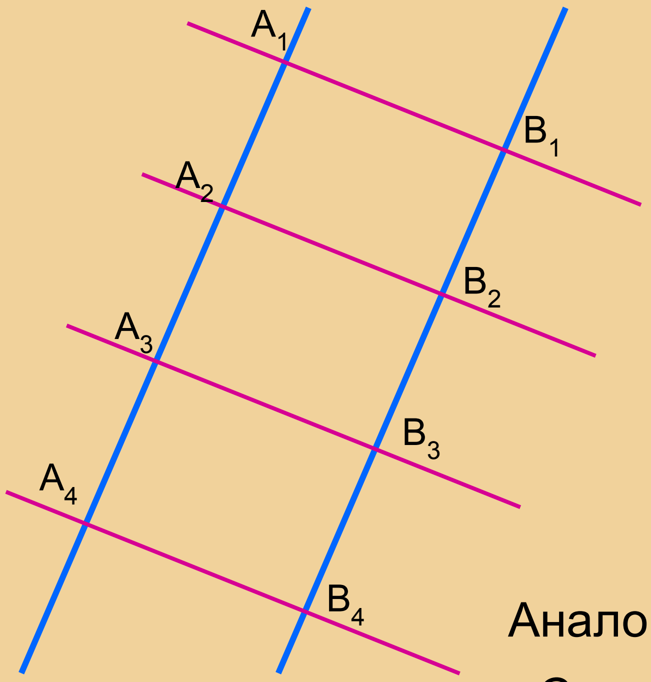
Теорема Фалеса

Если на одной из двух прямых отложены последовательно равные отрезки и через их концы проведены параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.

I случай



Дано: прямые A_1A_4 и B_1B_4 параллельны.
$A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4$, прямые A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3 и A_4B_4 параллельны.

Доказать: $B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$

Доказательство.

Четырехугольники $A_2A_1B_1B_2$ и $A_3A_2B_2B_3$ параллелограммы по определению.

Значит, $A_1A_2 = B_1B_2$ и $A_2A_3 = B_2B_3$ как противоположные стороны параллелограмма.

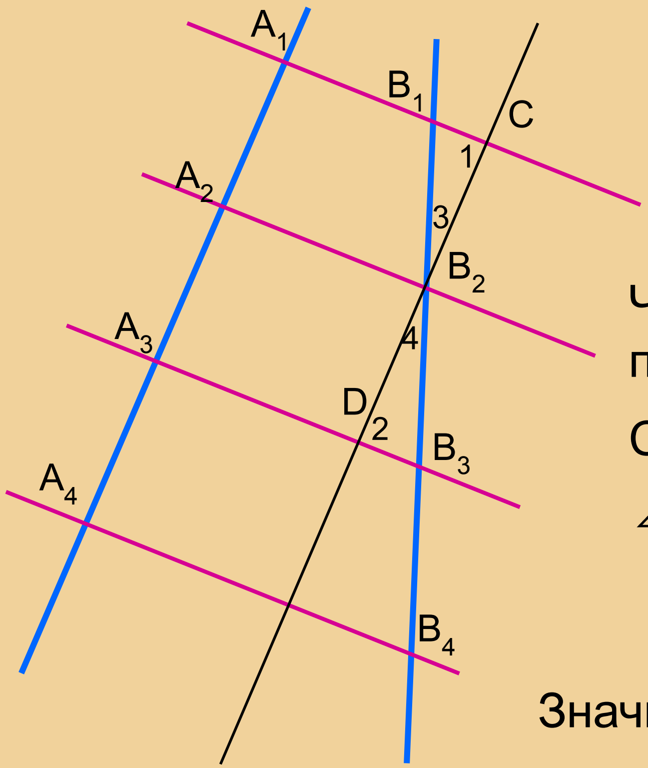
Но $A_1A_2 = A_2A_3$, поэтому $B_1B_2 = B_2B_3$.

Аналогично доказывается ,что $B_2B_3 = B_3B_4$.

Следовательно $B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$

Если на одной из двух прямых отложены последовательно равные отрезки и через их концы проведены параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.

II случай



Дано: прямые A_1A_4 и B_1B_4 не параллельны. $A_1A_2= A_2A_3=A_3A_4$, прямые A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3 и A_4B_4 параллельны.

Доказать: $B_1B_2= B_2B_3= B_3B_4$

Доказательство.

Через точку B_2 проведем прямую CD, параллельную прямой A_1A_4.

$CB_2=B_2D$ (I случай)

$\angle 1 = \angle 2$ (накрест лежащие при параллельных прямых A_1B_1 и A_3B_3 и секущей CD).

$\angle 3 = \angle 4$ (вертикальные).

Значит, $\Delta B_1B_2C = \Delta B_3B_2D$ по второму признаку.

Следовательно $B_1B_2=B_2B_3$. Аналогично доказывается, что $B_2B_3=B_3B_4$.

Следовательно $B_1B_2= B_2B_3= B_3B_4$