

Изображение пространственных фигур на плоскости

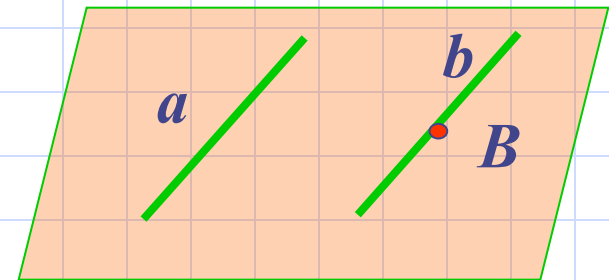
Геометри
я,
10 класс.

ВЕРНО - НЕВЕРНО ?

1. Верно ли, что через любую точку пространства можно провести множество прямых параллельных данной прямой?

Ответ: Неверно.

По теореме о существовании прямой, параллельной данной прямой, через точку пространства можно провести единственную прямую.

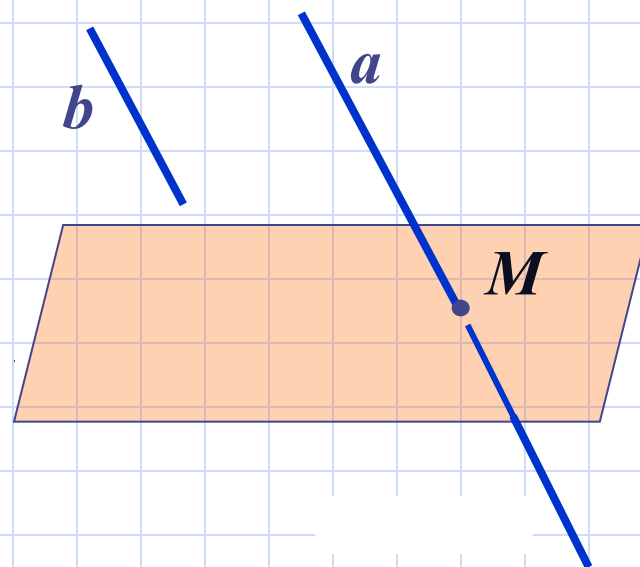


ВЕРНО - НЕВЕРНО ?

2. Верно ли, что если одна из двух параллельных прямых пересекает плоскость, то и другая тоже пересекает эту плоскость?

Ответ: Верно

По лемме о пересечении плоскости двумя параллельными прямыми, если одна из параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.

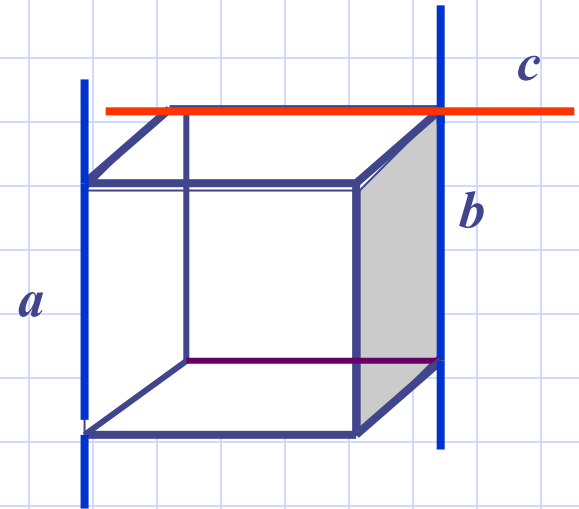


ВЕРНО - НЕВЕРНО ?

3. Верно ли, что две непересекающиеся прямые в пространстве параллельны?

Ответ: неверно

В пространстве не имеют общих точек параллельные и скрещивающиеся прямые.



