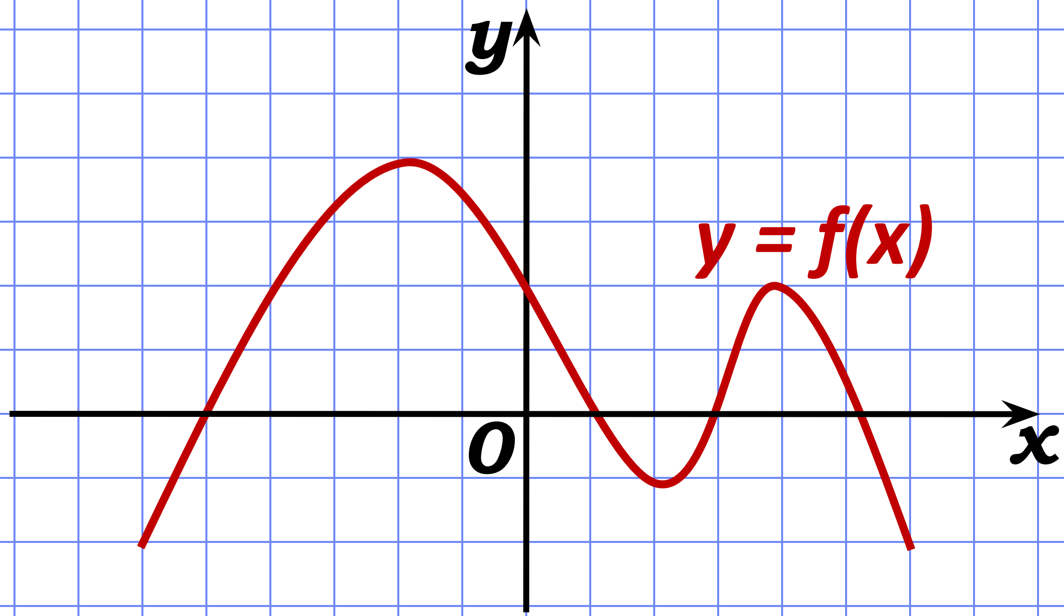
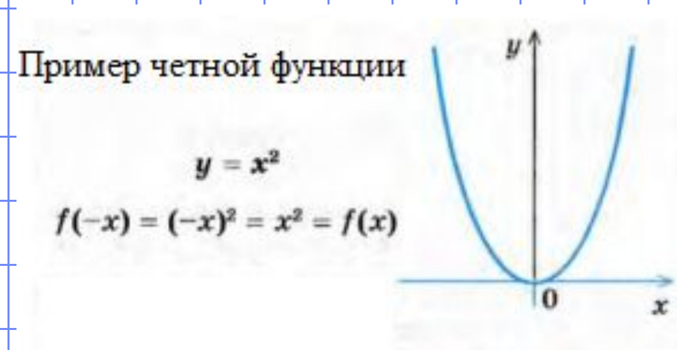
Свойства функции



Четность

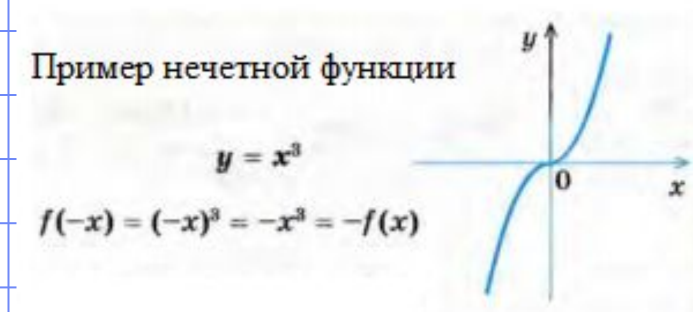
Функцию y = f(x) называют ***четной****, если выполняется равенство* ***f (-x) = f(x)***.

График ***четной*** *функции симметричен относительно* ***оси ординат***.



Функцию y = f(x) называют ***нечетной****, если д выполняется равенство* ***f(–x) = – f(x)***.

График ***нечетной*** *функции симметричен относительно* ***начала координат***.



