МАТРИЦІ ТА ДІЇ НАД НИМИ

ПЛАН

- Поняття і види матриць
- Рядки, стовпчики, елементи і розмір матриць
- Дії над матрицями

ПОНЯТТЯ І ВИДИ МАТРИЦЬ

ВИЗНАЧЕННЯ

- ***Матрицею*** називається упорядкована по рядках та стовпцях таблиця елементів: букв, чисел, функцій тощо.
- Числа, що заповнюють матрицю називаються ***елементами матриці***.
- Матриці позначають великими латинськими літерами *A*, *B*, *C* тощо.

ВИДИ МАТРИЦЬ

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$ Прямокутна матриця

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 22 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$$ Матриця стовпець

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$ Матриця рядок

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$ Квадратна матриця

РЯДКИ, СТОВПЧИКИ, ЕЛЕМЕНТИ І РОЗМІР МАТРИЦЬ

ПРИНЦИПИ НУМЕРАЦІЇ РЯДКІВ І СТОВПЦІВ

- Рядки нумеруються зверху вниз, починаючи з №1.
- Стовпці нумеруються зліва направо, починаючи з №1.

РЯДОК І СТОВПЕЦЬ

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ \mathbf{-30} & \mathbf{-36} \end{pmatrix} 3 - \text{й рядок}$$

$$\begin{pmatrix} 12 & \mathbf{4} \\ -17 & \mathbf{29} \\ -30 & \mathbf{-36} \end{pmatrix} 2 - \text{й стовпець}$$

РОЗМІР МАТРИЦІ

- Матриця, яка має *m* рядків і *n стовпців, називається матрицею розміру m на n*.

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$ Матриця розміру 3 на 2

(3 рядки, 2 стовпці)

ЗАГАЛЬНИЙ ВИГЛЯД МАТРИЦІ РОЗМІРОМ M НА N

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

ЕЛЕМЕНТ МАТРИЦІ

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ \mathbf{-30} & -36 \end{pmatrix} \text{ елемент } a_{31} \text{ (}a\text{–три–один)} = -30$$

(3-й рядок, 2-й стовпець)

ДІАГОНАЛІ КВАДРАТНИХ МАТРИЦЬ

$$\begin{pmatrix} \mathbf{3} & -1 & 2 \\ 4 & \mathbf{2} & 0 \\ -5 & 6 & \mathbf{1} \end{pmatrix} \text{ Головна діагональ}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & \mathbf{2} \\ 4 & \mathbf{2} & 0 \\ \mathbf{-5} & 6 & 1 \end{pmatrix} \text{ Побічна діагональ}$$

ТРИКУТНІ МАТРИЦІ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ \mathbf{0} & 2 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}$$ Верхня трикутна матриця

(під головною діагоналлю стоять нулі)

$$\begin{pmatrix} 3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -1 & 2 & \mathbf{0} \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ Нижня трикутна матриця

(над головною діагоналлю стоять нулі)

ДІЇ НАД МАТРИЦЯМИ

- Любу **матрицю** можна помножити на число

$$5 \times \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & -5 & 10 \\ 20 & 10 & 0 \\ -25 & 30 & 5 \end{pmatrix}$$

МАТРИЦІ ОДНАКОВОГО РОЗМІРУ МОЖНА ВІДНІМАТИ І ДОДОВАТИ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} 8 & -5 & 5 \\ 7 & 3 & 14 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \pm 8 & -1 \pm (-5) & 2 \pm 5 \\ 4 \pm 7 & 2 \pm 3 & 0 \pm 14 \end{pmatrix}$$

ТРАНСПОНУВАННЯ МАТРИЦЬ

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix} \text{ Вихідна матриця}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 12 & -17 & -30 \\ 4 & 29 & -36 \end{pmatrix}$$

МНОЖЕННЯ РЯДКА НА СТОВПЕЦЬ

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} = 2 \times 7 + (-5) \times 0 + 3 \times (-4) = 2$$

Множення матриці на стовпець

- Кожен рядок матриці множимо на стовпець

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \times 8 + (-1) \times 7 + 2 \times 2 \\ 4 \times 8 + 2 \times 7 + 0 \times 2 \\ (-5) \times 8 + 6 \times 7 + 1 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 46 \\ 4 \end{pmatrix}$$

МОЖЛИВІСТЬ МНОЖЕННЯ МАТРИЦІ НА МАТРИЦЮ

- Матрицю A, записану зліва, можна помножити на матрицю B, записану справа, тоді і тільки тоді, коли кількість стовпців матриці A дорівнює числу рядків матриці B.

ПРАВИЛО МНОЖЕННЯ МАТРИЦІ НА МАТРИЦЮ

- Кожен рядок лівої матриці множиться на стовпчик правої матриці

$$C = A \times B$$

A – ліва матриця, B – права матриця

ПРИКЛАД МНОЖЕННЯ МАТРИЦЬ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\times 8+(-1)\times 7+2\times 2 & 3\times 1+(-1)\times 2+2\times(-3) \\ 4\times 8+2\times 7+0\times 2 & 4\times 1+2\times 2+0\times(-3) \\ (-5)\times 8+6\times 7+1\times 2 & (-5)\times 1+6\times 2+1\times(-3) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 21 & -5 \\ 46 & 8 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

ВАЖЛИВІ ТИПИ КВАДРАТНИХ МАТРИЦЬ

$$E = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$ Одинична матриця

$$0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ Нульова матриця

ВЛАСТИВОСТІ ОДИНИЧНОЇ МАТРИЦІ

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$