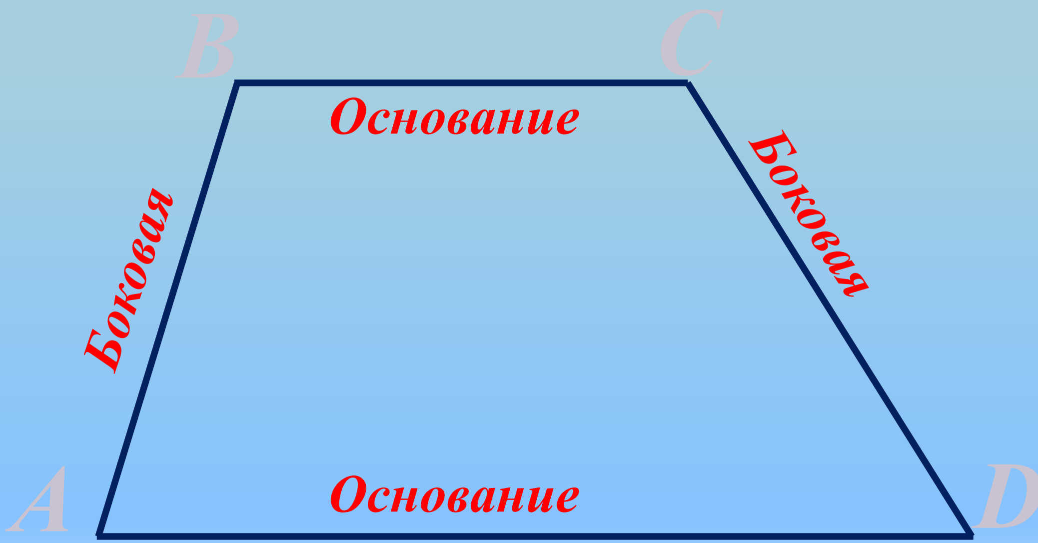
26.09

ТРАПЕЦИЯ



Трапецией называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны.

***ABCD – трапеция,* если**

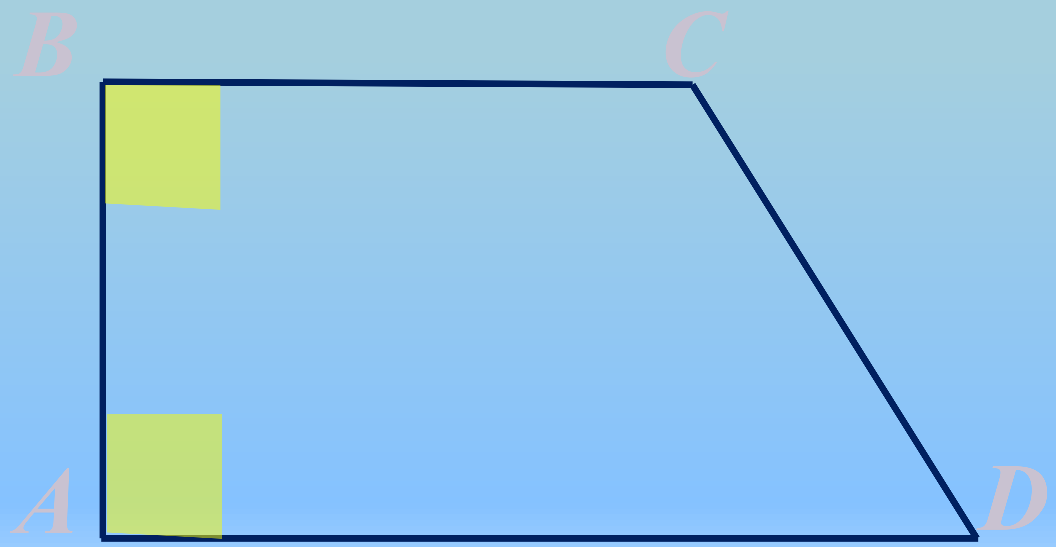
BC ∥ AD,

AB и CD – боковые стороны,

BC и AD – основания.