Четность-продолжение

Если НЕ выполняются ни то, ни другое равенства

$$f(-x) = f(x) \text{ и } f(-x) = -f(x),$$

то функция является ***ни четной ни нечетной.***

Симметрии у графика такой функции нет

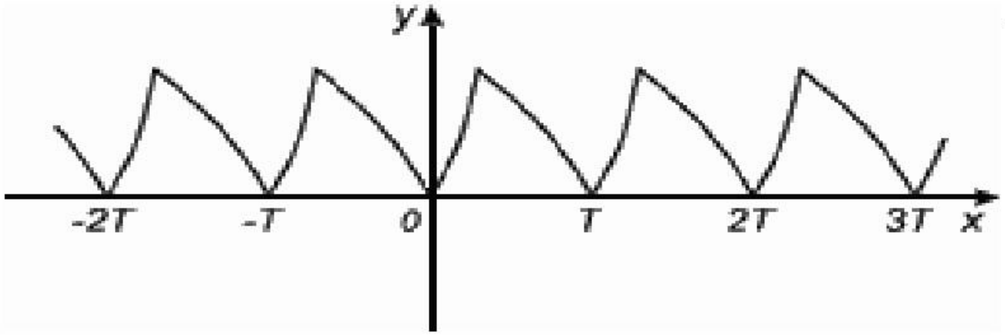
Периодичность

Функция y = f(x) имеет ***период T****, если выполняется равенство*

$$f(x - T) = f(x) = f(x + T).$$

Функцию, имеющую отличный от нуля период называют ***периодической****.*

График периодической функции состоит из неограниченно повторяющихся одинаковых фрагментов.

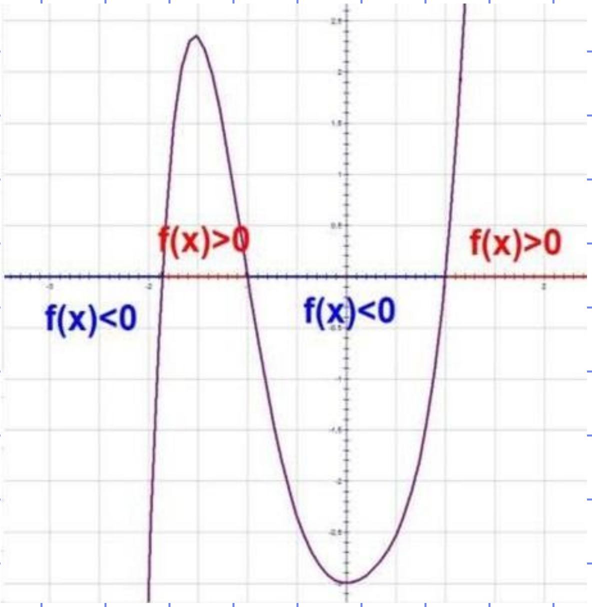


Знакопостоянство

Промежутки знакопостоянства – это промежутки, на которых функция сохраняет свой знак, т.е. принимает только положительные или отрицательные значения.

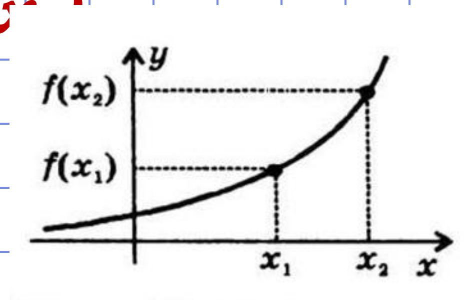
График функции расположен выше оси Ох при условии, что ***f(x)>0****.*

График функции расположен ниже оси Ох при условии, что ***f(x)<0****.*

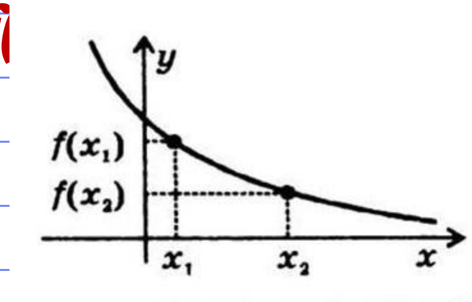


Монотонность

Функцию $y = f(x)$ называют **возрастающей** *на множестве X, если для любых двух элементов из этого множества, таких, что* $x_1 < x_2$, *выполняется условие* $f(x_1) < f($



Функцию $y = f(x)$ называют **убывающей** *на множестве X, если для любых двух элементов из этого множества, таких, что* $x_1 < x_2$, *выполняется условие* $f(x_1) > f($



Точки экстремума

Точку ***x_o*** *называют* ***точкой максимума функции*** *$y = f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой (кроме самой точки x_o) выполняется неравенство*

