

Тестовые задания

Модой M_0 называют варианту, которая имеет наибольшую частоту.

Пример 1.

Варианта	1	4	7	9
Частота	5	1	20	6

Ответ: **Мода равна 7**

Пример 2.

Мода вариационного ряда 5; 8; 8; 9; 10; 11; 13 равна:

Ответ: **Мода равна 8**

Медианой m_e называют варианту, которая делит вариационный ряд на 2 части, равные по числу вариант.

Если число вариант нечетно, т.е. $n=2k+1$, то $m_e = x_{k+1}$, при четном $n=2k$ медиана

$$m_e = \frac{x_k + x_{k+1}}{2}$$

Пример 1. Для ряда 2, 3, 5, 6, 7 медиана равна 5

Пример 2. Для ряда 2, 3, 5, 6, 7, 9 медиана равна

$$m_e = \frac{5 + 6}{2} = 5,5$$

Пример 3. Медиана вариационного ряда 11, 13, 13, 14, 15, x_6 , 18, 19, 21, 24, 25, 25 равна 17. Тогда значение варианты x_6 равно ... **16, 17, 18, 15**

Решение:

$$17 = \frac{x_6 + 18}{2} \Rightarrow x_6 = 16$$

Пример 4. Медиана вариационного ряда 5, 7, 9, 12, 12, 15, 16, 17, 18, 19, 21 равна ... **15, 12, 16, 13**

Ответ: 15. Медиана-это середина ряда

Размахом варьирования R называют разность между наибольшей и наименьшей вариантами:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Пример 1. Для ряда 1, 3, 4, 5, 6, 10 размах равен $10-1=9$

Пример 2. Размах варьирования вариационного ряда 2, 3, 4, 5, 5, 7, 9, 10, 12, 14, x_{11} равен 15. Тогда значение x_{11} равно ... **17, 13, 15, 11**

Решение: $15 = x_{11} - 2$

$$\underline{\underline{x_{11}=17}}$$

Пример 1. Точечная оценка вероятности биномиально распределенного количественного признака равна 0,38. Тогда его интервальная оценка может иметь вид ...

1). (0,25;0,51)

2). (-0,06;0,81)

3). (0,38;0,51)

4). (0,29;0,49)

Ответ: 1). (0,25;0,51), т.к. $(0,25+0,51)/2=0,38$

2). Дан доверительный интервал $(12,02; 16,28)$ для оценки математического ожидания нормально распределенного количественного признака. Тогда при уменьшении объема выборки этот доверительный интервал может принять вид ...

1). $(11,71; 16,59)$ 2). $(12,52; 15,78)$

3). $(12,02; 16,92)$ 4). $(9,89; 16,28)$

Решение: Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормально распределенного количественного признака можно представить в виде симметричного интервала $(\bar{x} - t_{\alpha/2} \cdot \sigma, \bar{x} + t_{\alpha/2} \cdot \sigma)$, где точечная оценка математического ожидания $\bar{x} = 14,15$ а точность оценки $\sigma = 2,13$. В случае уменьшения объема выборки точность оценки ухудшается, то есть значение $t_{\alpha/2}$ будет больше 2,13.

Ответ: 1). $(11,71; 16,59)$

1). Соотношением вида
можно определить: $P(K < -2,78) + P(K > 2,78) = 0,01$

-)Двустороннюю критическую область;
-)Левостороннюю критическую область;
-)Правостороннюю критическую область;
-)Область принятия гипотезы

Ответ:

- 1) Двустороннюю критическую область;**

2). Соотношением вида $P(K < -2,09) = 0,025$ можно определить:

- 1)Двустороннюю критическую область;
- 2)Левостороннюю критическую область;
- 3)Правостороннюю критическую область;
- 4)Область принятия гипотезы

Ответ:

- 1) Левостороннюю критическую область;**

3). Двусторонняя критическая область может определяться из соотношения ...

1). $P(K < -2,02) + P(K > 2,02) = 0,05$

2). $P(K < -2,02) = 0,05$

3). $P(K > 2,02) = 0,05$

4). $P(-2,02 < K < 2,02) = 0,05$

Ответ: 1). $P(K < -2,02) + P(K > 2,02) = 0,05$

Двусторонней называют область вида

$$P(K < K_{кр}) + P(K > K_{кр}) = \alpha$$

1). Выборочное уравнение прямой линии регрессии X на Y имеет вид $X = -4,72 + 2,36Y$. Тогда выборочный коэффициент корреляции может быть равен ...

