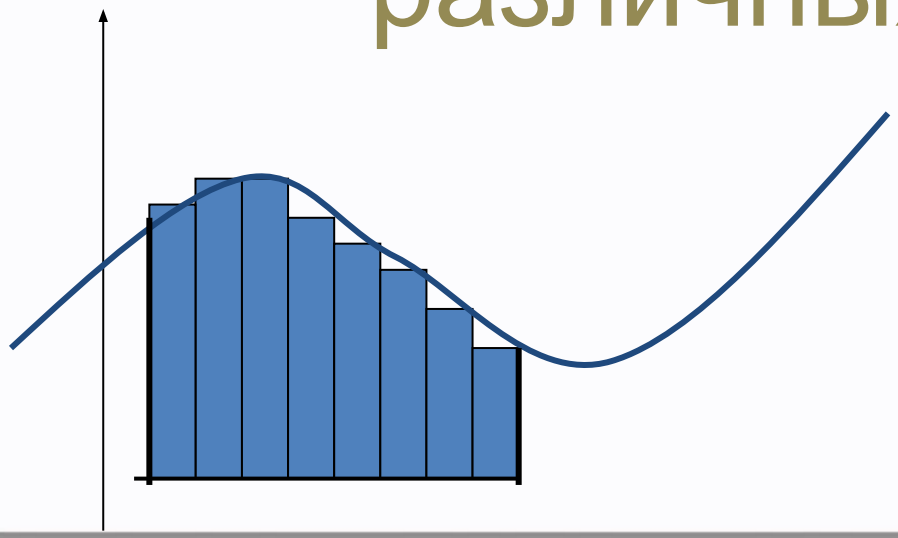
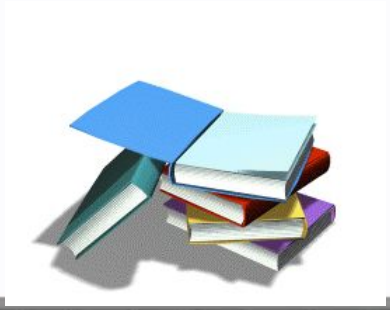
Применение интеграла к вычислению площадей различных фигур

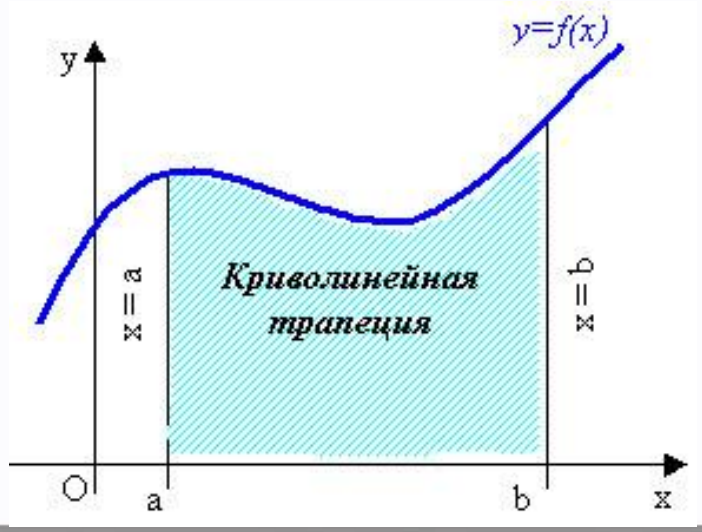




Геометрический смысл определенного интеграла

Определение:

Фигура, ограниченная графиком неотрицательной и непрерывной на отрезке [a; b] функции y=f (x), осью Ox и прямыми x = a и x = b , называется криволинейной трапецией.