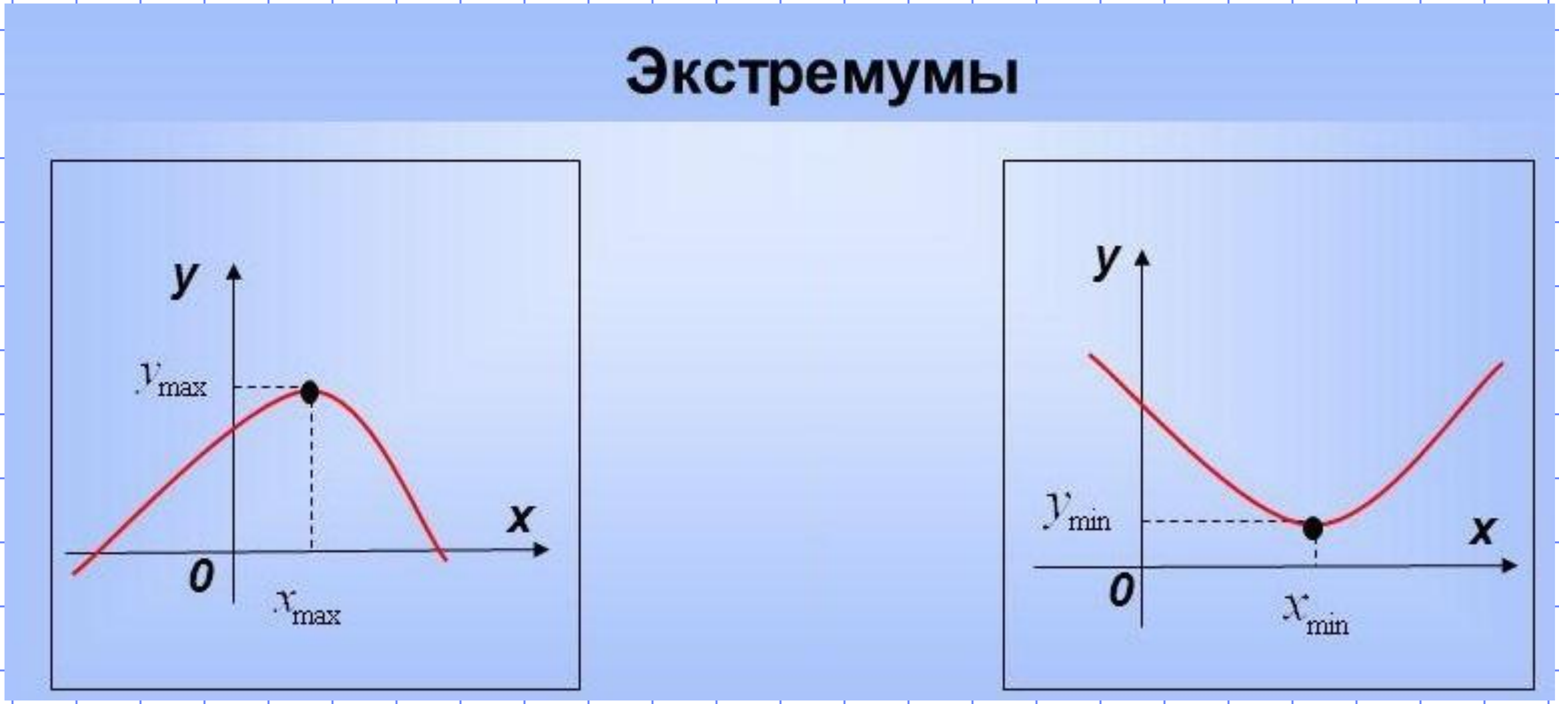
$$f(x) < f(x_o).$$

Точку ***x_o*** *называют* ***точкой минимума функции*** *$y = f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой (кроме самой точки x_o) выполняется неравенство*

$$f(x) > f(x_o).$$

Пример

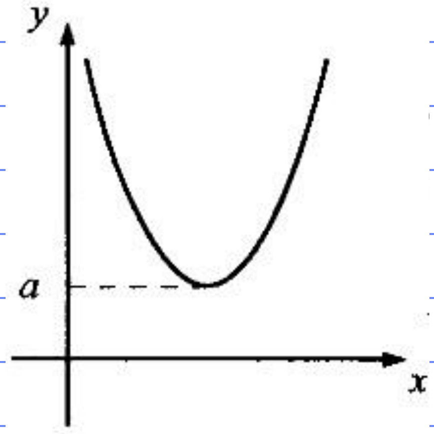
*Точки максимума и минимума объединяют общим названием – **точки экстремума***



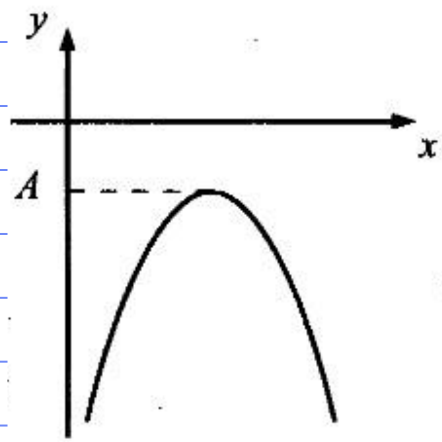
Ограниченность

Функцию $y = f(x)$ называют ***ограниченной снизу*** *на множестве X, если существует число* ***a****, такое, что для любого значения $x \in X$, выполняется неравенство* $\boldsymbol{f(x) > a}$.

