

## **Лекція 2.3.**

**Методи аналізу лінійних електронних кіл:**

- **Метод накладання (суперпозиції)**
- **Метод еквівалентного джерела.**

На прикладі кіл постійного струму розглянемо ряд методів, справедливих для лінійних кіл, які часто використовують при аналізі з метою скорочення обчислень.

## Метод накладання (суперпозиції)

- Цей метод оснований на принципі накладання, який формулюється так:

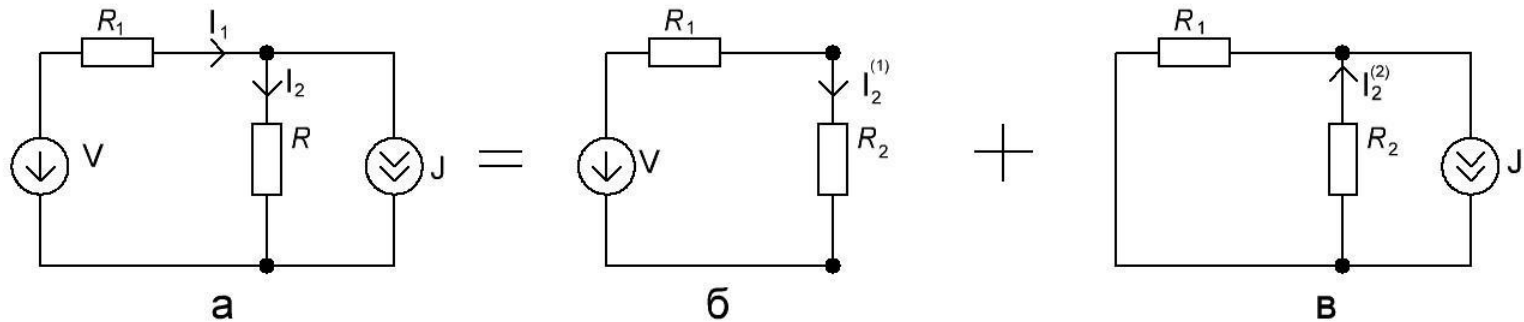
*Реакція лінійного кола при одночасній дії декількох незалежних зовнішніх дій дорівнює сумі реакцій, викликаних кожною дією зокрема (за умови відсутності інших дій).*

- Із принципу накладання випливає, що струм чи напруга будь-якої гілки лінійного електричного кола, яке містить, крім пасивних компонентів, джерела струму та напруги, дорівнює сумі часткових струмів чи напруг, викликаних дією кожного незалежного джерела окремо.

- При визначенні часткових струмів чи напруг, спричинених  $i$ -м джерелом, усі інші джерела замінюються їх внутрішніми опорами ( ідеальні джерела струму вимикаються, а ідеальні джерела напруги замінюються коротким замиканням).
- Метод накладання зводить задачу аналізу складного кола, яке містить декілька джерел енергії, до декількох простіших задач, які містять лише одне незалежне джерело.

**Звернемо увагу на те, що метод накладання можна застосовувати лише для визначення струмів та напруг електричного кола, проте він непридатний для визначення величин, які не є лінійними функціями струмів чи напруг, наприклад, для визначення потужності, споживаної будь-якою ділянкою кола.**

Розглянемо приклад застосування методу накладання для визначення струму  $I_2$  у колі постійного струму, схема якого зображена на рисунку *a* :



Згідно з методом накладання, подамо струм  $I_2$  як суму двох часткових струмів:

струму  $I_2^{(1)}$ , спричиненого джерелом напруги  $V$ , та струму  $I_2^{(2)}$ , спричиненого джерелом струму  $J$ . Струм  $I_2^{(1)}$  визначаємо з допомогою еквівалентної схеми, зображеної на рис. *б*, яка утворена із схеми *a* розмиканням джерела струму  $J$ . Струм  $I_2^{(1)}$  дорівнює:

$$I_2^{(1)} = V / (R_1 + R_2)$$

Струм  $I_2^{(2)}$  визначаємо з допомогою схеми рис. **в**, утвореної із схеми рис. **а** заміною джерела напруги коротким замиканням. Для схеми рис. **в** справедливе співвідношення:

$$J \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = I_2^{(2)} \cdot R_2,$$

