



ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ КОМБИНАТОРИКИ



алгебра

геометрия

М
а
т
е
м
а
т
и
к
а

теория
вероятностей

комбинаторика

ей



Комбинаторика –

самостоятельная

ветвь

математической

науки

КОМБИНАТОРИКА

- это раздел математики, в котором изучаются простейшие «соединения»: перестановки, размещения, сочетания.

(Большой Энциклопедический Словарь)

- происходит от латинского слова «**combina**», что в переводе на русский означает – «сочетать», «соединять».

$n!$ – n факториал-

это произведение всех натуральных чисел от 1 до n , обозначают символом !

$$n! = 1 * 2 * 3 * 4 * \dots * n$$

Используя знак факториала, можно, например, записать:

$$1! = 1,$$

$$2! = 2 * 1 = 2,$$

$$3! = 3 * 2 * 1 = 6,$$

$$4! = 4 * 3 * 2 * 1 = 24,$$

$$5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120.$$

Необходимо знать, что $0! = 1$

Задание 1

Найдите значение выражения:

$$\frac{12!}{10!} = \frac{1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10 * 11 * 12}{1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10} = 11 * 12 = 132$$

Перестановки —

соединения, которые состоят из n элементов и отличаются одно от другого только порядком их расположения.

$$P_n = n!$$

Число n называется порядком перестановки.

Задание 2

Найдите значения выражений:

1) $P_6 = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 = 720$

2) $P_7 = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 = 5040$

Задание 2

Квартет

Проказница Мартышка
Осёл,
Козёл,
Да косолапый Мишка
Затеяли играть квартет

...

Стой, братцы стой! –
Кричит Мартышка, - погодите!
Как музыке идти?
Ведь вы не так сидите...

И так, и этак пересаживались – опять музыка
на лад не идет.

Вот пуще прежнего пошли у них разборы
И споры,
Кому и как сидеть...

**Сколькими способами можно
рассадить четырех музыкантов?**



Решение:



Здесь $n=4$, поэтому способов «усесться чинно в ряд» имеется

$$\underline{P = 4! = 1 * 2 * 3 * 4 = 24}$$

Размещения —

соединения, содержащие по m элементов из числа n элементов, различающихся либо порядком элементов, либо самими элементами

$$A_n^m = \frac{n!}{(n - m)!}$$

Задание 3

В группе обучается
26 обучающихся

Сколькими способами можно составить график дежурства по колледжу, если группа дежурных состоит из трех обучающихся?

Решение задачи:

$$A_{26}^3 = \frac{26!}{(26-3)!} = \frac{26!}{23!} = \frac{23! * 24 * 25 * 26}{23!} = 24 * 25 * 26 = 15600$$

Ответ: число способов равно числу размещений из 26 по 3, т.е. 15600 способа.

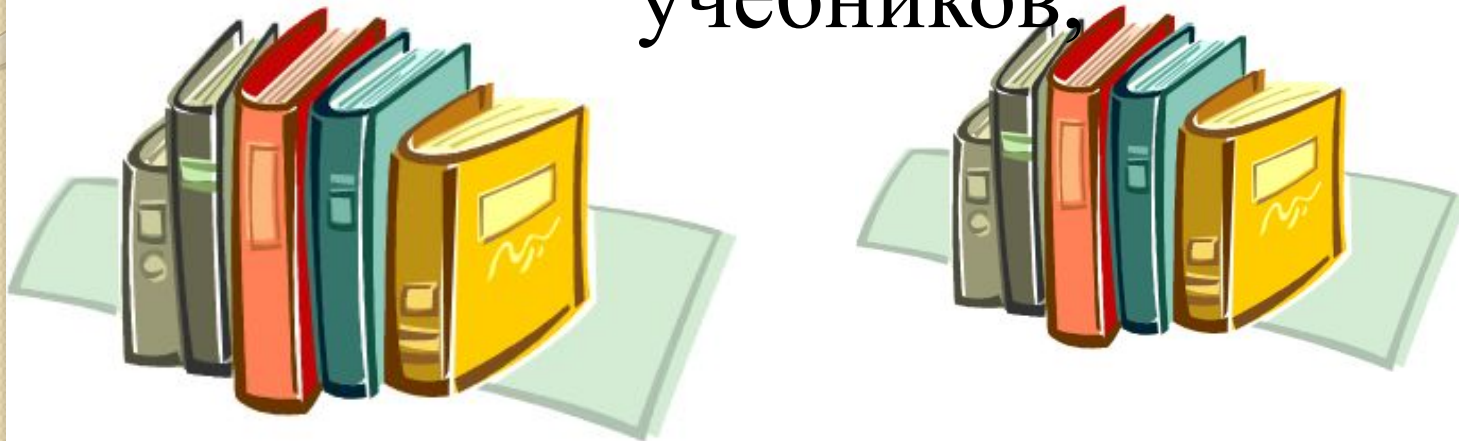
Сочетания—

соединения, содержащие по m элементов из n , различающихся друг от друга, по крайней мере, одним предметом

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Задание 4

Обучающимся дали список из 10 учебников,




которые рекомендуется использовать для подготовки к экзамену .

Сколькими способами обучающийся может выбрать из них 3 книги?

Решение задачи:

$$C_{10}^3 = \frac{10!}{3! * (10 - 3)!} = \frac{7! * 8 * 9 * 10}{3! * 7!} = \frac{8 * 9 * 10}{3!} =$$
$$= \frac{8 * 9 * 10}{1 * 2 * 3} = \frac{720}{6} = 120$$

Ответ: число способов равно числу сочетаний из 10 по 3, т.е. 120 способов.



Особая примета
комбинаторных задач -
вопрос,
который начинается словами
«Сколькими
способами...?»»

ВЫВОД

- ✓ Комбинаторика имеет огромное значение в различных областях науки и производственной сферы.
- ✓ Комбинаторика используется в литературе, математике, музыке, в различных играх (нарды, шашки, шахматы). В каждой из этих игр приходится рассматривать различные сочетания фигур, и выигрывает тот, кто их лучше изучает, знает выигрышные комбинации и умеет избегать проигрышных.
- ✓ Умение анализировать сложившуюся обстановку, адекватно ее оценивать и делать правильные выводы является важным качеством каждого профессионала. Во многих случаях практика приводит к так называемым комбинаторным задачам.