Функцию $y = f(x)$ называют ***ограниченной сверху*** *на множестве X, если существует число* ***A****, такое, что для любого значения $x \in X$, выполняется неравенство* $\boldsymbol{f(x) < A}$.



Ограничена снизу

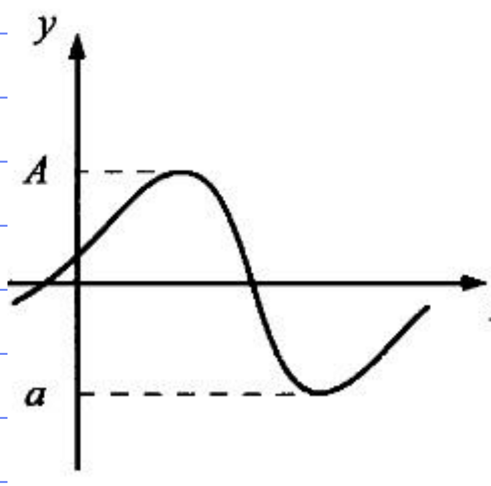


Ограничена сверху

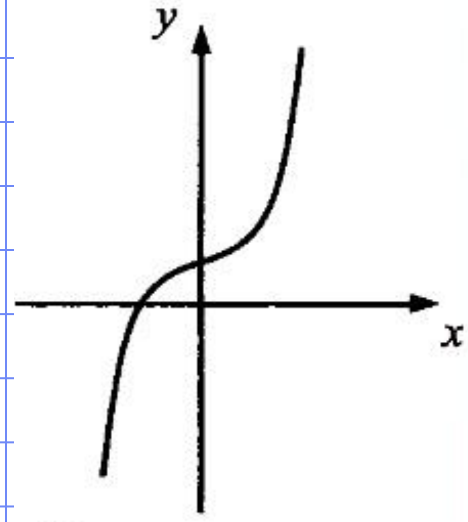
Ограниченность

Если функция ограничена и снизу и сверху, то ее называют ***ограниченной.***

В противном случае функция называется ***неограниченной.***



Ограниченная

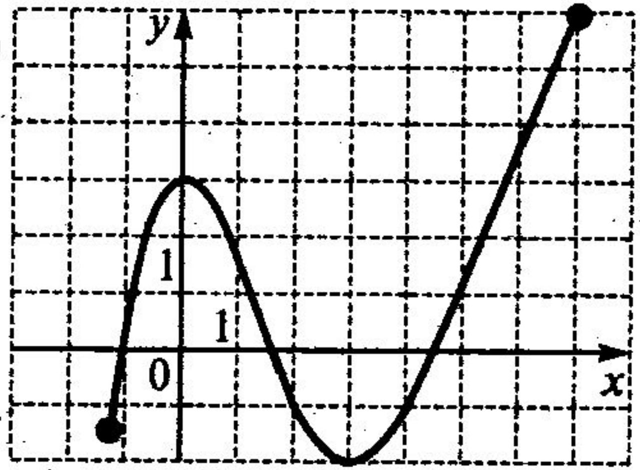


Неограниченная

План исследования функции

1. *Область определения D(f).*
2. *Множество значений E(f).*
3. *Четность.*
4. *Периодичность.*
5. *Знакопостоянство.*
6. *Монотонность. Точки экстремума.*
7. *Ограниченность.*

Пример



1. Область определения $D(y)=[-1,2;7]$
2. Множество значений $\mathrm{E}(y)=[-2;6]$
3. Четность. Функция ни четная, ни нечетная.
4. Непериодичная
5. Знакопостоянство.

График функции выше оси Ox (y>0): $x\in(-1;1,5)\cup(4,5;7]$

График функции ниже оси Ox (y<0): $x\in[-1,2;-1)\cup(1,5;4,5)$

6. Монотонность. Точки экстремума.

Возрастает при $x\in[-1,2;0)\cup(3;7]$

Убывает при $x\in(0;3)$

Максимум: $x_{\max}=0,\ \ y_{\max}=3$

Минимум: $x_{\min}=3,\ \ y_{\min}=-2$

7. Ограниченная.