з якого визначаємо струм  $I_2^{(2)}$ :

$$I_2^{(2)} = J \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Враховуючи умовні додатні напрями струмів  $I_2^{(1)}$ ,  $I_2^{(2)}$  та  $I_2$ , визначаємо струм  $I_2$ :

$$I_2 = I_2^{(1)} - I_2^{(2)} = (V - JR_1) / (R_1 + R_2)$$

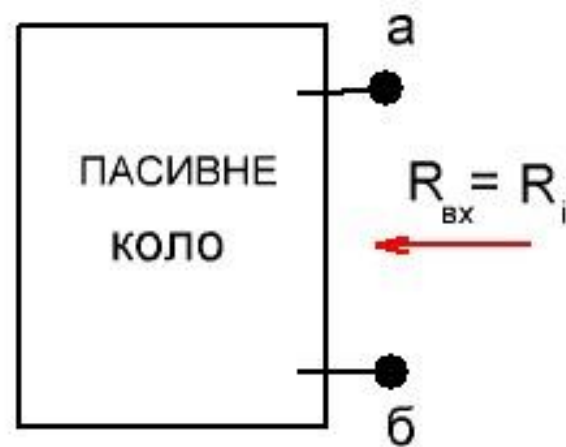
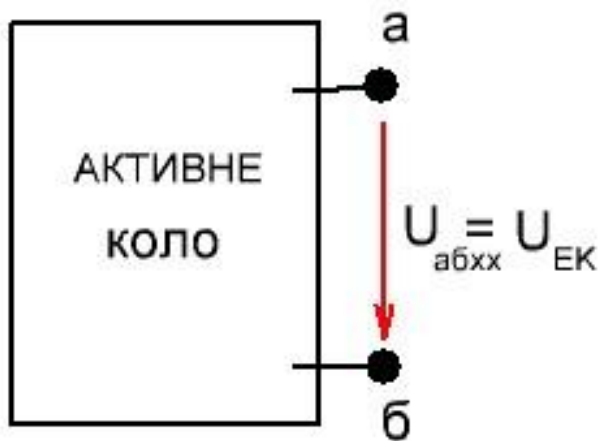
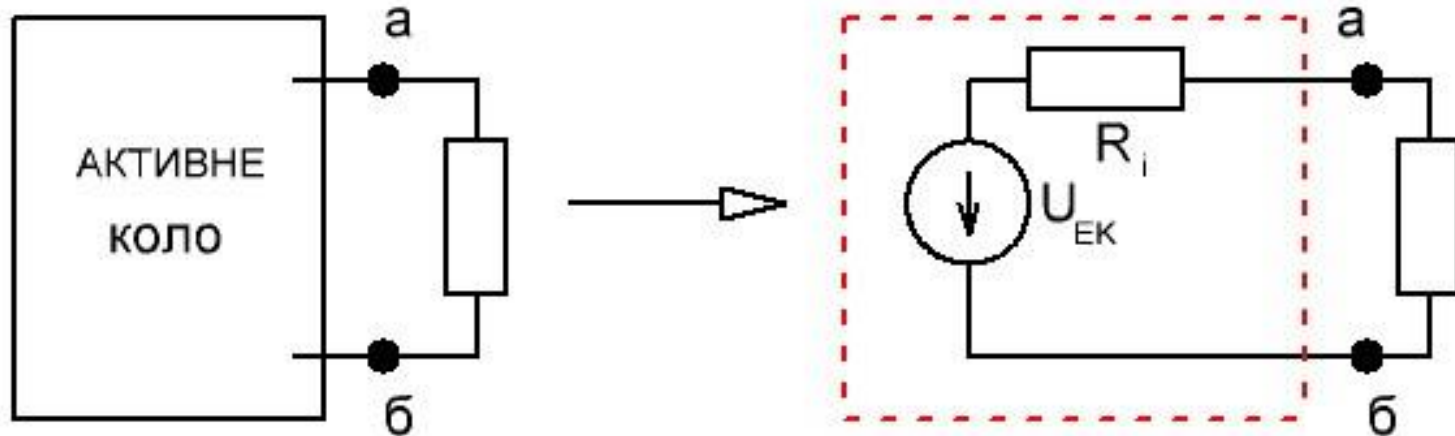
## Метод еквівалентного джерела.