с и а - скрещиваются

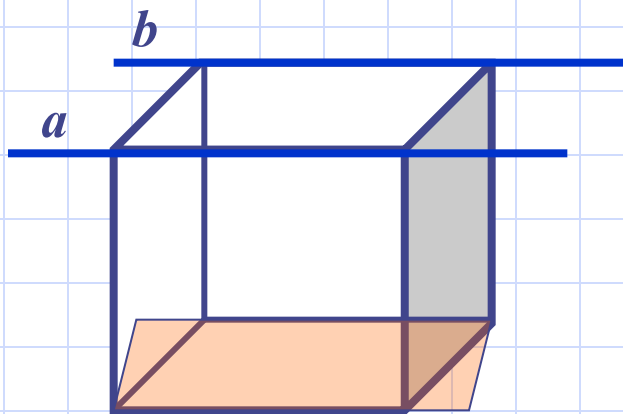
а // b

ВЕРНО - НЕВЕРНО ?

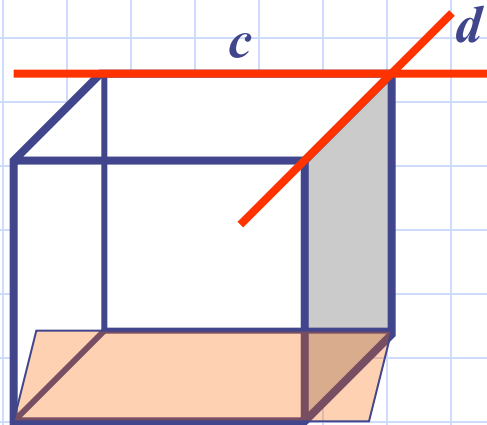
4. Верно ли, что если две прямые параллельны некоторой плоскости, то они параллельны друг другу?

Ответ: неверно

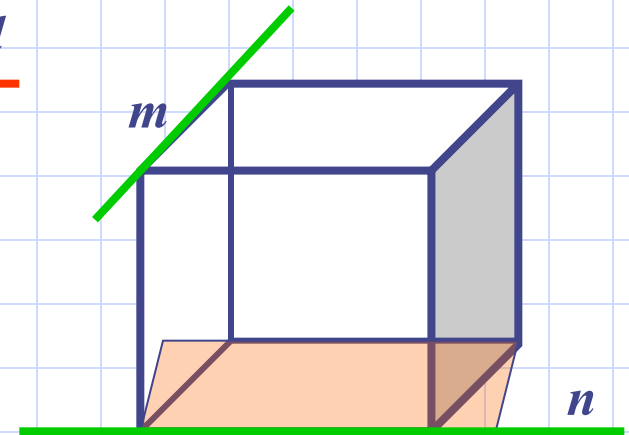
Эти прямые могут быть не только параллельными, но и пересекаться, а также они могут быть скрещивающимися.



a и *b* параллельны



c и *d* пересекаются



m и *n* скрещиваются

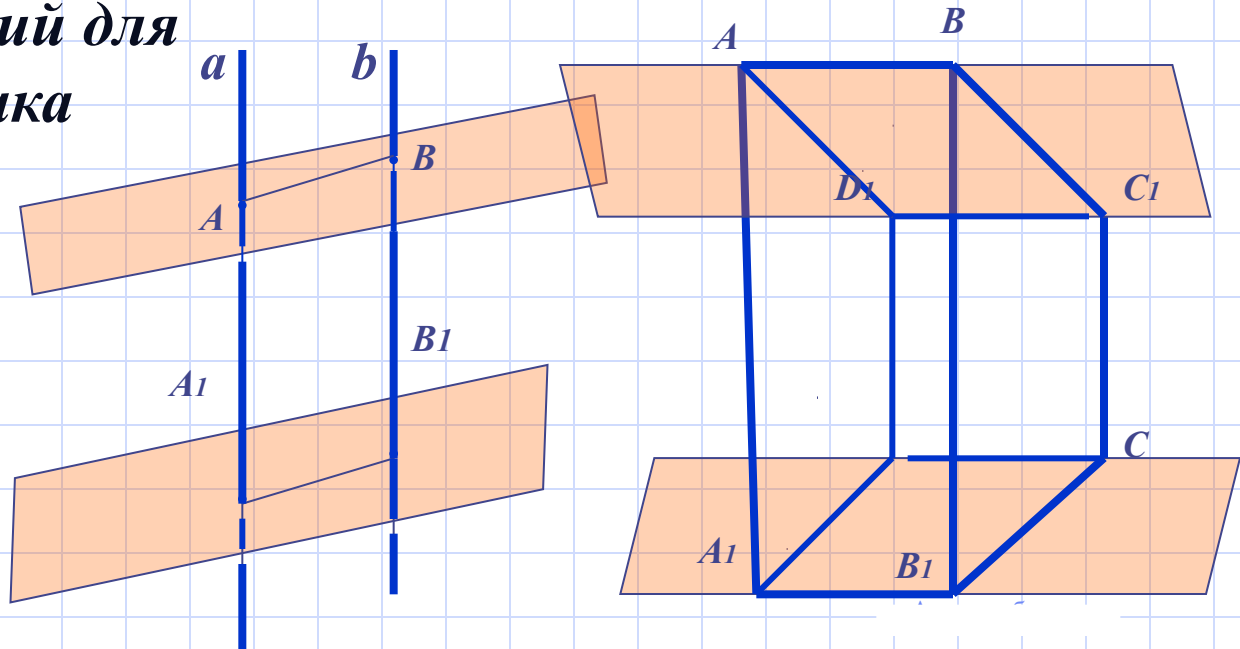
ВЕРНО - НЕВЕРНО ?