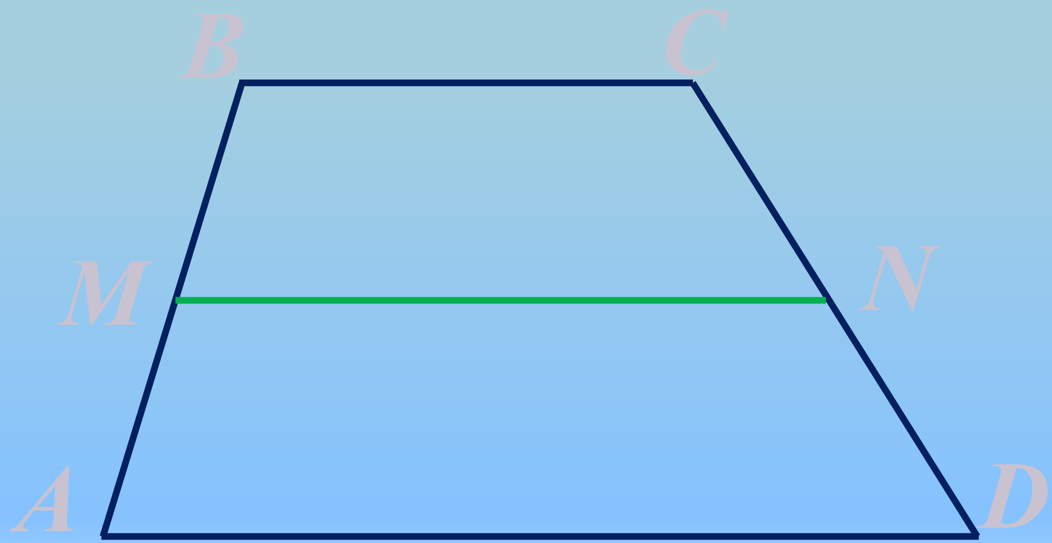
Трапеция называется равнобедренной, если ее боковые стороны равны.

ABCD – равнобедренная трапеция, если BC ∥ AD, AB = CD – боковые стороны.



Трапеция называется прямоугольной, если один из углов прямой.

ABCD – прямоугольная трапеция, если
BC ∥ AD,
∠A = 90° или ∠B= 90°.



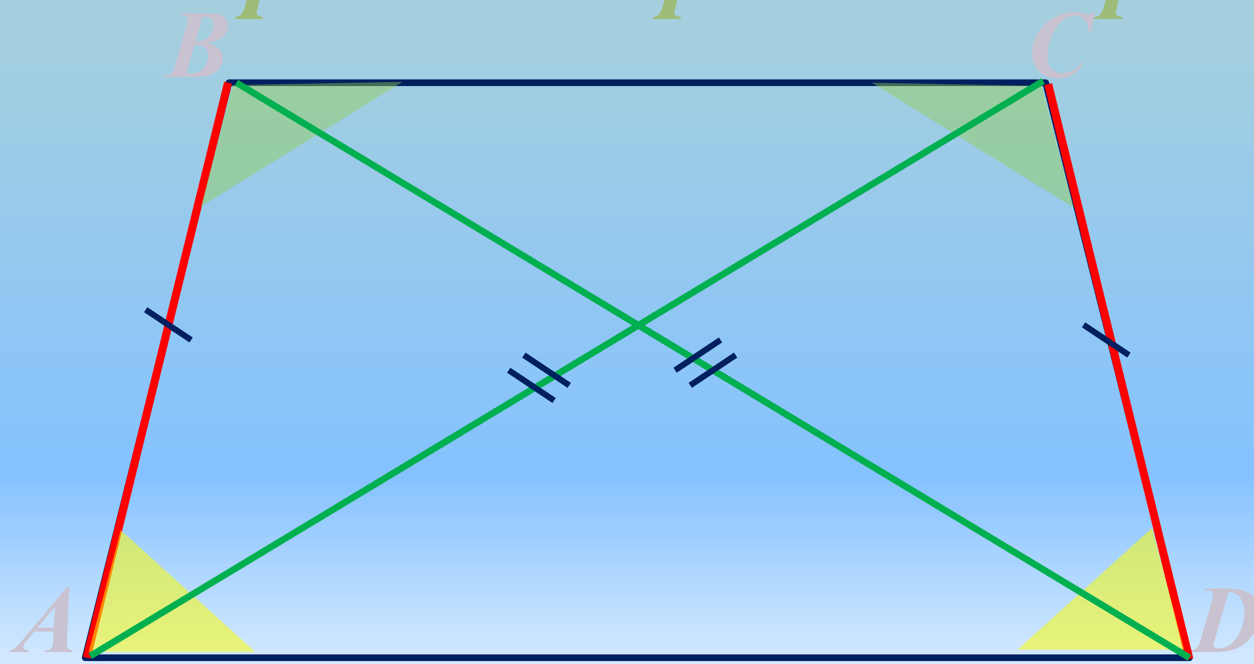
M – середина AB

N – середина CD

MN – средняя линия трапеции

$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Свойства равнобедренной трапеции