- | | |
|----------|-----------|
| 1). 0,71 | 2). -0,50 |
| 3). 2,36 | 4). -2,0 |

Ответ: По свойствам коэффициента корреляции 1). 0,71

2). При построении выборочного уравнения парной регрессии вычислены выборочный коэффициент корреляции $r_v = 0,54$ и выборочные средние квадратические отклонения $\sigma_x = 1,6$ $\sigma_y = 3,2$. Тогда выборочный коэффициент регрессии Y на X ... **1,08; -1,08; 0,27; -0,27**

Решение:

$$\rho_{yx} = r_v \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

$$\rho_{yx} = 0,54 \cdot \frac{3,2}{1,6} = 1,08$$

Ответ: 1,08

3). Выборочное уравнение прямой линии регрессии $\bar{Y}$ на X имеет вид $\bar{y}_x - 2,5 = 1,34(x + 3,46)$

Тогда выборочное среднее признака равно
... -3,46; 3,46; -2,5; 2,5

Ответ: -3,46, т.к.

$$\bar{y}_x - \bar{y} = \rho_{yx} (x - \bar{x})$$

4). При построении выборочного уравнения прямой линии регрессии $\bar{Y}$ на $\bar{X}$ вычислены выборочный коэффициент регрессии $b_{yx} = -2,45$ и выборочные средние $\bar{x} = 3,44$ и $\bar{y} = 7,18$. Тогда уравнение регрессии примет вид ...

1). $\bar{y}_x = -2,45x + 15,608$

2). $\bar{y}_x = -2,45x + 1,248$

3). $\bar{y}_x = -2,45x - 15,608$

4). $\bar{y}_x = -2,45x - 15,608$

Ответ: 1).

$$\bar{y}_x = -2,45x + 15,608, \text{ т.к. } \bar{y}_x - 7,18 = -2,45(x - 3,44)$$

Случайные величины

1). Математическое ожидание дискретной случайной величины, заданной законом распределения вероятностей:

X	3	5
p	p_1	p_2

равно 4,4. Тогда значение вероятности p_2 равно ...

1). 0,7

2). 0,3

3). 0,6

4). 0,4

Ответ: 1). 0,7

Решение: $4,4 = 3p_1 + 5 \cdot 0,7;$ $4,4 = 3p_1 + 3,5$

$3p_1 = 0,9;$

$p_1 = 0,3$

2). Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	1	2	3	4	5
P	0,15	a	b	0,1	0,2

Тогда значения a и b могут быть:

- 1). $a=35$ $b=0,2$ 3). $a=35$ $b=0,15$
2) $a=25$ $b=0,2$ 4). $a=35$ $b=0,3$

Ответ: 1). $a=35$ $b=0,2$

3). Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей:

X	-1	3	6	7	8
P	0,1	0,4	0,3	0,1	0,1

Тогда вероятность $P(3 \leq X \leq 7)$ равна ... 0,8; 0,3; 0,7;
0,4

Решение:

$$P(3 \leq X \leq 7) = P(3) + P(6) + P(7) = 0,8$$

4). Непрерывная случайная величина задана функцией распределения вероятностей:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x}{7} & \text{при } 0 < x \leq 7, \\ 1 & \text{при } x > 7. \end{cases}$$

Тогда ее дисперсия равна ...

Решение: Эта случайная величина распределена равномерно в интервале $(0, 7)$

Тогда ее дисперсию можно вычислить по формуле

$$D(X) = \frac{(b - a)^2}{12}$$

$$D(X) = \frac{(7 - 0)^2}{12} = \frac{49}{12}$$

5). Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{2x}{25} & \text{при } 0 < x \leq 5, \\ 0 & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

Тогда ее дисперсия равна ...