5. Верно ли, что если две плоскости пересечены двумя параллельными прямыми и отрезки данных прямых, заключённых между ними равны, то плоскости параллельны?

Ответ: Неверно

Это утверждение неверно, так как нет условий для выполнения признака параллельности плоскостей.

Если $a \parallel b$ и $AA_1 = BB_1$, то плоскости могут быть параллельны, а могут пересекаться



Виды проецирования

ПРОЕЦИРОВАНИЕ

Центральное

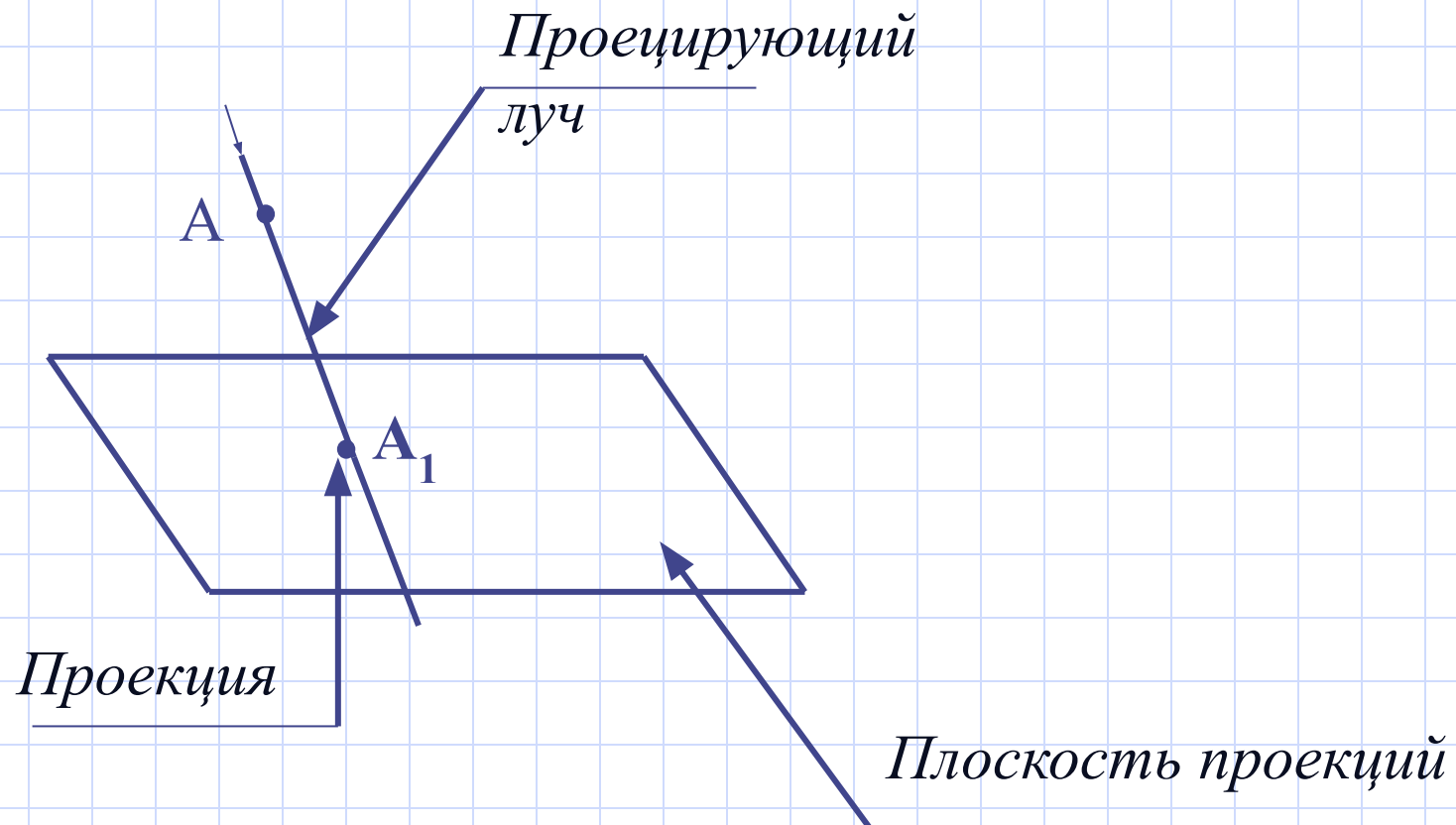
Параллельное

Косоугольное

Прямоугольное

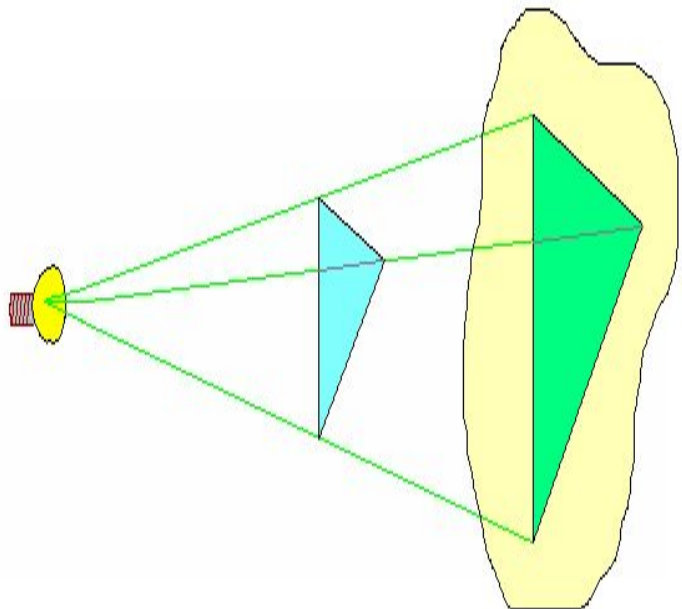