- Метод еквівалентного джерела базується на застосуванні теореми про еквівалентне джерело. Ця теорема справедлива для лінійних електронних кіл, які поряд з пасивними елементами містять незалежні (автономні) та керовані (неавтономні) джерела енергії.

- Відомо два варіанти теореми про еквівалентне джерело:

**1. Теорема про еквівалентне джерело напруги (Теорема Тевенена):** *струм у довільній гілці **аб** лінійного електричного кола не зміниться, якщо решту кола замінити ідеалізованим джерелом напруги з послідовно увімкнутим внутрішнім опором. Напруга ідеалізованого джерела дорівнює напрузі між точками **a** і **b** при розімкнутій гілці **аб**, а внутрішній опір джерела дорівнює вхідному опоріві пасивного кола між виводами **a** і **b** за відсутності гілки **аб**.*

# Теорема Тевенена

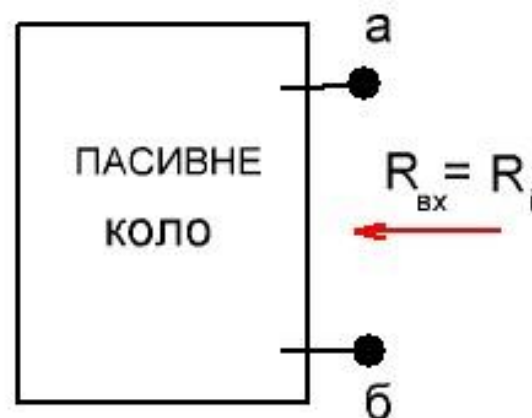
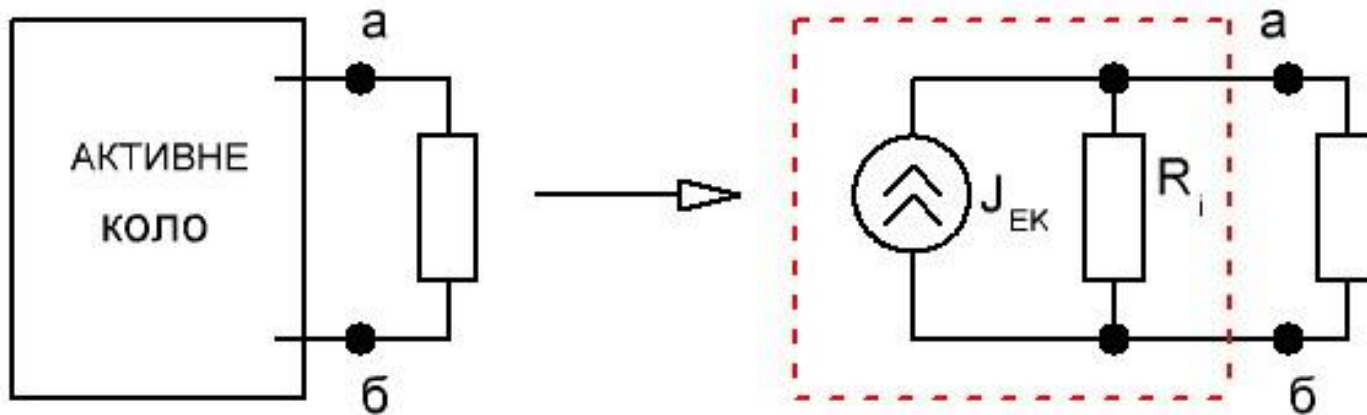