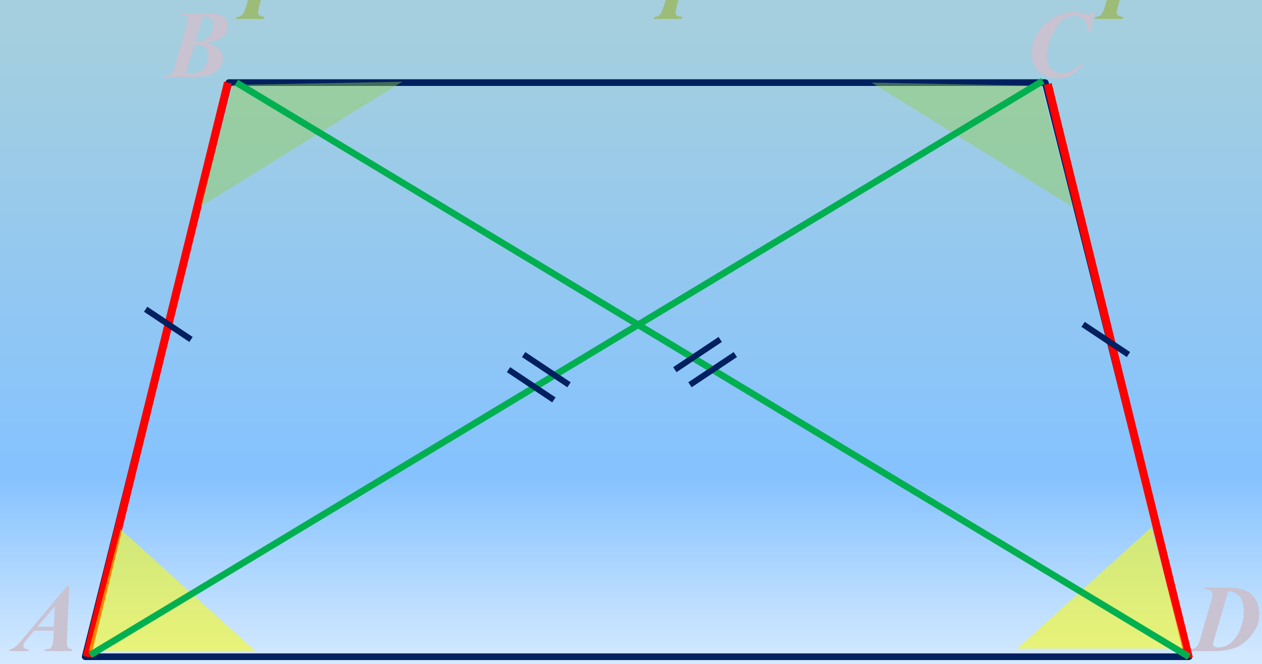
1. В равнобедренной трапеции диагонали равны.

2. В равнобедренной трапеции углы при каждом основании равны.

BD = AC* – *диагонали трапеции

∠A = ∠D, ∠B = ∠C* – *углы при основаниях

Признаки равнобедренной трапеции



1. Если диагонали трапеции равны, то она равнобедренная.

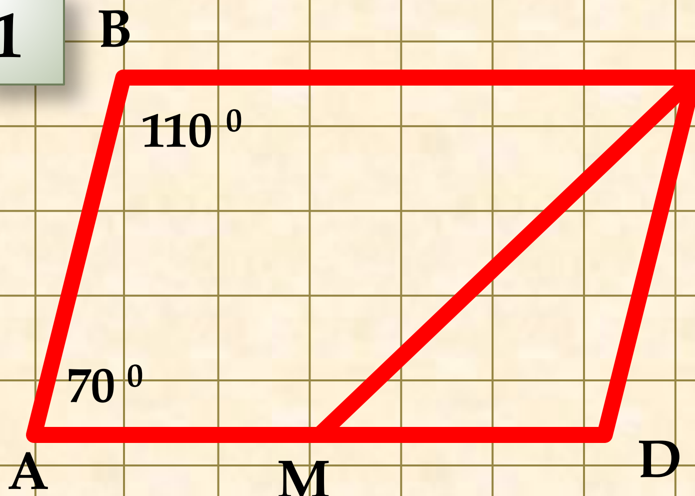
2. Если углы при основании трапеции равны, то она равнобедренная.