Проецирование

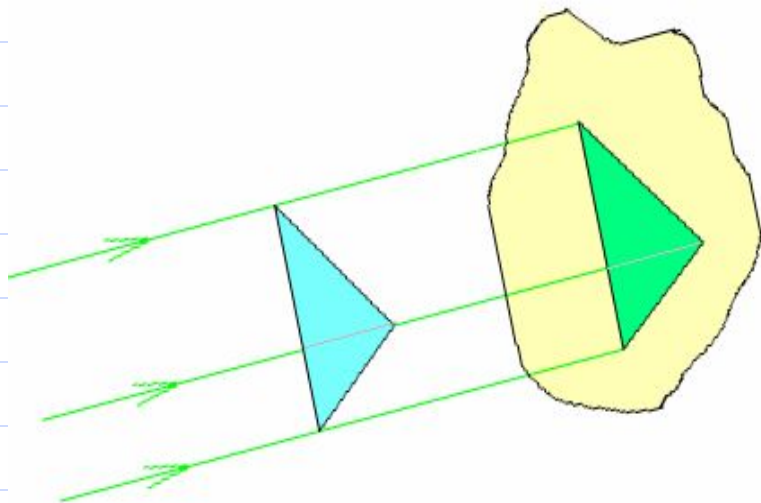


Точка A_1 - точка пересечения проецирующей прямой с
ПЛОСКОСТЬЮ

Проецирование



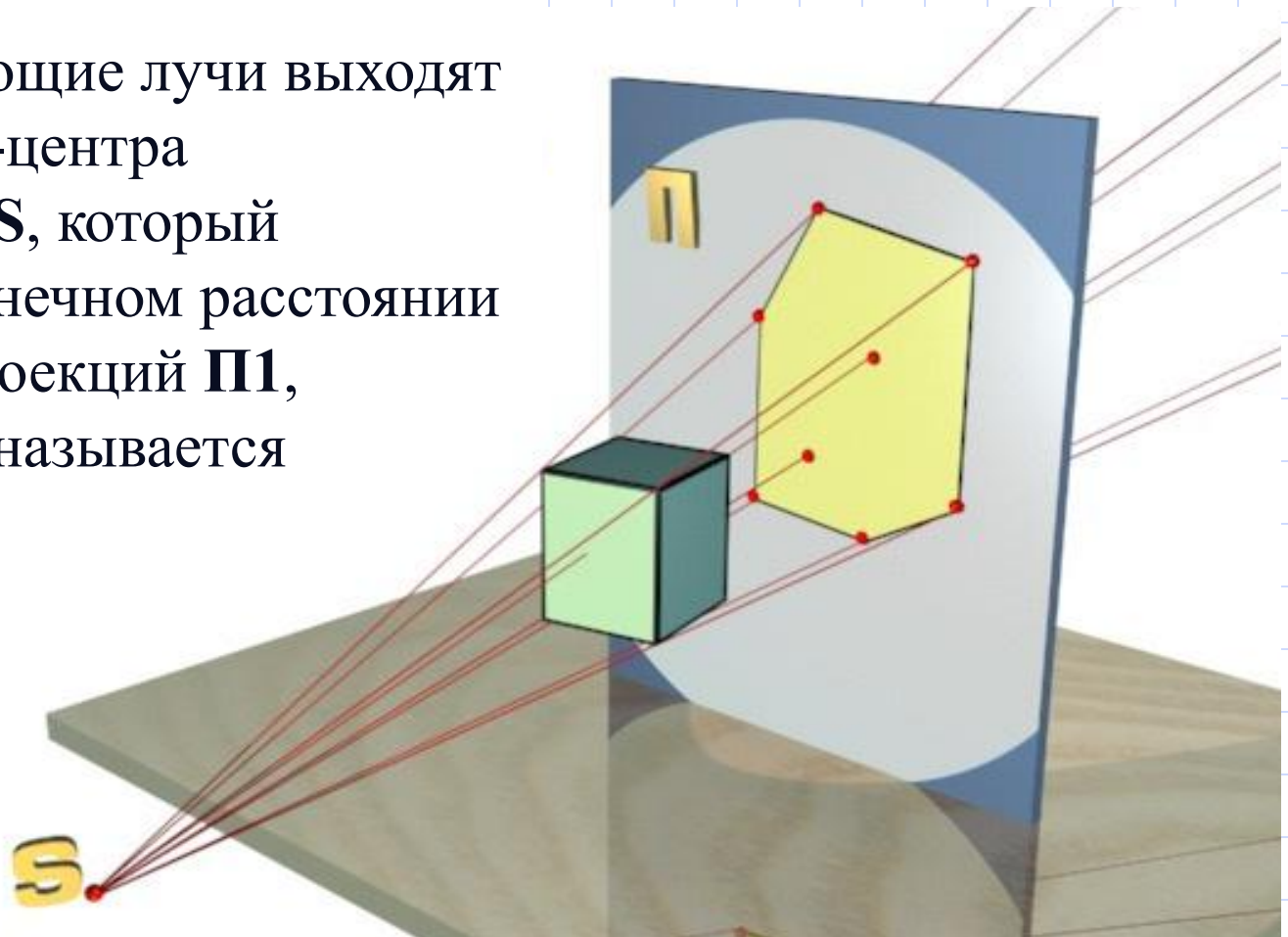
Если проецирующие лучи исходят из одной точки, то проецирование называют центральной.



