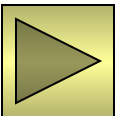


# Решение систем уравнений второй степени



Решить систему уравнений – значит найти множество её решений.

А решением системы двух уравнений с двумя переменными является пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы в верное числовое равенство.

Системы уравнений с двумя переменными можно решать

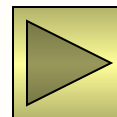
- а) графически;
- б) способом подстановки;
- в) способом сложения.

Выбор способа решения зависит от уравнений, входящих в систему.

**Графический способ** применим к решению любой системы, но с помощью графиков уравнений можно приближенно находить решения системы. Лишь некоторые найденные решения системы могут оказаться точными. В этом можно убедиться, подставив их координаты в уравнения системы.

**Способ подстановки** «хорош» при решении систем, когда одно из уравнений является уравнением первой степени.

**Способом сложения** лучше пользоваться в случае, когда оба уравнения системы есть уравнения второй степени.



**Пример1.** С помощью графиков решим систему уравнений:

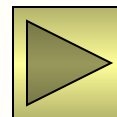
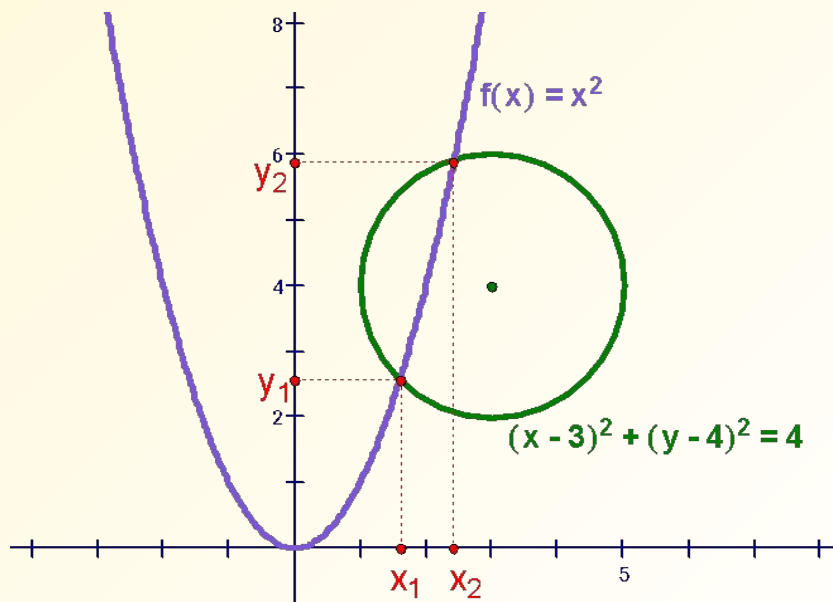
$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4, \\ y - x^2 = 0. \end{cases}$$

**Решение.**

На геометрическом языке решить систему уравнений – значит найти все общие точки графиков уравнений, входящих в систему. Поэтому выясним, что является графиком каждого из уравнений данной системы. Итак, графиком уравнения  $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$  является окружность радиуса  $2$  с центром в точке с координатами  $(3; 4)$ . Графиком уравнения  $y - x^2 = 0$  является парабола  $y = x^2$ , ветви которой направлены вверх, а вершина расположена в точке с координатами  $(0; 0)$ .

Изобразим графики уравнений в одной системе координат и найдём координаты точек пересечения, это и есть решения системы.

**Ответ:**  $x_1 \approx 1,7$ ,  $y_1 \approx 2,5$ ;  
 $x_2 \approx 2,4$ ,  $y_2 \approx 5,9$ .



**Пример2.** Решим систему уравнений способом подстановки:

$$\begin{cases} 0,5x^2 - y = 2, \\ y - x = 2. \end{cases}$$

**Решение.**

1) Выразим из второго уравнения системы  $y$  через  $x$ , получим уравнение:  $y = x + 2$ .

2) В первое уравнение системы вместо  $y$  подставим выражение  $(x + 2)$ , получим уравнение:  $0,5x^2 - (x + 2) = 2$ , решим его.

$$0,5x^2 - x - 2 = 2,$$

$$0,5x^2 - x - 2 - 2 = 0,$$

$$0,5x^2 - x - 4 = 0.$$

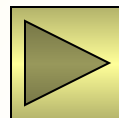
Домножив обе части уравнения на  $2$ , получим уравнение равносильное предыдущим:  $x^2 - 2x - 8 = 0$ .