BD = AC – ***диагонали трапеции***

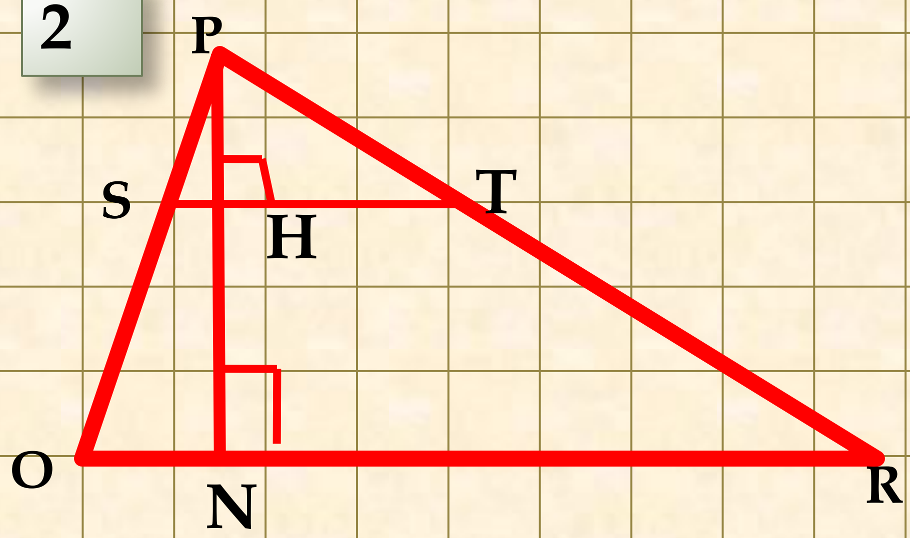
$\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle C$ – ***углы при основаниях***

Какие четырехугольники на рисунке являются трапециями? Назовите их основания и боковые стороны.