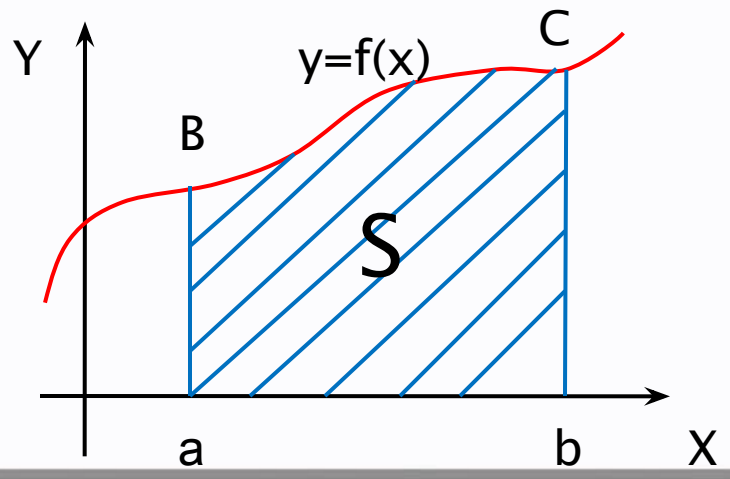


Геометрический смысл определенного интеграла

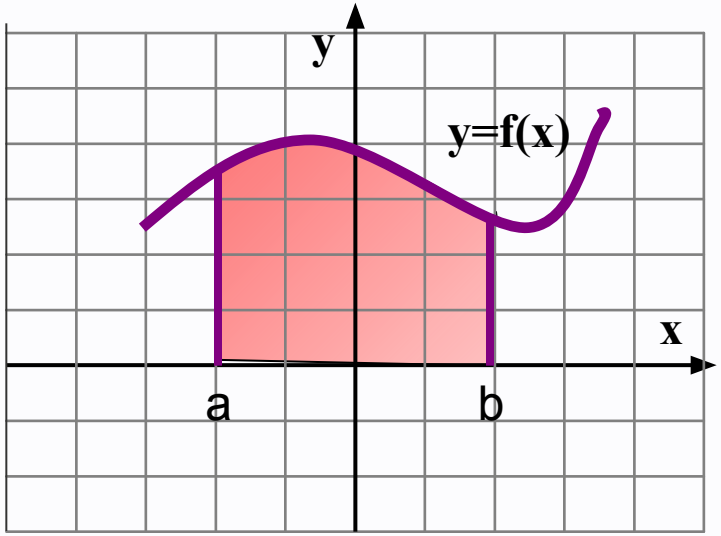
Теорема:

Определенный интеграл от a до b функции f(x) равен площади S соответствующей криволинейной трапеции , т.е.