Используя теорему, обратную Виета, находим корни квадратного уравнения – ими являются числа  $-2$  и  $4$ .

3) Если  $x = -2$ , то  $y = x + 2 = -2 + 2 = 0$ .

Если  $x = 4$ , то  $y = x + 2 = 4 + 2 = 6$ .

**Ответ:**  $\{ (-2; 0), (4; 6) \}$



**Пример3.** Решим систему уравнений способом сложения:

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 3 = 0, \\ 2x^2 + 3xy - 27 = 0. \end{cases}$$

**Решение.**

1) Первое уравнение системы умножим на **3**, а второе – на **2**. Получим систему, равносильную данной:

$$\begin{cases} 3x^2 - 6xy - 9 = 0, \\ 4x^2 + 6xy - 54 = 0. \end{cases}$$

2) Сложив уравнения системы, получим уравнение с одной переменной:

$$7x^2 - 63 = 0,$$

$$7x^2 = 63,$$

$$x^2 = 63 : 7,$$

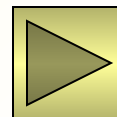
$$x = \pm 3.$$

3) Подставим найденные значения **x** в первое уравнение системы:

если **x = -3**, то  $(-3)^2 - 2*(-3)*y - 3 = 0$ , отсюда **y = -1**;

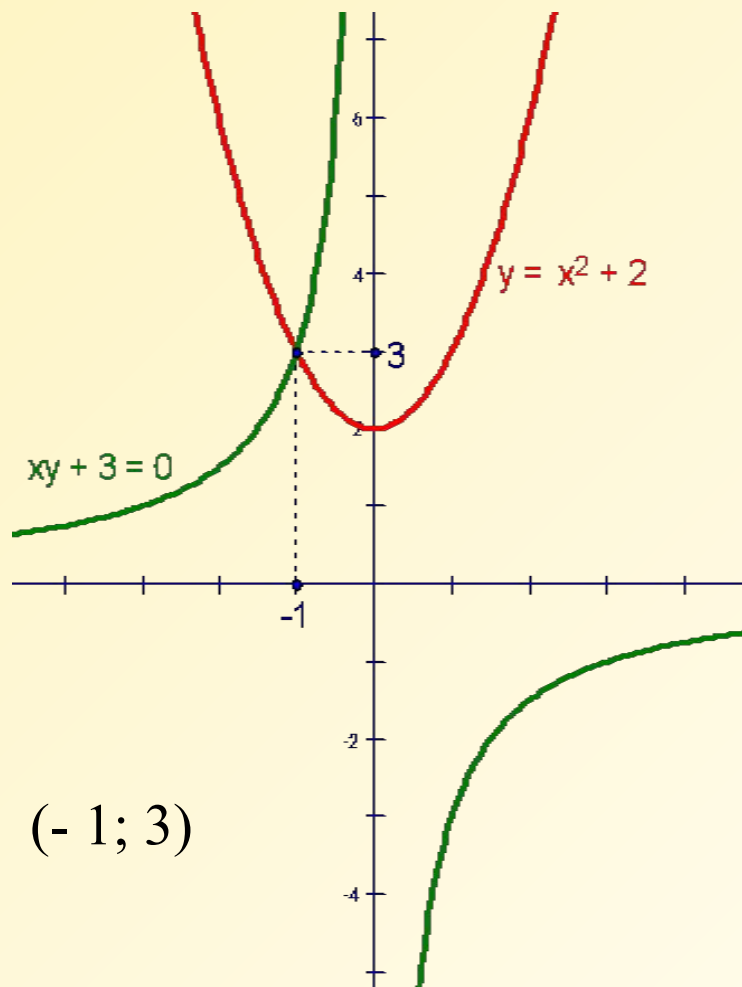
если **x = 3**, то  $3^2 - 2*3*y - 3 = 0$ , отсюда **y = 1**.