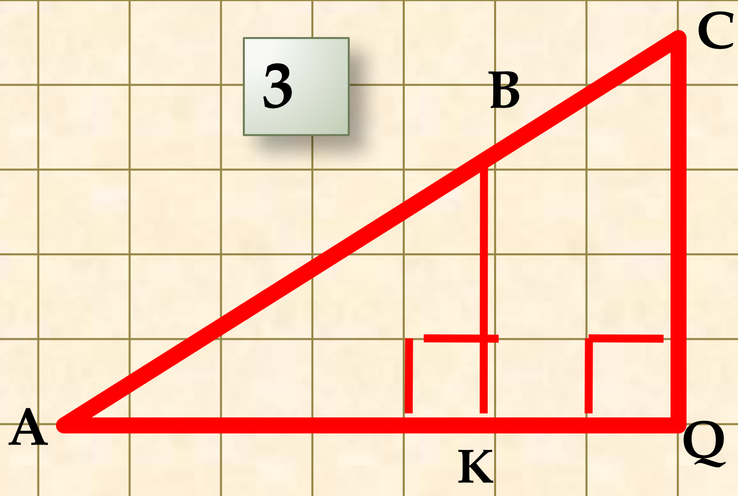
1



2



3

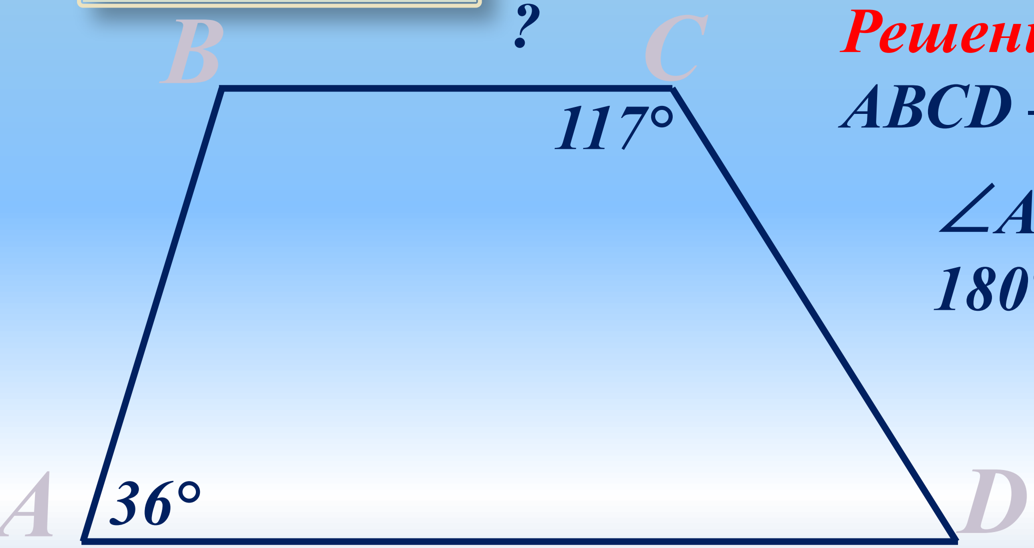


1

Задача № 387

Дано: *ABCD – трапеция, ∠A = 36°, ∠C = 117°*

Найти: *∠B = ?, ∠D = ?*



Решение

ABCD – трапеция, то BC ∥ AD.

∠A + ∠B = 180°

36° + ∠B = 180°

∠B = 180° - 36°

∠B = 144°

∠C + ∠D = 180°

∠117° + ∠D = 180°

∠D = 180° - ∠117°

∠D = 63°

Ответ: *∠B = 144°, ∠D = 63°*

2

Задача № 390

Дано: *ABCD – равнобокая трапеция, $\angle A = 68°$,*

Найти: *$\angle B$ = ?, $\angle C$ -?, $\angle D$ = ?*

Решение

Если ABCD – равнобокая трапеция, то $\angle A = \angle D = 68°$,

$\angle 68° + \angle B = 180°$

$\angle B = 180° - \angle 68°$

$\angle B = 112°$

$\angle B = \angle C = 112°$,

Ответ: *$\angle D = 68°$,* *$\angle B = 112°$,* *$\angle C = 112°$.*

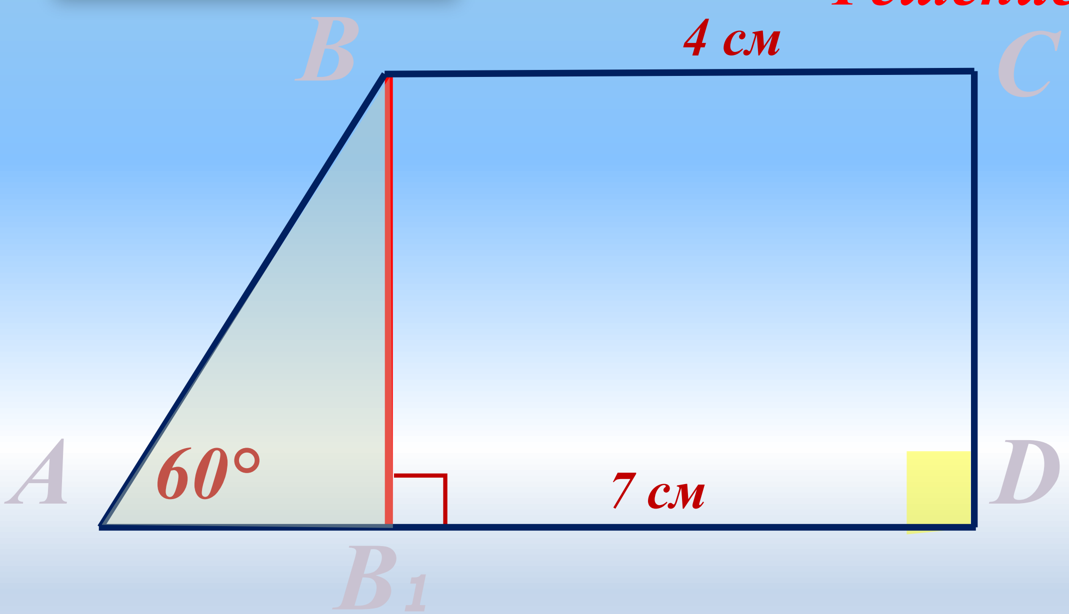
3

Задача 392(а)

Дано: $ABCD$ – прямоугольная трапеция, $\angle D = 90°$, $BC = 4$ см, $AD = 7$ см, $\angle A = 60°$

Найти: AB - ?