**2. Теорема про еквівалентне джерело струму (Теорема Нортон):** *струм у довільній гілці **аб** лінійного електричного кола не зміниться, якщо решту кола замінити ідеалізованим джерелом струму з паралельно під'єднаним внутрішнім опором. Струм ідеалізованого еквівалентного джерела дорівнює струмові між виводами **а** і **б** при їх короткому замиканні, а внутрішній опір джерела дорівнює входному комплексному опорі пасивного кола між виводами **а** і **б** за відсутності гілки **аб**.*

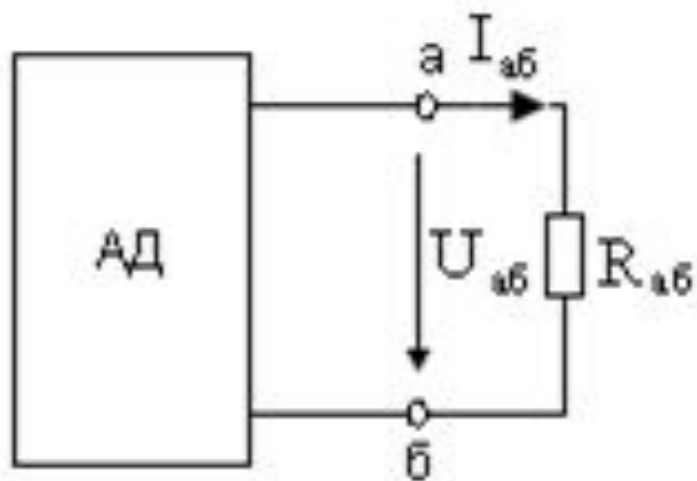
- Із наведених теорем випливає, що цей метод передбачає виділення у лінійному колі однієї гілки і заміну решти кола автономним активним двополюсником (АД), параметри якого визначають на підставі згаданих теорем.
- Зауважимо, що внутрішній опір активного двополюсника є однаковим для обох варіантів представлення активного двополюсника (як джерело напруги і як джерело струму).



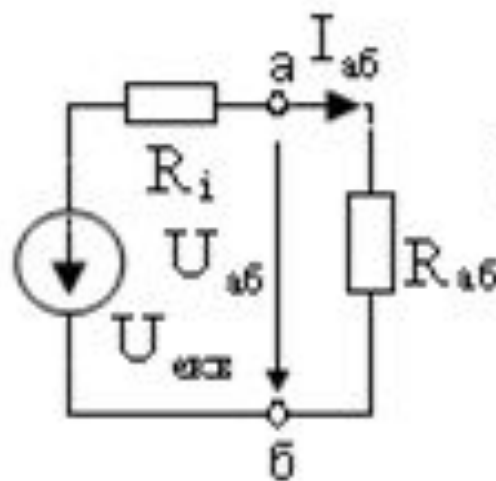
# Теорема Нортонна



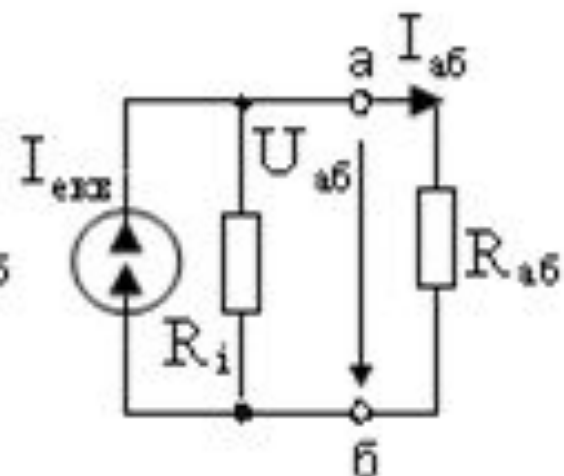
На рисунку показана ілюстрація теореми про еквівалентне джерело: представлення кола активним двополюсником з виділеною гілкою **аб** (рис.а); представлення активного двополюсника еквівалентним джерелом напруги (рис.б); представлення активного двополюсника еквівалентним джерелом струму (рис.в)