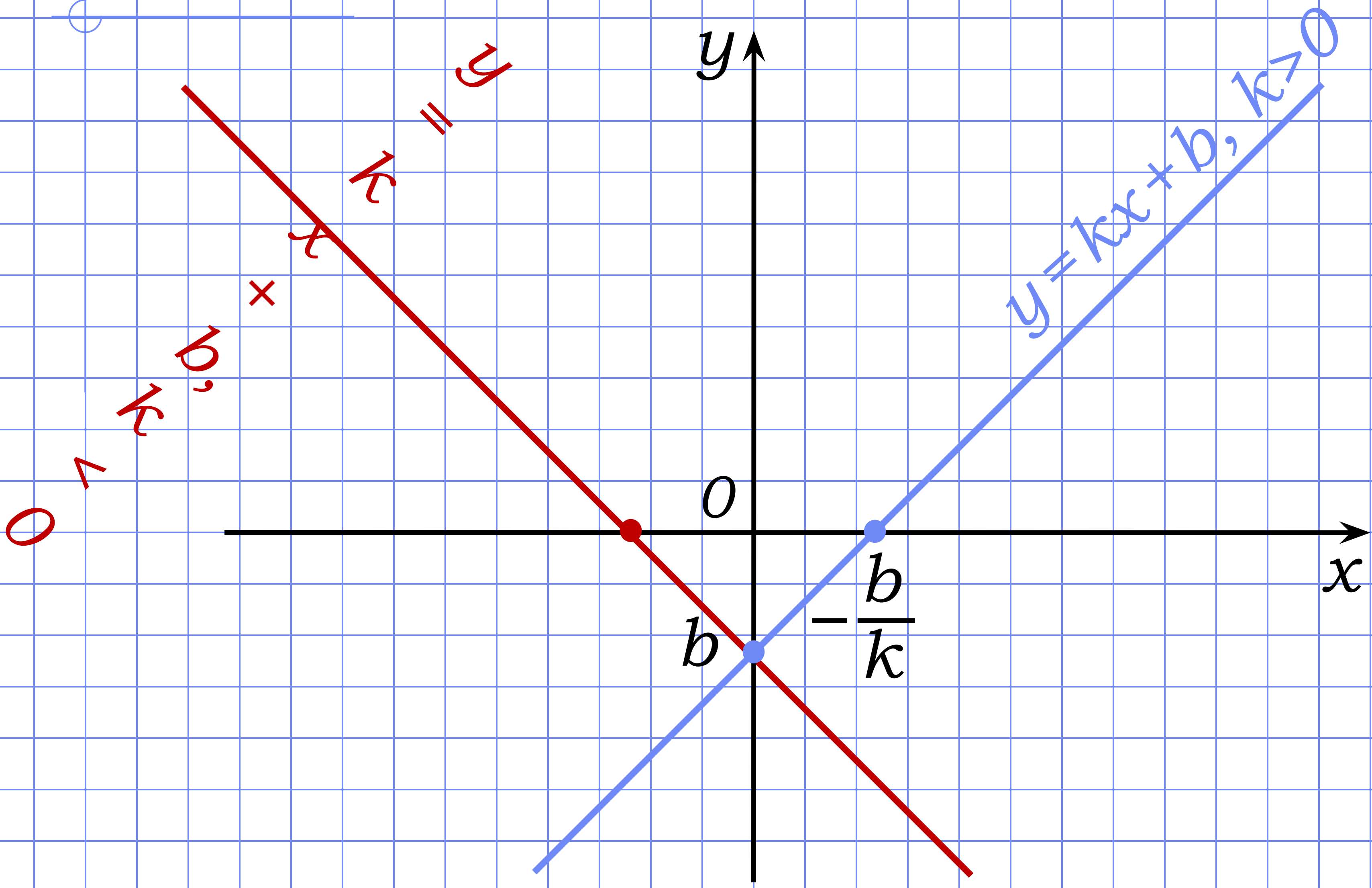
Основные элементарные функции, их свойства и графики

Линейная функция $y=kx+b$

- **Свойства линейной функции $y = kx + b$:**

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.
2. $E(f) = (-\infty; +\infty)$.
3. Если $b = 0$, то функция нечетная.
4. Непериодичная.
5. а) Если $k > 0$:
   Выше оси Ox: $(-b/k; +\infty)$
   Ниже оси Ox: $(-\infty; -b/k)$.
   б) Если $k < 0$:
   Выше оси Ox: $(-\infty; -b/k)$
   Ниже оси Ox: $(-b/k; +\infty)$.
5. а) возрастает, если $k > 0$;
   б) убывает, если $k < 0$.
6. Не ограничена ни снизу, ни сверху.