**Ответ:**  $\{ (-3; -1), (3; 1) \}$ .



# Решите графически системы уравнений:

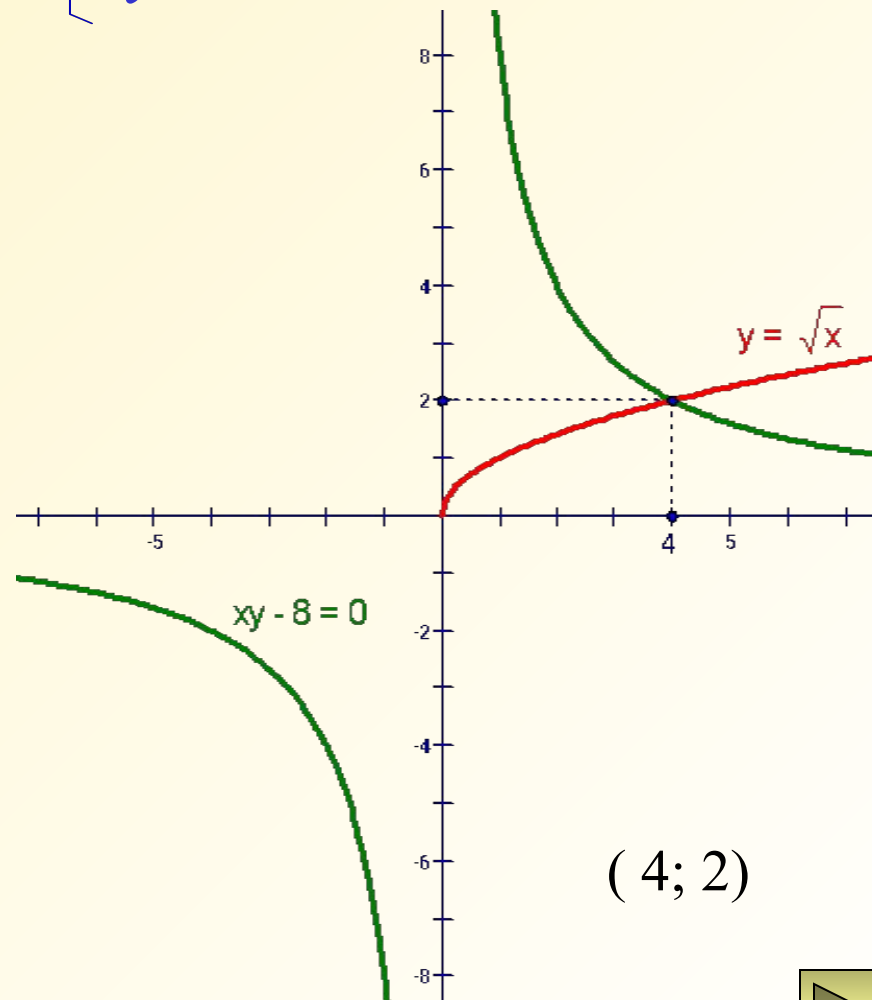
$$1) \begin{cases} xy + 3 = 0, \\ y = x^2 + 2. \end{cases}$$



$(-1; 3)$

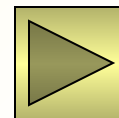
Ответ (по щелчку)

$$2) \begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ xy - 8 = 0. \end{cases}$$



$(4; 2)$

Ответ (по щелчку)



Решите самостоятельно системы уравнений:

$$1) \begin{cases} x - y = 7, \\ x^2 + y^2 = 9 - 2xy; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} xy = -8, \\ (x - 4) * (y - 2) = -12; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x - y = 2, \\ 1/x - 1/y = -2/3. \end{cases}$$

В случае затруднений в ходе решения, загляните в подсказки





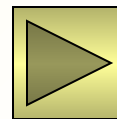
## Подсказки

**Система 1).** Если во втором уравнении системы слагаемое « $-2xy$ » перенести в левую часть, то там получим квадрат суммы  $(x + y)^2$ . В первом уравнении системы выразим  $x$  через  $y$  и подставим получившееся выражение во второе преобразованное уравнение; решив его, найдем значения  $y$ . Найдя значение  $y$ , найдем соответствующие значения  $x$ .  
Ответ:  $\{(2; -5), (5; -2)\}$ .

**Система 2).** Если во втором уравнении системы раскроем скобки, слагаемое « $xy$ » заменим значением « $-8$ » и приведем подобные слагаемые, а затем разделим обе части уравнения на « $2$ », то сможем выразить  $x$  через  $y$ . Подставив полученное выражение  $x$  через  $y$  в первое уравнение системы, получим квадратное уравнение относительно  $y$ ; решив его, найдем значения  $y$ . Найдя значение  $y$ , найдем соответствующие значения  $x$ .  
Ответ:  $\{(-2; 4), (8; -1)\}$ .