Решение



Проведем $BB_1 \perp AD$

$AB_1 = AD - B_1D$

$AB_1 = 7 - 4 = 3$ (см)

Рассмотрим ΔABB_1:

$\angle A = 60°$ - по условию,

$\angle B_1 = 90°$ так как $BB_1 \perp AD$, то $\angle B = 30°$

$AB_1 = \frac{1}{2}AB$ – по свойству прямоугольного треугольника,

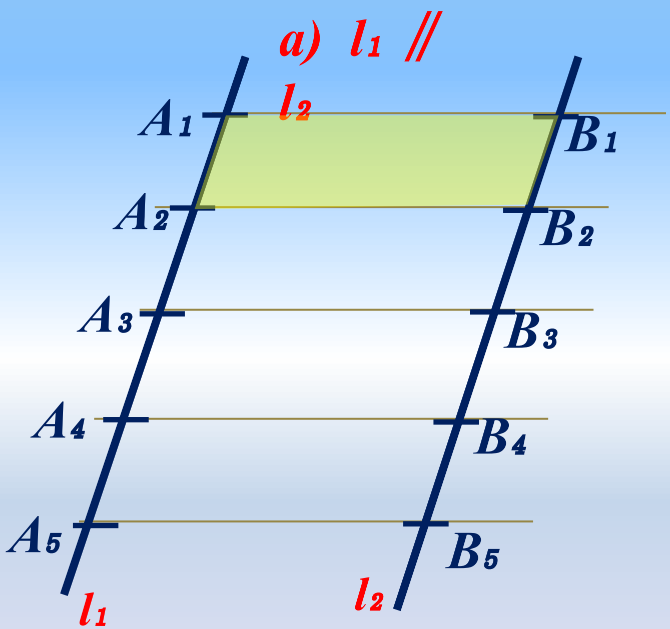
$AB = 3 \cdot 2 = 6$ (см). **Ответ:** 6 (см).

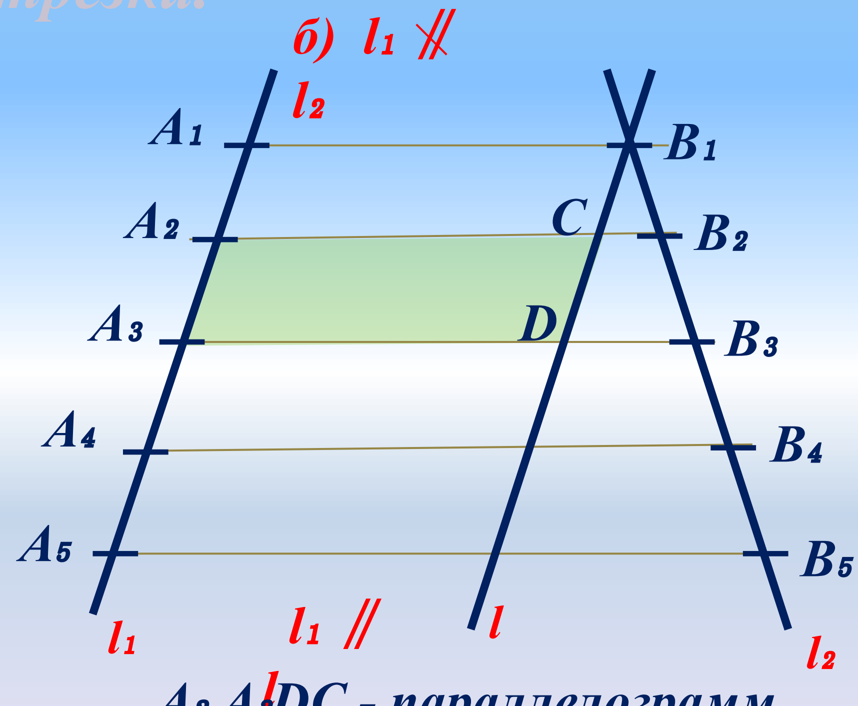
Домашнее задание

П. 44 выучить
определения
№ 388, 392(а)

Теорема Фалеса

Если на одной из двух прямых отложить последовательно равных несколько отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.





