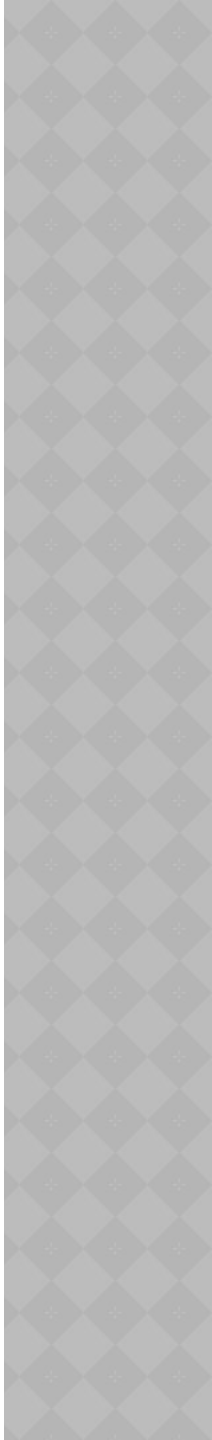


# МАТРИЦІ ТА ДІЇ НАД НИМИ

# ПЛАН

- Поняття і види матриць
- Рядки, стовпчики, елементи і розмір матриць
- Дії над матрицями

# ПОНЯТТЯ І ВИДИ МАТРИЦЬ



# ВИЗНАЧЕННЯ

- ⦿ **Матрицею** називається упорядкована по рядках та стовпцях таблиця елементів: букв, чисел, функцій тощо.
- ⦿ Числа, що заповнюють матрицю називаються **елементами матриці**.
- ⦿ Матриці позначають великими латинськими літерами *A*, *B*, *C* тощо.

# ВИДИ МАТРИЦЬ

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix} \text{ Прямокутна матриця}$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 22 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} \text{ Матриця стовпець}$$

$$(1 \quad -3 \quad 2 \quad 0) \text{ Матриця рядок}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \text{ Квадратна матриця}$$

# РЯДКИ, СТОВПЧИКИ, ЕЛЕМЕНТИ І РОЗМІР МАТРИЦЬ

# ПРИНЦИПИ НУМЕРАЦІЇ РЯДКІВ І СТОВПЦІВ

- Рядки нумеруються зверху вниз, починаючи з №1.
- Стовпці нумеруються зліва направо, починаючи з №1.

# РЯДОК І СТОВПЕЦЬ

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix} \text{ 3 – й рядок}$$

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix} \text{ 2 – й стовпець}$$



# РОЗМІР МАТРИЦІ

- Матриця, яка має  $t$  рядків і  $n$  стовпців, називається матрицею розміру  $t$  на  $n$ .

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$

Матриця розміру 3 на 2

(3 рядки, 2 стовпці)

# ЗАГАЛЬНИЙ ВИГЛЯД МАТРИЦІ РОЗМІРОМ M НА N

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

# ЕЛЕМЕНТ МАТРИЦІ

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix} \text{ елемент } a_{31} \text{ (a-три-один)} = -30$$

(3-й рядок, 2-й стовпець)

# ДІАГОНАЛІ КВАДРАТНИХ МАТРИЦЬ

$$\begin{pmatrix} \mathbf{3} & -1 & \mathbf{2} \\ 4 & \mathbf{2} & 0 \\ -5 & 6 & \mathbf{1} \end{pmatrix} \text{ Головна діагональ}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & \mathbf{2} \\ 4 & \mathbf{2} & 0 \\ -5 & 6 & \mathbf{1} \end{pmatrix} \text{ Побічна діагональ}$$

# ТРИКУТНІ МАТРИЦІ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ \mathbf{0} & 2 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \text{Верхня трикутна матриця}$$

(під головною діагоналлю стоять нулі)

$$\begin{pmatrix} 3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -1 & 2 & \mathbf{0} \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{Нижня трикутна матриця}$$

(над головною діагоналлю стоять нулі)

# ДІЇ НАД МАТРИЦЯМИ

- Любу матрицю можна помножити на число

$$5 \times \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & -5 & 10 \\ 20 & 10 & 0 \\ -25 & 30 & 5 \end{pmatrix}$$

# МАТРИЦІ ОДНАКОВОГО РОЗМІРУ МОЖНА ВІДНІМАТИ І ДОДОВАТИ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} 8 & -5 & 5 \\ 7 & 3 & 14 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 3 \pm 8 & -1 \pm (-5) & 2 \pm 5 \\ 4 \pm 7 & 2 \pm 3 & 0 \pm 14 \end{pmatrix}$$

# ТРАНСПОНУВАННЯ МАТРИЦЬ

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix} \text{ Вихідна матриця}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 12 & -17 & -30 \\ 4 & 29 & -36 \end{pmatrix}$$



## МНОЖЕННЯ РЯДКА НА СТОВПЕЦЬ

$$(2 \quad -5 \quad 3) \times \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} = 2 \times 7 + (-5) \times 0 + 3 \times (-4) = 2$$

# МНОЖЕННЯ МАТРИЦІ НА СТОВПЕЦЬ

- Кожен рядок матриці множимо на стовпець

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \times 8 + (-1) \times 7 + 2 \times 2 \\ 4 \times 8 + 2 \times 7 + 0 \times 2 \\ (-5) \times 8 + 6 \times 7 + 1 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 46 \\ 4 \end{pmatrix}$$

# МОЖЛИВІСТЬ МНОЖЕННЯ МАТРИЦІ НА МАТРИЦЮ

- Матрицю  $A$ , записану зліва, можна помножити на матрицю  $B$ , записану справа, тоді і тільки тоді, коли кількість стовпців матриці  $A$  дорівнює числу рядків матриці  $B$ .

# ПРАВИЛО МНОЖЕННЯ МАТРИЦІ НА МАТРИЦЮ

- Кожен рядок лівої матриці множиться на стовпчик правої матриці

$$C = A \times B$$

$A$  – ліва матриця,  $B$  – права матриця

## ПРИКЛАД МНОЖЕННЯ МАТРИЦЬ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \times 8 + (-1) \times 7 + 2 \times 2 & 3 \times 1 + (-1) \times 2 + 2 \times (-3) \\ 4 \times 8 + 2 \times 7 + 0 \times 2 & 4 \times 1 + 2 \times 2 + 0 \times (-3) \\ (-5) \times 8 + 6 \times 7 + 1 \times 2 & (-5) \times 1 + 6 \times 2 + 1 \times (-3) \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 21 & -5 \\ 46 & 8 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

# ВАЖЛИВІ ТИПИ КВАДРАТНИХ МАТРИЦЬ

$$E = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix} \text{ Одинична матриця}$$

$$0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ Нульова матриця}$$

# ВЛАСТИВОСТІ ОДИНИЧНОЇ МАТРИЦІ

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$