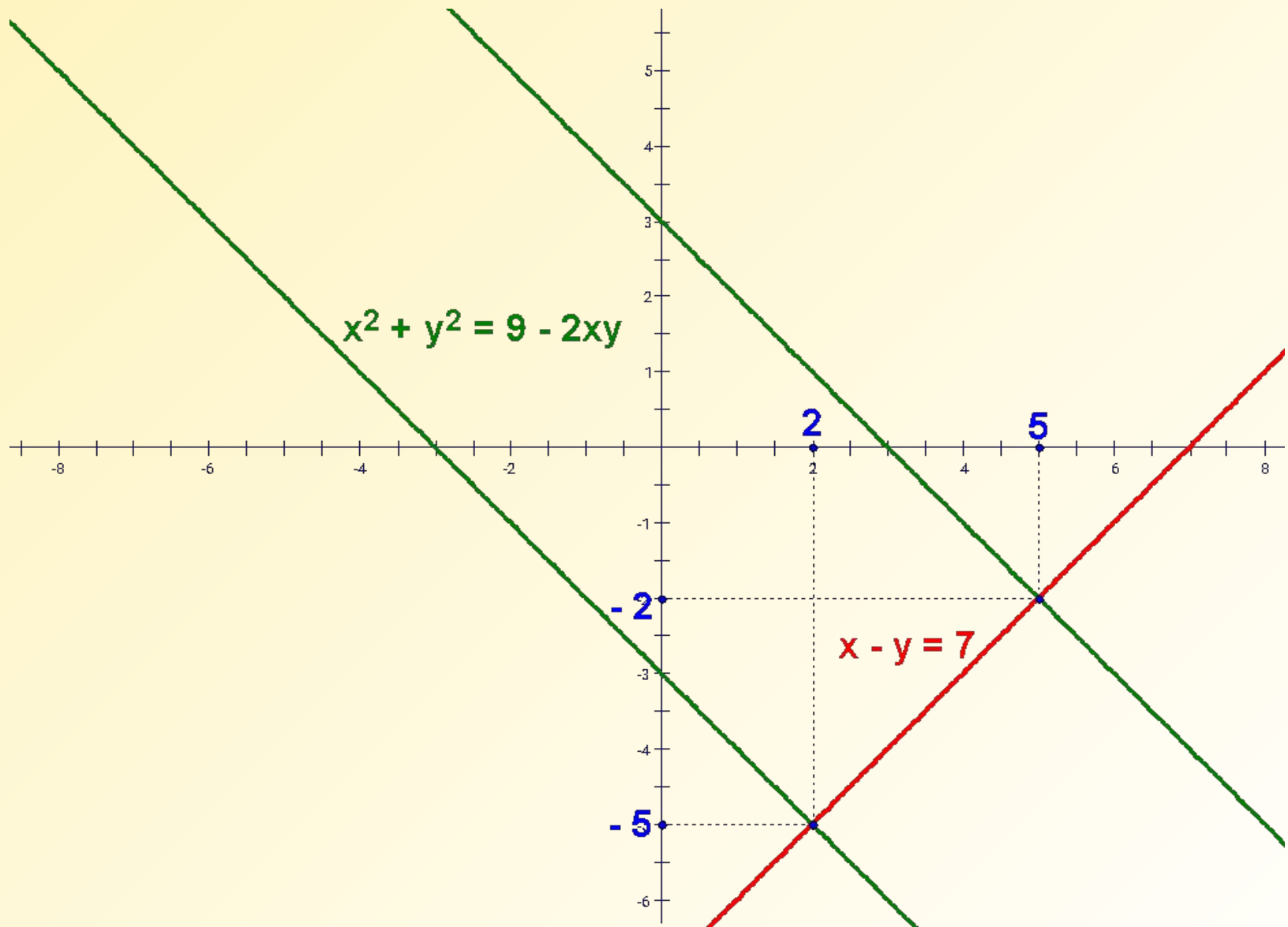
**Система 3).** Если из первого уравнения системы выразим  $x$  через  $y$  и подставим во второе уравнение, то получим дробно-рациональное уравнение относительно  $y$ ; решив его, найдем значения  $y$ . Найдя значение  $y$ , найдем соответствующие значения  $x$ .  
Ответ:  $\{(3; 1), (-1; -3)\}$ .