$A_1A_2B_2B_1$ - параллелограмм

A_2A_3DC - параллелограмм

$$A_1A_2 = B_1B_2$$

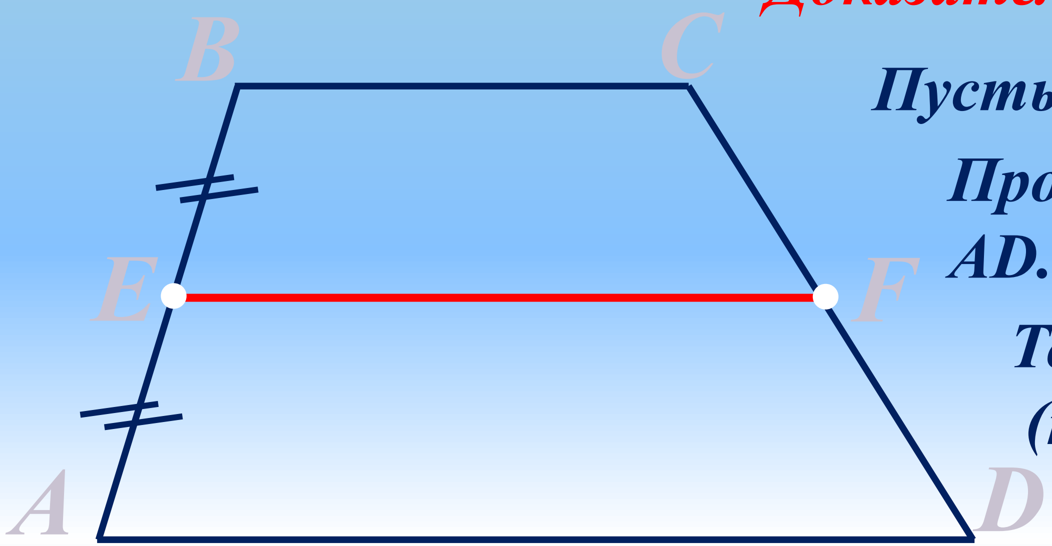
$$A_2A_3 = CD \qquad A_2A_3 = B_2B_3$$

4

Задача

Докажите, что отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции, параллелен основаниям трапеции.

Доказательство



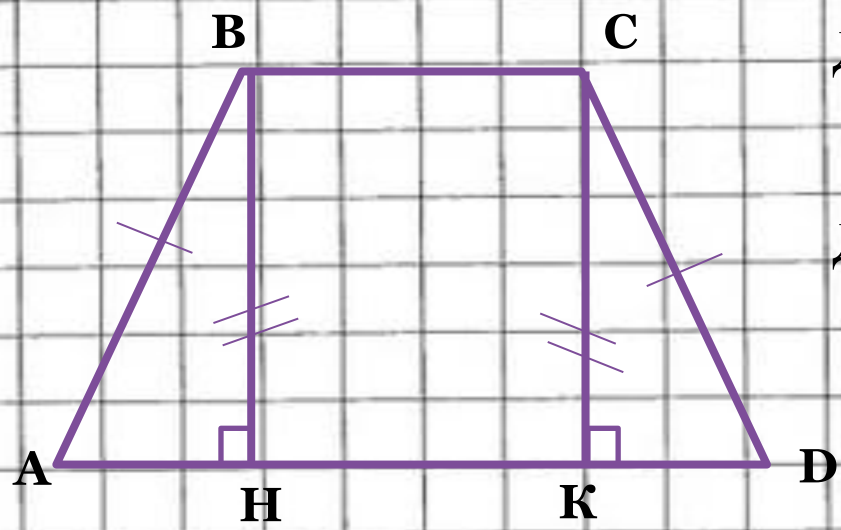
Пусть E – середина AB.

Проведем EF ∥ BC ∥ AD.

Точка F – середина CD (по теореме Фалеса).

Докажем, что EF - единственный

Через точки E и F можно провести только одну прямую (аксиома) т. е. отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции ABCD параллелен основаниям, ч. т. д.