а

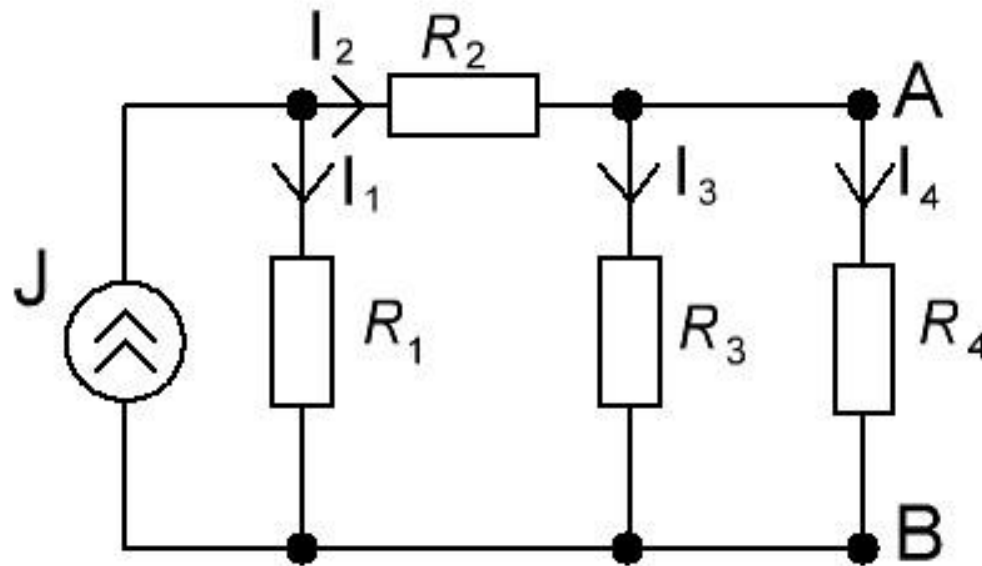


б



в

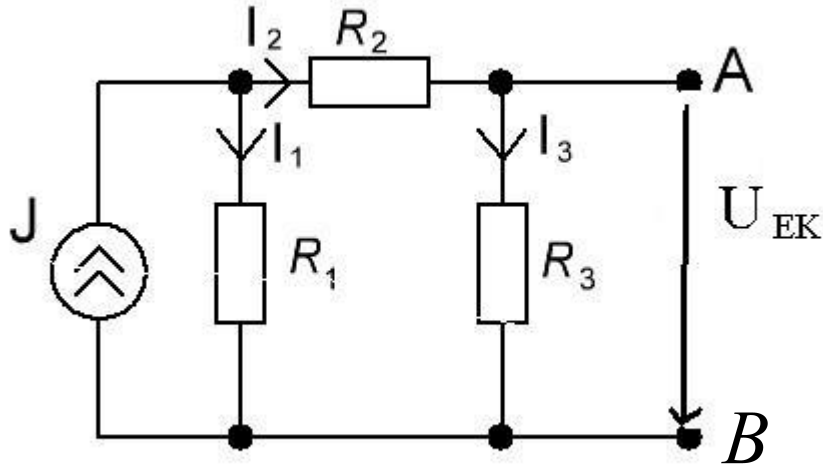
Проілюструємо застосування методу еквівалентного джерела для визначення струму  $I_4$  у колі, схема якого зображена на рисунку:



Використаємо спочатку варіант теореми про еквівалентне джерело напруги, згідно з яким напруга еквівалентного джерела дорівнює напрузі між точками  $A$  і  $B$  при відсутності резистора  $R_4$ .

.