Далее ознакомьтесь с *графическим* способом решения систем

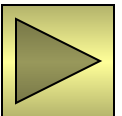




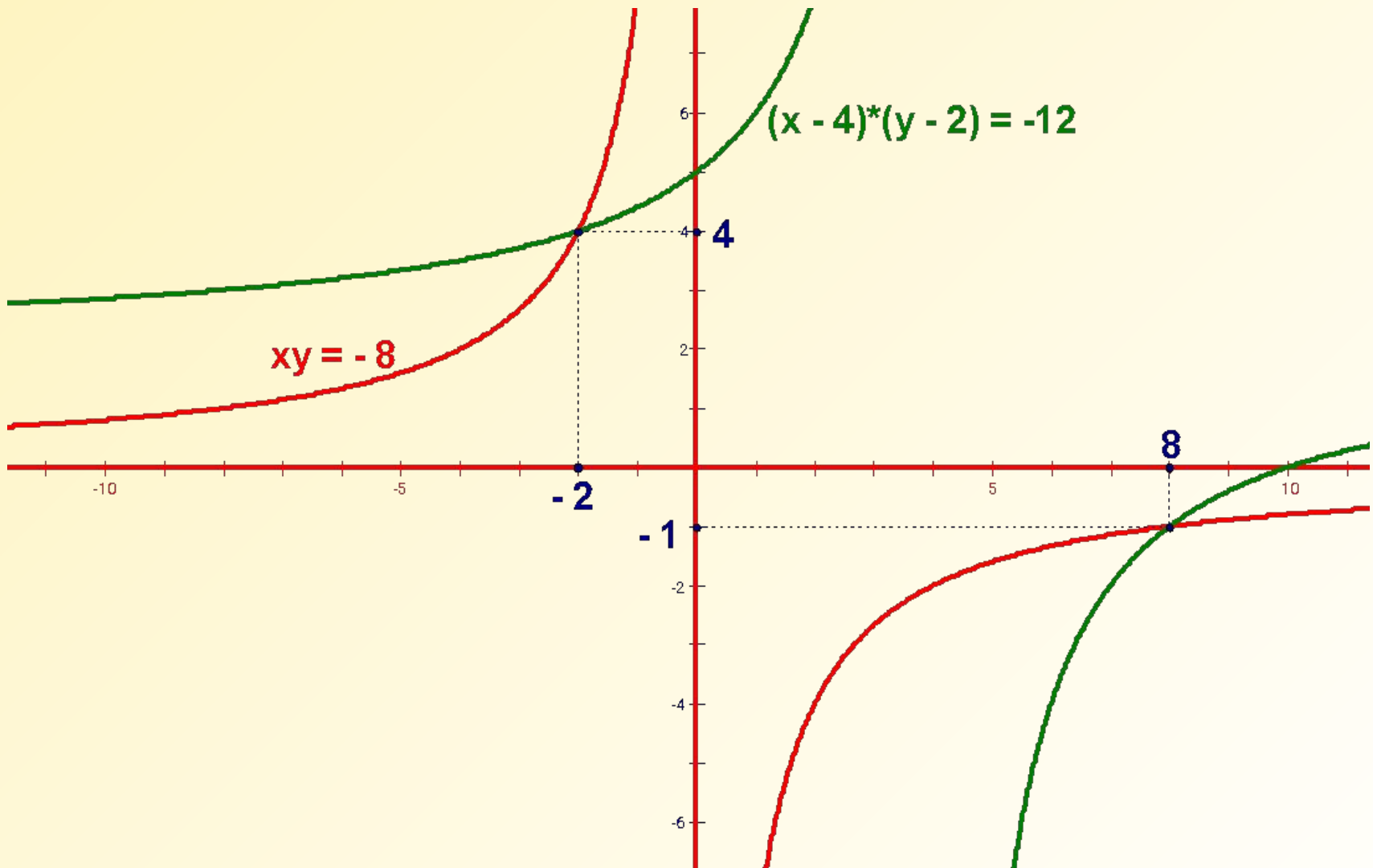
## Графический способ решения системы 1).