Решение:

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$$

$$D(X) = \int_0^5 x^2 \frac{2x}{25} dx - \left(\int_0^5 x \frac{2x}{25} dx \right)^2 = \frac{25}{2} - \left(\frac{10}{3} \right)^2 = \frac{25}{18}$$

6). Проводится n независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события A постоянна и равна 0,6. Тогда математическое ожидание $M(X)$ и дисперсия $D(X)$ дискретной случайной величины X – числа появлений события A в $n=100$ проведенных испытаниях равны ...

1). $M(X)=60, D(X)=24$ 2). $M(X)=24, D(X)=60$

3). $M(X)=6, D(X)=24$ 4). $M(X)=24, D(X)=6$

Ответ: 1). $M(X)=60, D(X)=24$

7). Для дискретной случайной величины X функция распределения вероятностей имеет вид:

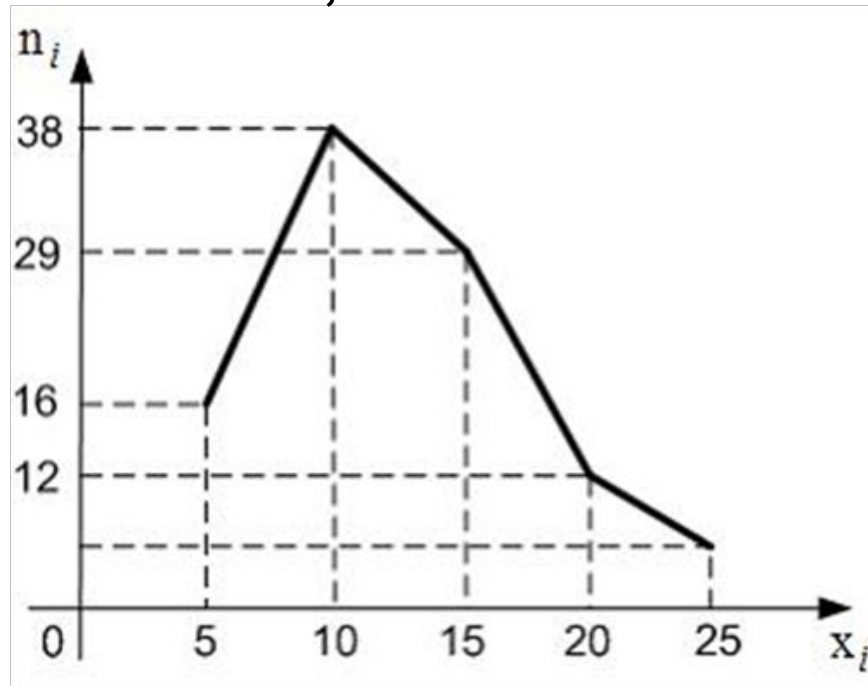
X	1	4	8	9
P	p_1	p_2	p_3	p_4

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ 0,65, & 1 < x \leq 4 \\ p, & 4 < x \leq 8 \\ 0,85, & 8 < x \leq 9 \\ 1, & x > 9 \end{cases}$$

Тогда значение p равно: **0,7; 1; 0,85; 0,6**

Ответ: 0,7

1). Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=100$, полигон частот которой имеет вид:

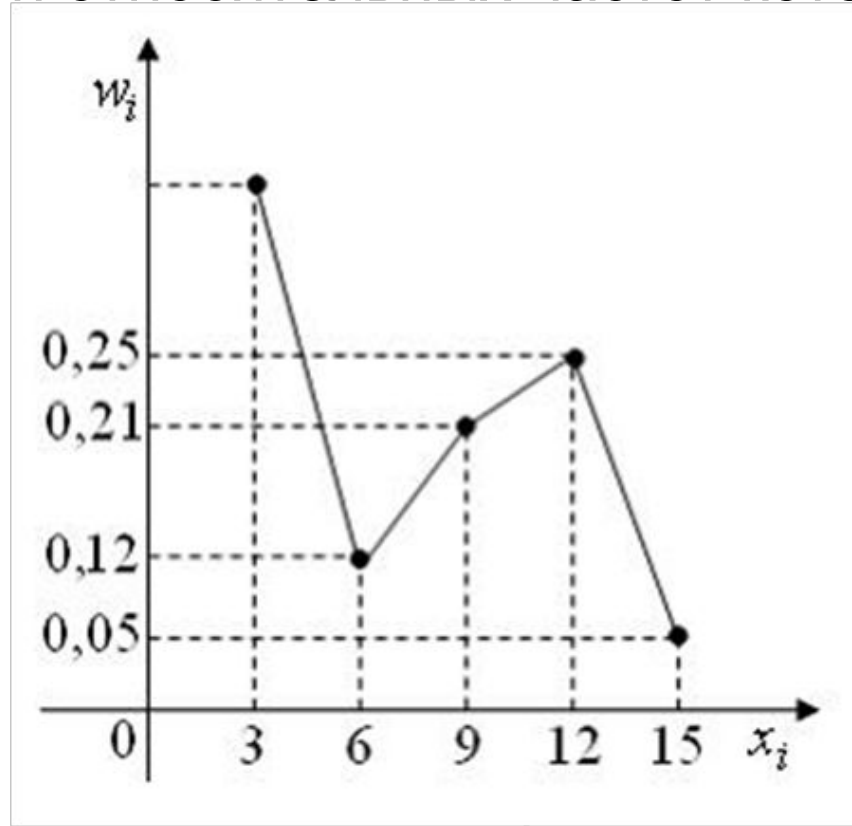


Тогда относительная частота варианты x_5 в выборке равна ...

Решение: $W_i = \frac{n_i}{n}$

$$n_5 = 100 - 16 - 38 - 29 - 12 = 5, \quad W_5 = \frac{5}{100} = 0,05$$

2). Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=100$, полигон относительных частот которой имеет вид:



Тогда число вариант $x_1=3$ в выборке равно ...

Решение: $W_1 = 1 - 0,25 - 0,21 - 0,12 - 0,05 = 0,37$

$$W_i = \frac{n_i}{n} \Rightarrow n_1 = W_1 \cdot n = 0,37 \cdot 100 = 37$$

Теория вероятности

1). Игральная кость бросается два раза. Тогда вероятность того, что сумма выпавших очков не меньше девяти, равна ...

Решение:

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

m – благоприятные исходы

n – всевозможные исходы

n=36, m=10 (3+6, 4+5, 4+6, 5+4, 5+5, 5+6, 6+3, 6+4, 6+5, 6+6)

$$P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

2). Игральная кость бросается два раза. Тогда вероятность того, что сумма выпавших очков – семь, а разность – три, равна ...

Решение:

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

m – благоприятные исходы

n – всевозможные исходы

$$n=36, m=2 (2+5, 5+2)$$

$$P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

3). При наборе телефонного номера абонент забыл две последние цифры и набрал их наудачу, помня только, что эти цифры нечетные и разные. Тогда вероятность того, что номер набран правильно, равна ...

Решение: Вычислим n - всевозможные исходы. Предпоследний номер можно набрать пятью способами (1,3,5,7,9), а последний – четырьмя, так как набранные цифры должны быть разными. Тогда по правилу произведения $n = 5 \cdot 4 = 20$, из которых благоприятным является 1 исход $m = 1$ (правильный номер)

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{20}$$

4). В партии из 12 деталей имеется 5 бракованных. Наудачу отобраны три детали. Тогда вероятность того, что среди отобранных деталей нет годных, равна ...

Решение:

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

$$m = C_5^3 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10$$

$$n = C_{12}^3 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 220$$

$$P(A) = \frac{10}{220} = \frac{1}{22}$$

5). Из урны, в которой находятся 6 черных шаров и 4 белых шара, вынимают одновременно 3 шара. Тогда вероятность того, что среди отобранных два шара будут черными, равна ...

Решение:

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

$$m = C_6^2 \cdot C_4^1 = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4}{1} = 60$$

$$n = C_{10}^3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 120$$

$$P(A) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

6).В урну, в которой лежат 6 белых и 5 черных шаров добавляют два белых шара. После этого наудачу по одному извлекают три шара без возвращения. Тогда вероятность того, что все три шара будут белыми, равна ...

Решение: После того, как в урну положили 2 белых шара, в ней стало всего 13 шаров, из них 8 белых.