Дано: ABCD – трапеция
AB=CD

Доказать: $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle C$

Доказательство:

1. Проведем $BH\perp AD$ и $CK\perp AD$.
2. BH=CK –расстояние между параллельными прямыми.
3. $\Delta ABH=\Delta DCK$ (по гипотенузе и катету), отсюда $\angle A=\angle D$.
4. $\angle ABC=180^0-\angle D$ (как внутренние односторонние при $BC \parallel AD$). Значит, $\angle ABC=\angle DCB$.

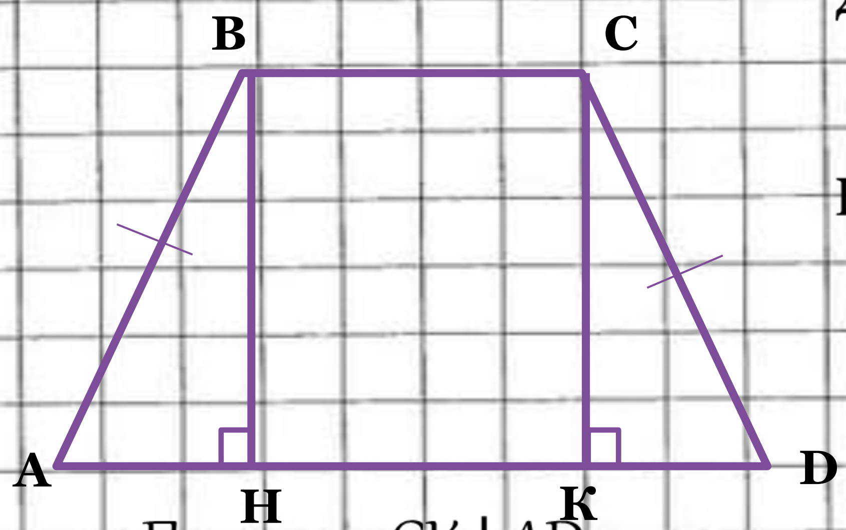
Ч.т.д

Дано: ABCD – трапеция

AB=CD

BH ⊥ AD, AD=a, BC=b

Найти: AH=$\frac{a-b}{2}$, KD=$\frac{a+b}{2}$



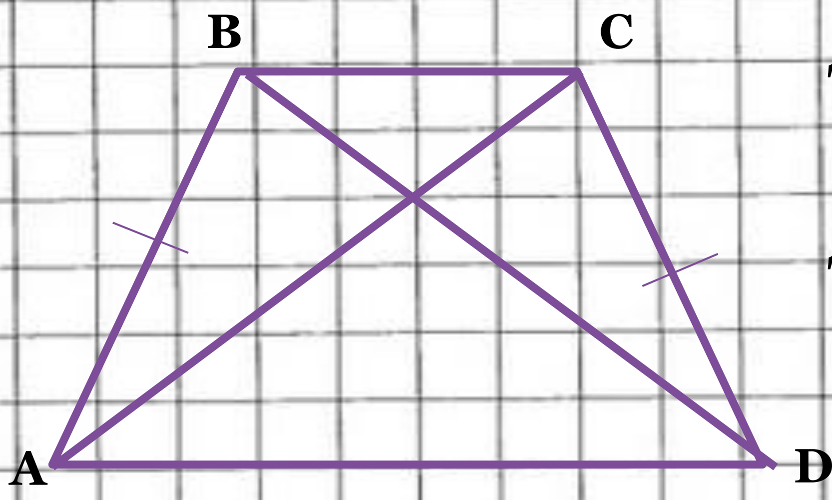
Решение:

1. Проведем CK⊥AD .
2. BHCK –прямоугольник, отсюда HK=BC=в, тогда

AH=DK=$\frac{AD-HK}{2}=\frac{a-b}{2}$.

HD=HK+KD=$b+\frac{a-b}{2}=\frac{2b+a-b}{2}=\frac{a+b}{2}$.

Ч.т.д



Дано: ABCD – трапеция

AB=CD

Доказать: BD=AC

Доказательство:

1. Рассмотрим ΔABD и ΔACD.

AB=CD (по условию), AD – общая сторона.

∠BAD=∠ADC (как углы при основании равнобокой трапеции).

Тогда ΔABD=ΔDCA (по I признаку равенства треугольников).

2. Отсюда следует, AC=BD.

Ч.т.д