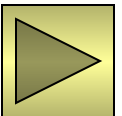
Ответ:  $\{ (2; -5), (5; -2) \}$



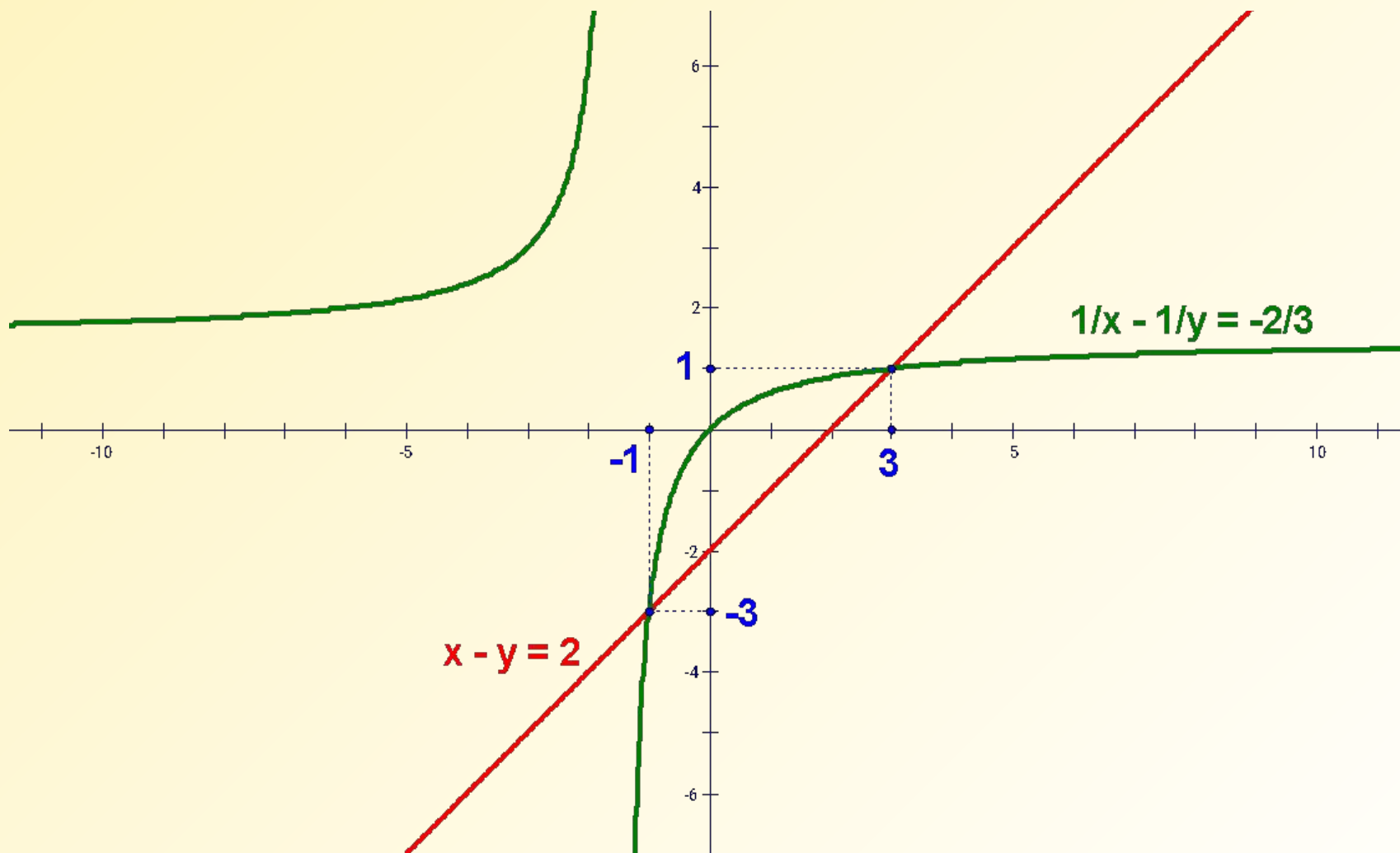
Графический способ решения системы 2).



Ответ:  $\{ (-2; 4), (8; -1) \}$



Графический способ решения системы 3).



Ответ:  $\{ (3; 1), (-1; -3) \}$