Линейная функция $y=kx+b$

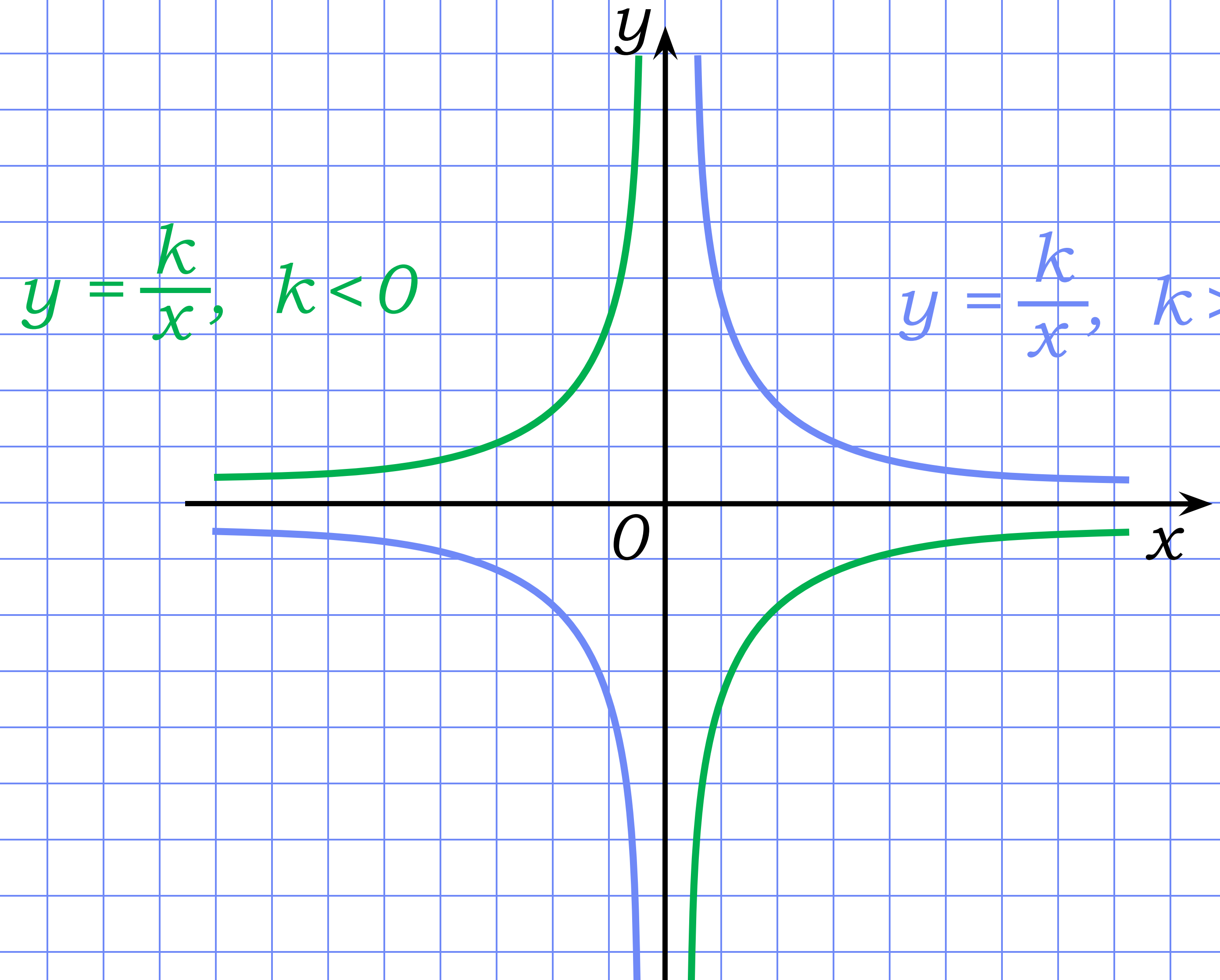


Обратная пропорциональность $y = \frac{k}{x}$

Свойства функции $y = k/x$:

1. $D(f) = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$.
2. $E(f) = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$.
3. Функция нечетная.
4. Непериодичная.
4. а) Если $k > 0$: Выше оси Ох: $(0;\ +\infty)$
   Ниже оси Ох: $(-\infty;\ 0)$.
   б) Если $k < 0$:
   Выше оси Ох: $(-\infty;\ 0)$
   Ниже оси Ох: $(0;\ +\infty)$.
5. а) если $k < 0$, то $(-\infty;\ 0)$ и $(0;\ +\infty)$ – промежутки возрастания функции;
   б) если $k > 0$, то $(-\infty;\ 0)$ и $(0;\ +\infty)$ – промежутки убывания функции.
6. Не ограничена ни снизу, ни сверху.

Обратная пропорциональность $y = \frac{k}{x}$



Квадратичная функция $y=kx^2$

Свойства функции $y = kx^2$ при $k < 0$:

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.