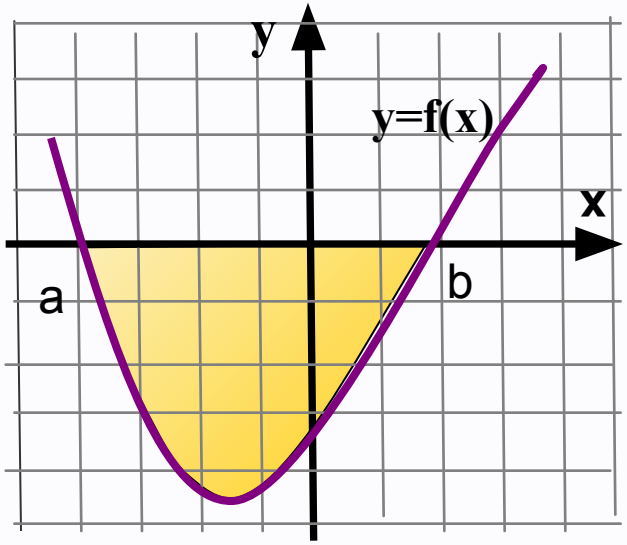
$$\int_a^b f(x)dx = S_{aBCb}$$



Формулы вычисления площади с помощью интеграла

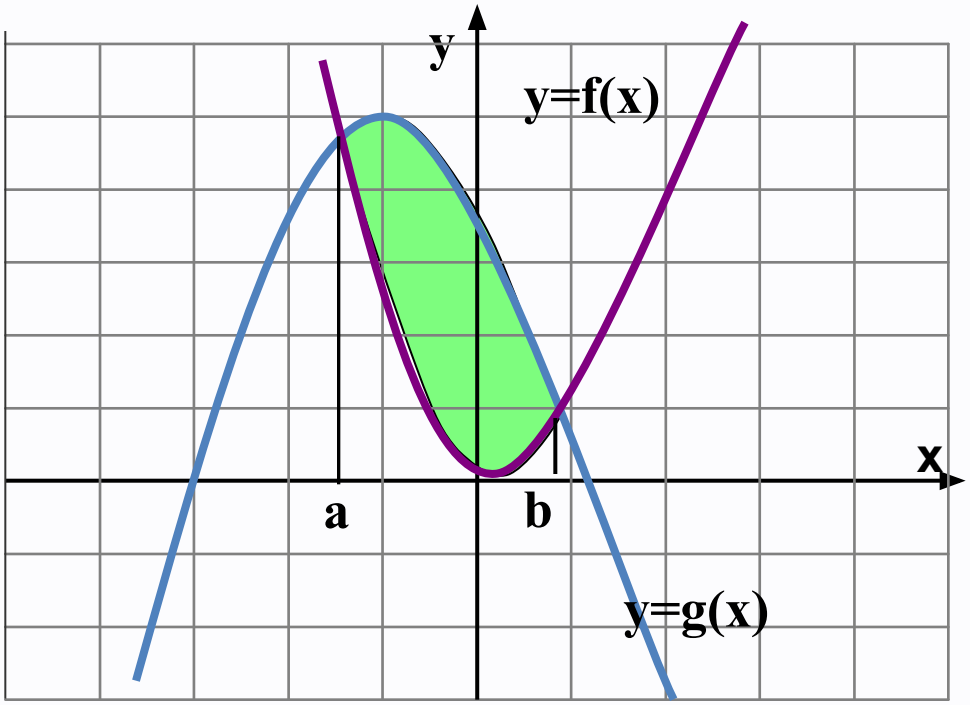


$$S = \int_a^b f(x)dx$$



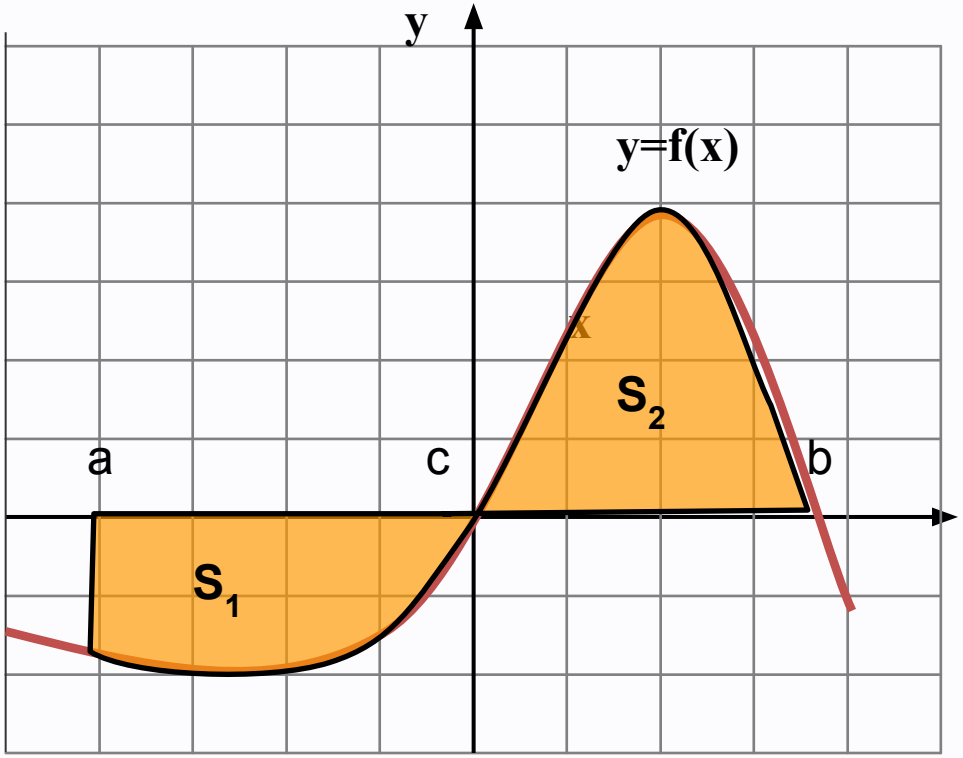
$$S = -\int_a^b f(x)dx$$

Формулы вычисления площади с помощью интеграла



$$S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$$

Формулы вычисления площади с помощью интеграла



$$S = S_1 + S_2$$

$$S = -\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

Построение графика линейной функции

Линейная функция:

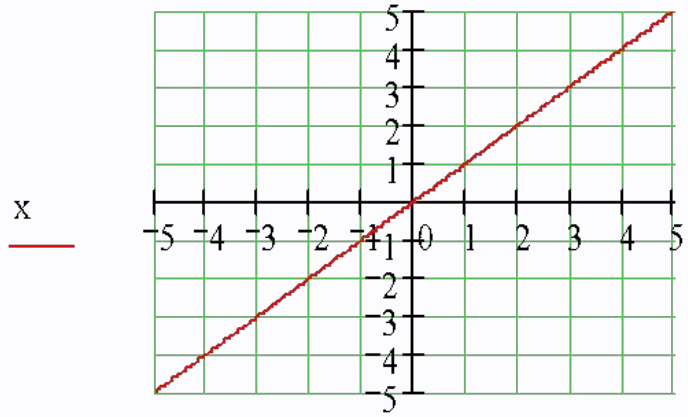
Определение: **Линейной функцией** называется функция вида y = кх +в

Графиком линейной функции является прямая.

Для построения прямой необходимо две точки:

x		
У		

y=x



Построение графика квадратичной функции

Квадратичная функция

Определение: **Квадратичной функцией** называется функция вида

$$y = ax^2 + bx + c$$

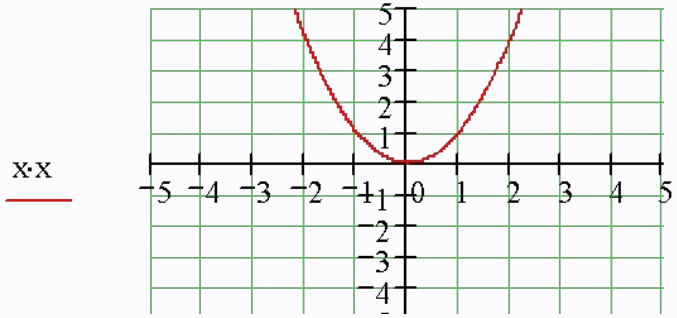
Графиком линейной функции является парабола

Для построения необходимо определить:

1) направление ветвей :

- если $a>0$, то ветви вверх
- если $a<0$, то ветви вниз
- 2) вершина (x_0, y_0) : $x_0 = -\frac{в}{2a}$, $y_0 = y(x_0)$

$y=x^2$

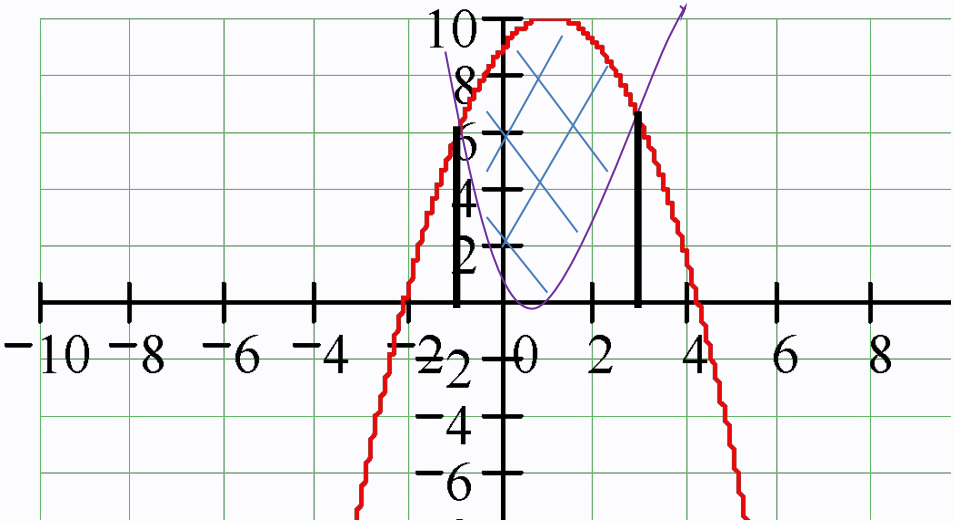


ПРАКТИКА:

«Применение интегралов к вычислению площадей»