Для визначення напруги  $U_{EK}$  еквівалентного джерела розглянемо схему, в якій усунуто резистор  $R_4$  :



Для даної схеми справедливі співвідношення:

$$I_2 = I_3; J = I_1 + I_3;$$

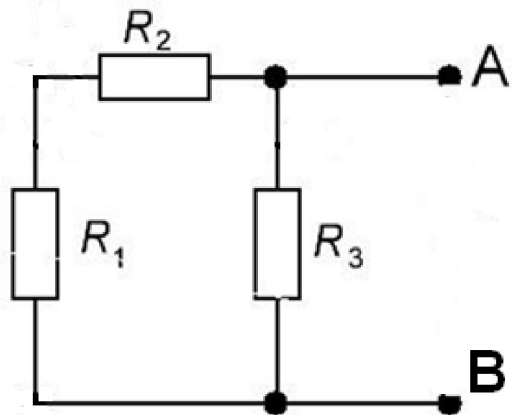
$$U_{EK} = I_3 R_3$$

$$\frac{I_1}{I_3} = \frac{R_2 + R_3}{R_1}; I_1 = \frac{(R_2 + R_3)}{R_1} \cdot I_3 = J - I_3;$$

на підставі яких визначаємо:  $I_3 = JR_1 / (R_1 + R_2 + R_3);$

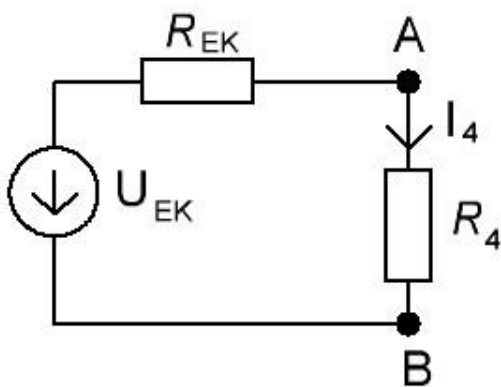
$$U_{EK} = JR_1 R_3 / (R_1 + R_2 + R_3).$$

Внутрішній опір еквівалентного джерела напруги дорівнює вхідному опоріві пасивного кола між точками А і В:



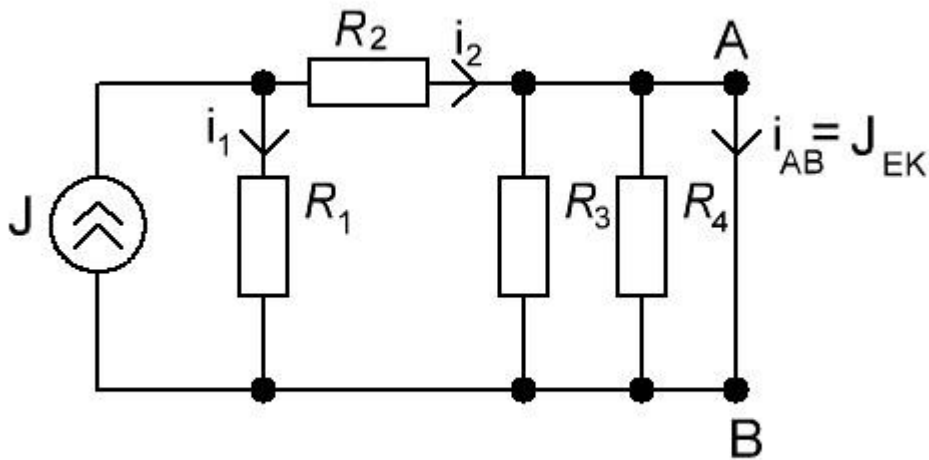
$$R_{EK} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Струм  $I_4$  визначаємо на підставі схеми з еквівалентним джерелом напруги:



$$I_4 = \frac{U_{EK}}{R_{EK} + R_4} = \frac{JR_1R_3}{R_3(R_1 + R_2) + R_4(R_1 + R_2 + R_3)}$$

Використаємо тепер варіант теореми про еквівалентне джерело струму, згідно з яким струм еквівалентного джерела  $J_{EK}$  дорівнює струмові між точками  $A$  і  $B$  при їх короткому замиканні. Для визначення  $J_{EK}$  розглянемо схему:



Для даної схеми справедливі співвідношення:

$$I_2 = I_{AB} = J_{EK};$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}; I_1 = J - I_2,$$

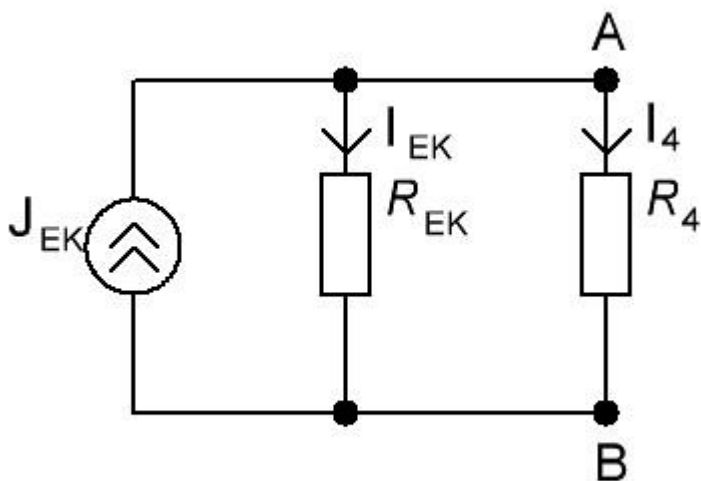
на підставі яких визначаємо:

$$I_2 = J_{EK} = \frac{JR_1}{R_1 + R_2}$$

Внутрішній опір еквівалентного джерела струму такий самий, як і еквівалентного джерела струму :

$$R_{EK} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Струм  $I_4$  визначаємо на підставі схеми з еквівалентним джерелом струму:



Для даної схеми справедливі співвідношення:

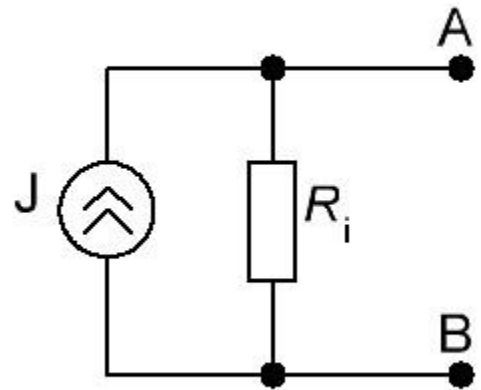
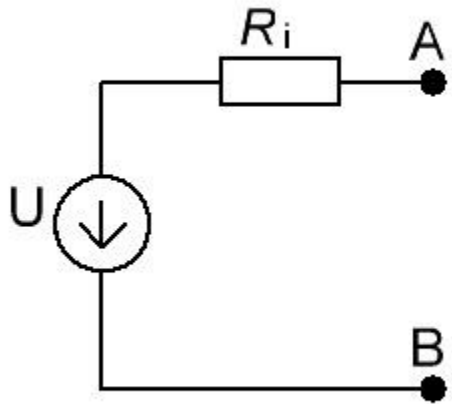
$$\frac{I_{EK}}{I_4} = \frac{R_4}{R_{EK}}; I_{EK} = J_{EK} - I_4,$$

на підставі яких визначаємо:

$$I_4 = \frac{J_{EK} R_{EK}}{R_{EK} + R_4} = \frac{J R_1 R_3}{R_3 (R_1 + R_2) + R_4 (R_1 + R_2 + R_3)}.$$

- Як бачимо, обидва варіанти теореми про еквівалентне джерело дають однаковий результат. Котрий із варіантів теореми застосовувати у конкретному випадку залежить від того, який із них дає змогу простіше визначити параметри еквівалентного джерела.
- Метод еквівалентного джерела звичайно застосовують тоді, коли досліджують напругу чи струм **лише однієї вибраної гілки кола**, і не цікавляться струмами та напругами інших гілок.





$$U = JR_i$$

$$J = \frac{U}{R_i}$$