2. $E(f) = (-\infty; 0]$.

3. Функция четная.

4. Непериодичная.

5. а) Если $k > 0$:

Выше оси Ох: $(-\infty; 0)$и $(0; +\infty)$

б) Если $k < 0$:

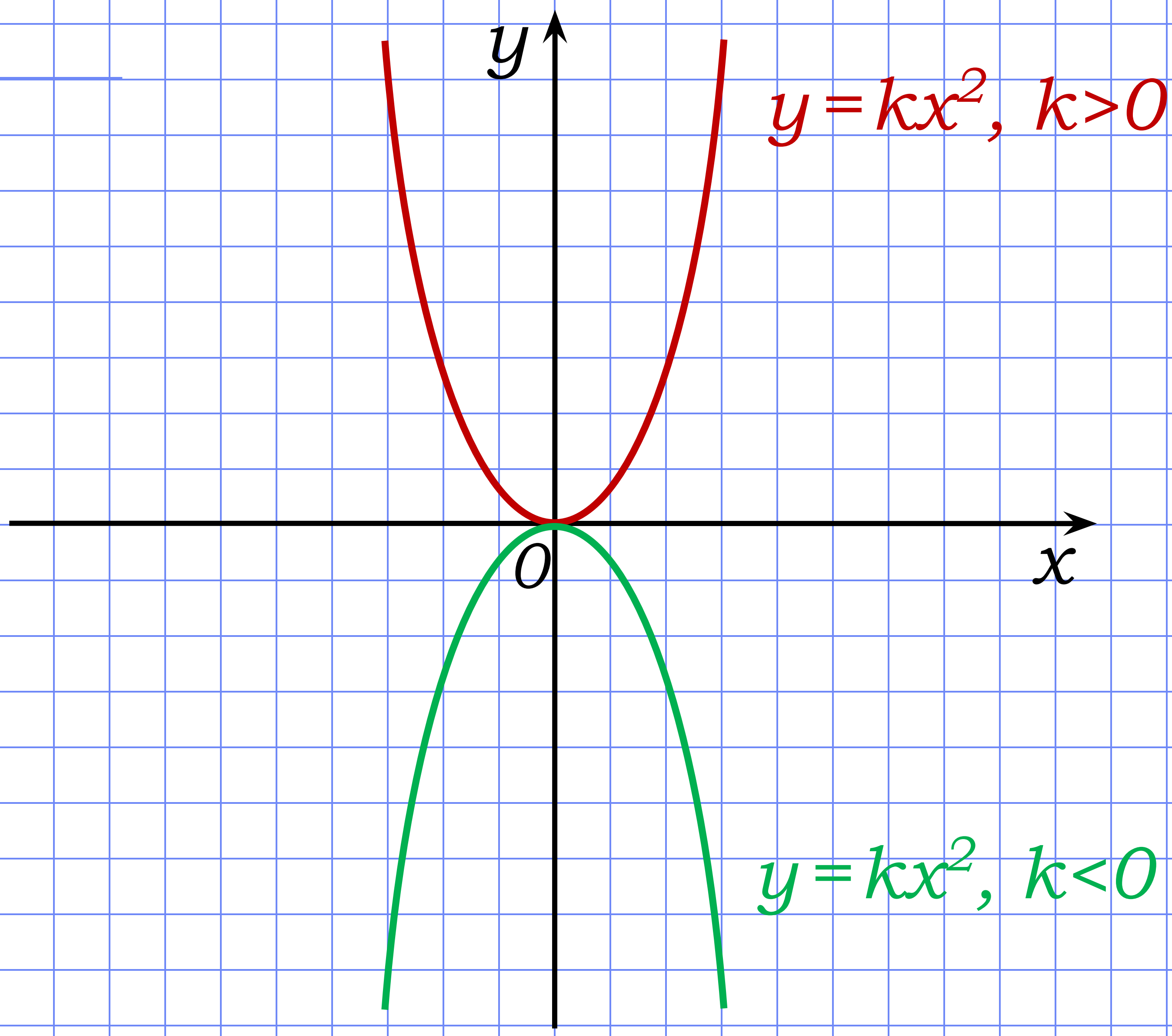
Ниже оси Ох: : $(-\infty; 0)$и $(0; +\infty)$

6. а) $[0; +\infty)$ – промежуток убывания функции;

б) $(-\infty; 0]$ – промежуток возрастания функции.

7. Ограничена сверху, не ограничена снизу.