Вероятность того, что 1 раз достали белый шар

$$P(A) = \frac{8}{13}$$

Вероятность того, что 2 раз достали белый шар, при условии, что 1 раз был вынут также белый шар

$$P_A(B) = \frac{7}{12}$$

Вероятность того, что 3 раз достали белый шар,
при условии, что первые два шара белые равна

$$P_{AB}(C) = \frac{6}{11}$$

Вероятность того, что все 3 шара белые равна:

$$P(D) = \frac{8}{13} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{28}{143}$$

7). В первой урне 5 черных и 6 белых шаров. Во второй урне 3 белых шара и 6 черных шаров. Из первой урны переложили один шар во вторую урну. Тогда вероятность того, что шар, вынутый наудачу из второй урны, будет черным, равна ...

Решение: По формуле полной вероятности

$$P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A)$$

$P(B_1)$

- вероятность того, что из 1 урны переложили белый шар

$P(B_2)$

- вероятность того, что из 1 урны переложили черный шар

$P_{B_1}(A)$

– условная вероятность того, что вынутый шар черный, если из первой урны во вторую был переложен белый шар;

$P_{B_2}(A)$ – условная вероятность того, что вынутый шар черный, если из первой урны во вторую был переложен черный шар.

$$P(A) = \frac{6}{11} \cdot \frac{6}{10} + \frac{5}{11} \cdot \frac{7}{10} = \frac{71}{110}$$

8). Банк выдает 35% всех кредитов юридическим лицам, а 65% – физическим лицам. Вероятность того, что юридическое лицо не погасит в срок кредит, равна 0,15; а для физического лица эта вероятность составляет 0,1. Тогда вероятность непогашения в срок очередного кредита равна ...

Решение:

$$P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A)$$

$$P(A) = 0,35 \cdot 0,15 + 0,65 \cdot 0,1 = 0,1175$$

9). В первой урне 3 черных шара и 7 белых шаров. Во второй урне 4 белых шара и 6 черных шаров. Из наудачу взятой урны вынули один шар, который оказался черным. Тогда вероятность того, что этот шар вынули из второй урны, равна ...

Решение:

$P(B_1)$ – вероятность того, что шар извлечен из первой урны;

$P(B_2)$ – вероятность того, что шар извлечен из второй урны;

$P_{B_1}(A)$ – условная вероятность того, что вынутый шар черный, если он извлечен из первой урны;

$P_{B_2}(A)$ – условная вероятность того, что вынутый шар черный, если он извлечен из второй урны

Вычислим вероятность события A (вынутый наудачу шар – черный) по формуле полной вероятности:

$$P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A)$$

$$P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{10} = \frac{9}{20} = 0,45$$

Вычислим условную вероятность того, что этот шар был извлечен из второй урны, по формуле Байеса:

$$P_A(B_2) = \frac{P(B_2) \cdot P_{B_2}(A)}{P(A)} = \frac{0,5 \cdot 0,6}{0,45} = \frac{2}{3}$$

10). Наладчик обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа потребует его вмешательства первый станок, равна 0,15; второй – 0,25 ; третий – 0,2 . Тогда вероятность того, что в течение часа потребует вмешательства наладчика хотя бы один станок, равна ...

Решение:

$$\begin{aligned} P(A) &= 1 - P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = \\ &= 1 - 0,85 \cdot 0,75 \cdot 0,8 = 0,49 \end{aligned}$$

11). Наладчик обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа потребует его вмешательства первый станок, равна 0,1; второй – 0,15 ; третий – 0,2 . Тогда вероятность того, что в течение часа потребует вмешательства наладчика только один станок, равна ...

Решение:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) + \\ &+ P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2) \cdot P(\bar{A}_3) + \\ &+ P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(A_3) = \\ &= 0,1 \cdot 0,85 \cdot 0,8 + 0,9 \cdot 0,15 \cdot 0,8 + \\ &\quad + 0,9 \cdot 0,85 \cdot 0,2 = 0,329 \end{aligned}$$

12). Банк выдал пять кредитов. Вероятность того, что кредит не будет погашен в срок, равна 0,1. Тогда вероятность того, что в срок не будут погашены три кредита, равна ...

Решение: По теореме Бернулли

$$P_n(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}, n = 5, k = 3, p = 0,1, q = 0,9$$

$$P_5(X = 3) = C_5^3 0,1^3 \cdot 0,9^2 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot 0,001 \cdot 0,81 = 0,0081$$