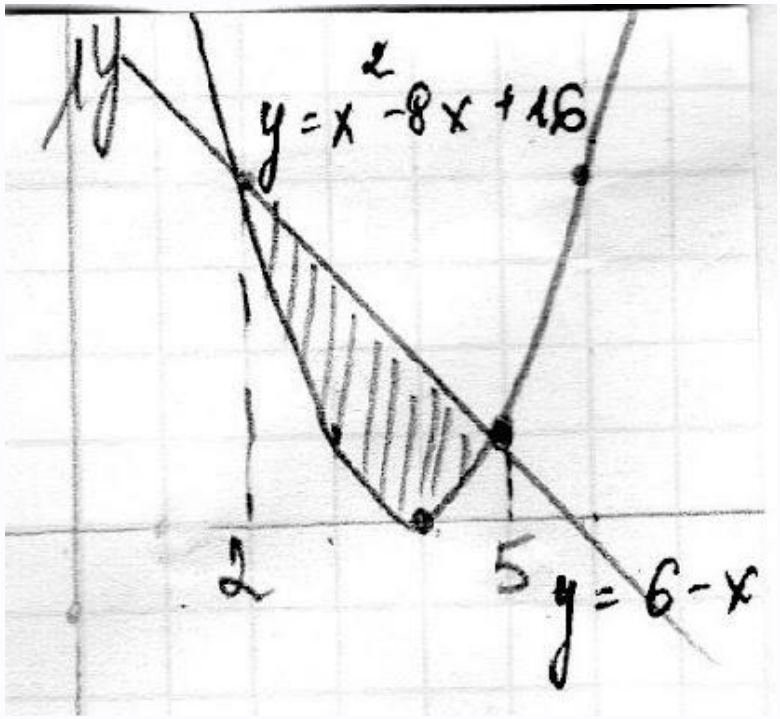
Пример: Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -x^2+2x+9,$ $\qquad$ $y = 3x^2-6x+5,$



$$S = \int_{-1}^{3}(-x^2+2x+9)dx - \int_{-1}^{3}(3x^2-6x+4)dx = 34\frac{2}{3} - 24 = 10\frac{2}{3}\,ед^2$$

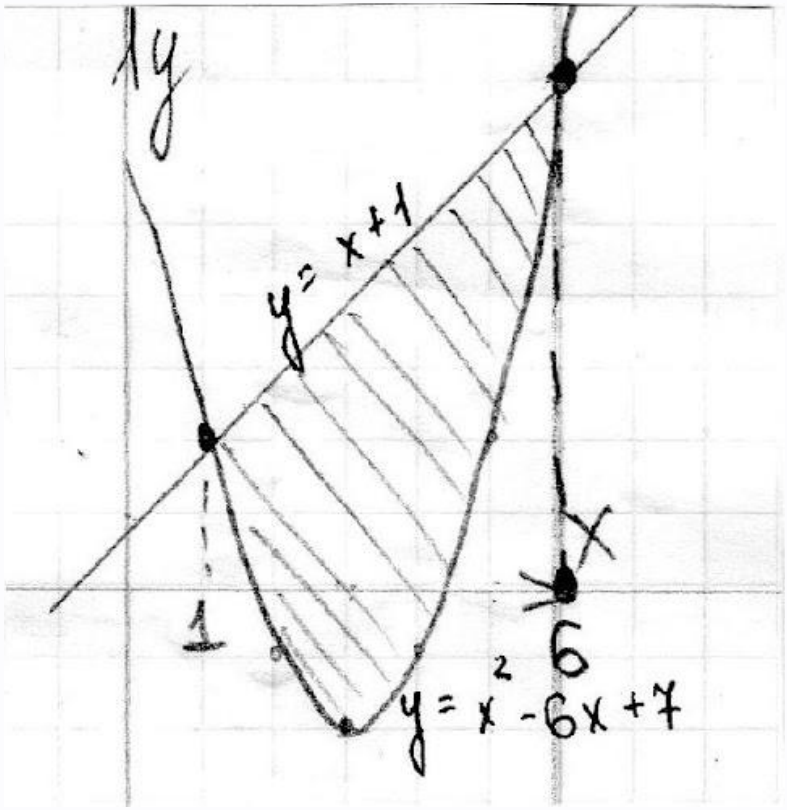
Задание 1: Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями



$y=x^2-8x+16$,

$y=6-x$

Задание 2:Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями



$$y = x + 1$$

$$y = x^2 - 6x + 7$$