Квадратичная функция $y=kx^2$

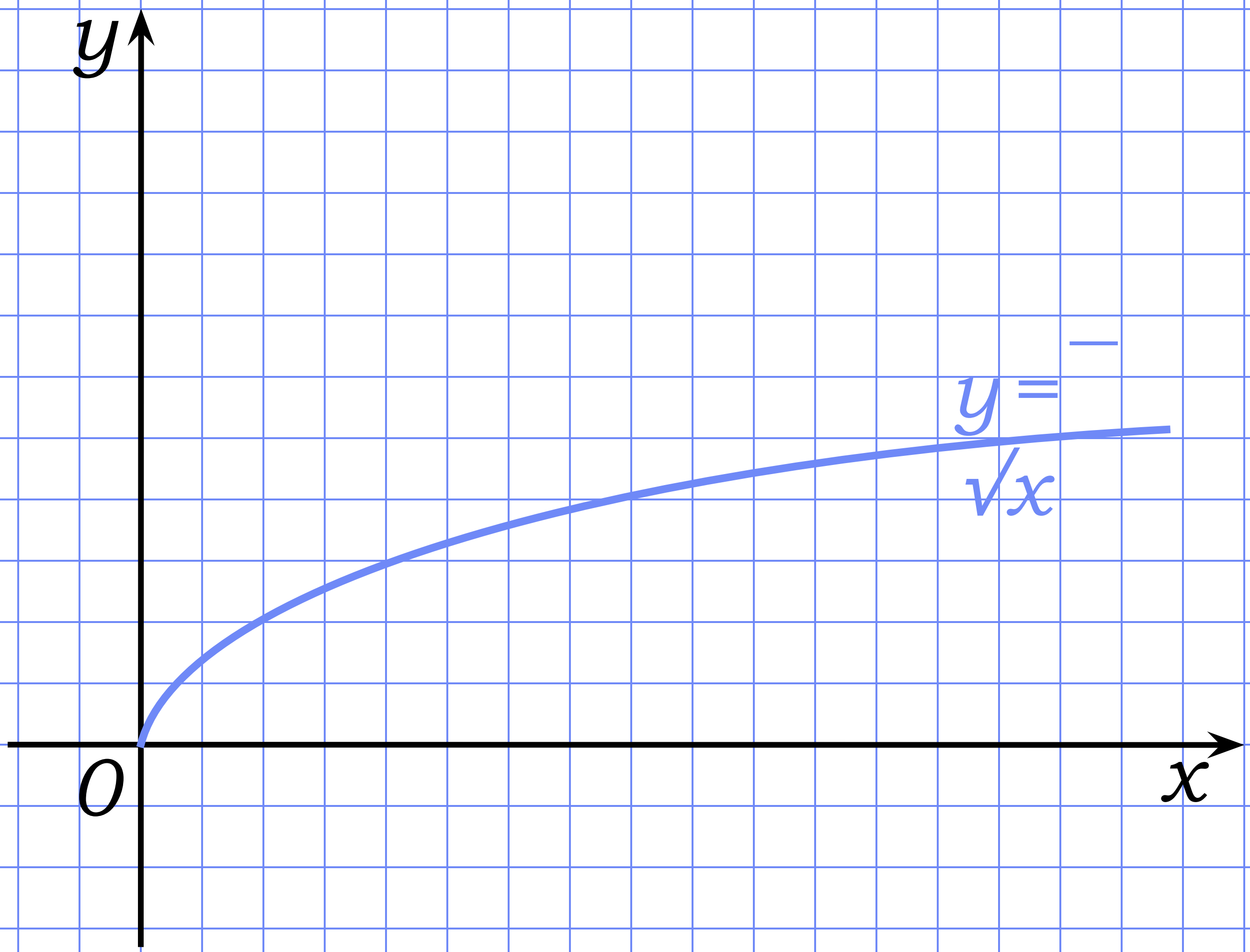


Степенная функция $y=\sqrt{x}$

Свойства функции $y = \sqrt{x}$:

1. $D(f) = [0; +\infty)$.
2. $E(f) = [0; +\infty)$.
3. Функция ни четная, ни нечетная.
4. Непериодичная.
5. Выше оси Ох: $(0; +\infty)$;
6. $[0; +\infty)$ – промежуток возрастания функции.
7. Ограничена снизу, не ограничена сверху.

Степенная функция $y=\sqrt{x}$



Кубическая функция $y=x^3$

Свойства кубической функции $y = x^3$:

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.
2. $E(f) = (-\infty; +\infty)$.
3. *Функция нечетная.*
4. *Непериодичная.*
5. *Выше оси Ох:* $(0; +\infty)$;
   Ниже оси Ох: $(-\infty; 0)$
6. *Возрастает на множестве* $(-\infty; +\infty)$.
7. *Не ограничена ни снизу, ни сверху.*

Кубическая функция

$y = x^3$