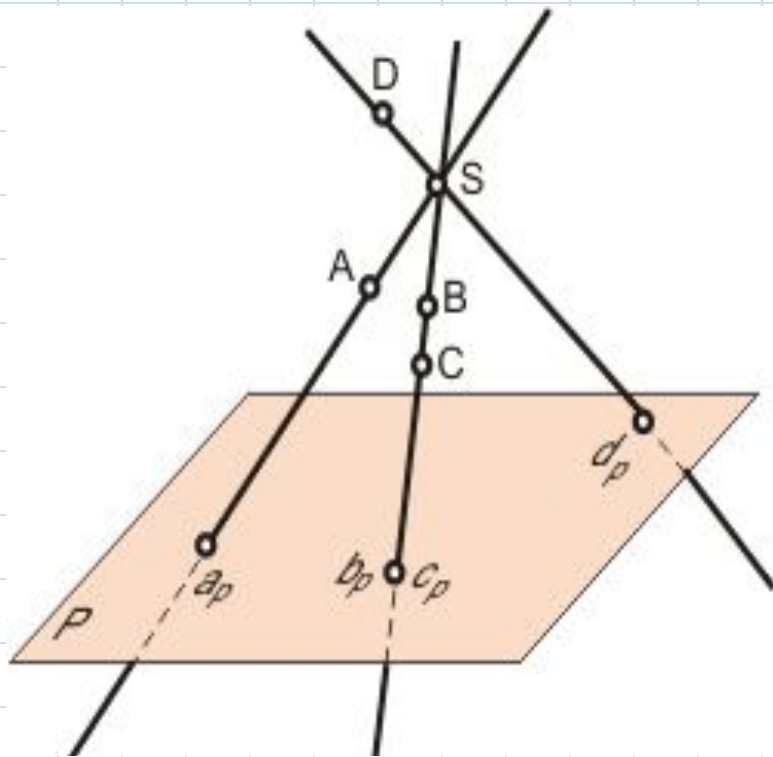
Если проецирующие лучи параллельны друг другу, то проецирование называется параллельным.

Центральное проецирование

Если проецирующие лучи выходят из одной точки -центра проецирования S , который находится на конечном расстоянии от плоскости проекций Π_1 , проецирование называется центральным.



Центральное проецирование



Для того чтобы получить центральные проекции точек **A**, **B**, **C** и **D** необходимо провести проецирующие лучи из центра проецирования **S** через точки **A**, **B**, **C** и **D** до пересечения с плоскостью проекций. При пересечении получаются точки - центральные проекции точек **A**, **B**, **C** и **D**.

Центральное проецирование

Свойства проекций при центральном проецировании:

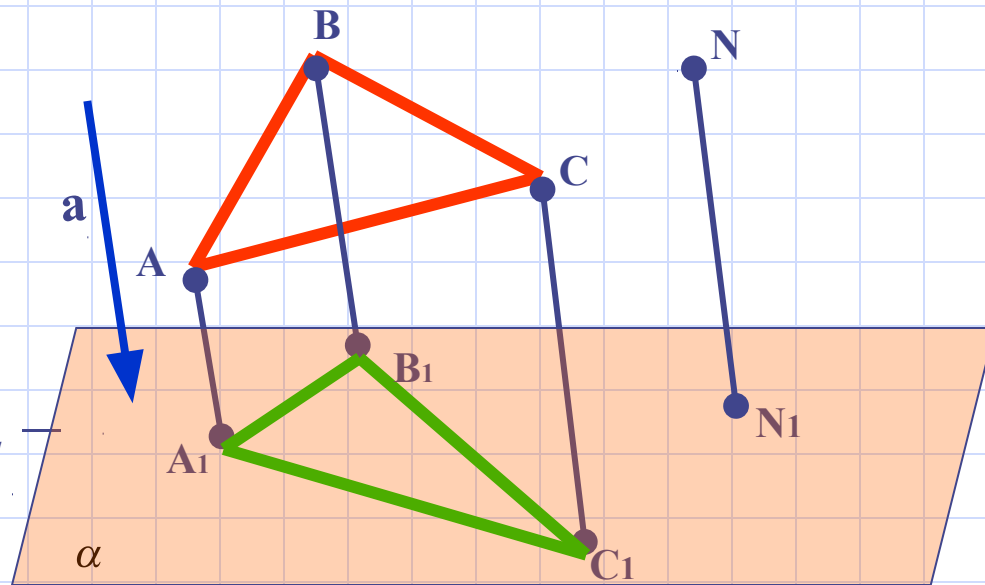
1. Проекцией точки является точка.
2. Проекцией линии является линия.
3. Проекцией прямой в общем случае является прямая. (Если прямая совпадает с проецирующим лучом, то её проекцией является точка).
4. Если точка принадлежит линии, то проекция точки принадлежит проекции линии.
5. Точка пересечения линий проецируется в точку пересечения проекций этих линий.
6. В общем случае плоский многогранник проецируется в многогранник с тем же числом вершин.
7. Проекцией взаимно параллельных прямых является пучок прямых.
8. Если плоская фигура параллельна плоскости проекций, то её проекция подобна этой фигуре.

ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ

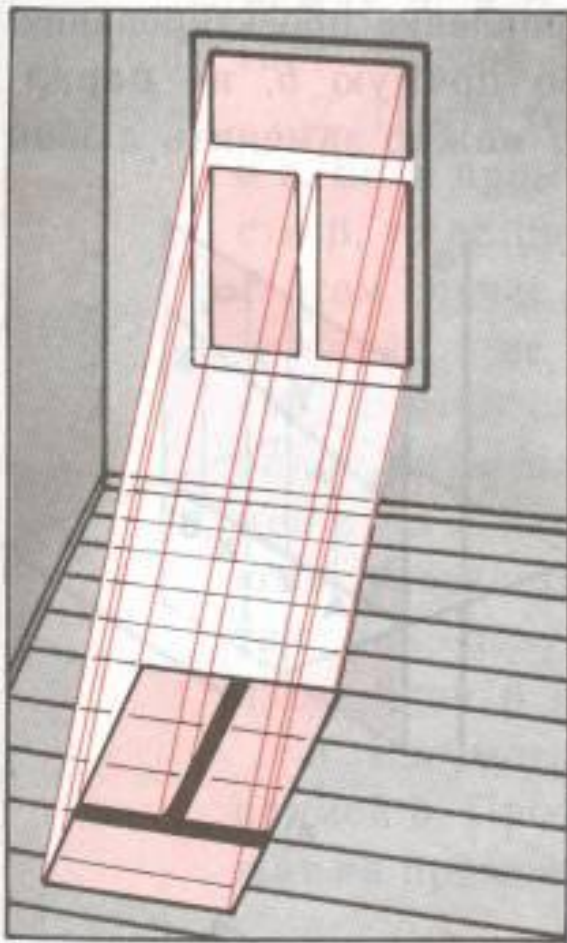
Проекция (от лат. *projectio* – бросание вперёд, выбрасывание).

N_1 – параллельная проекция точки N

Треугольник $A_1B_1C_1$ – параллельная проекция треугольника ABC



ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕКЦИРОВАНИЕ

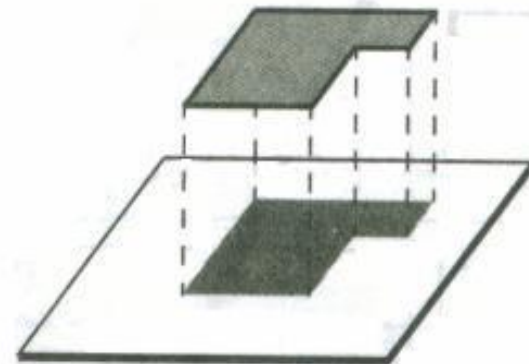
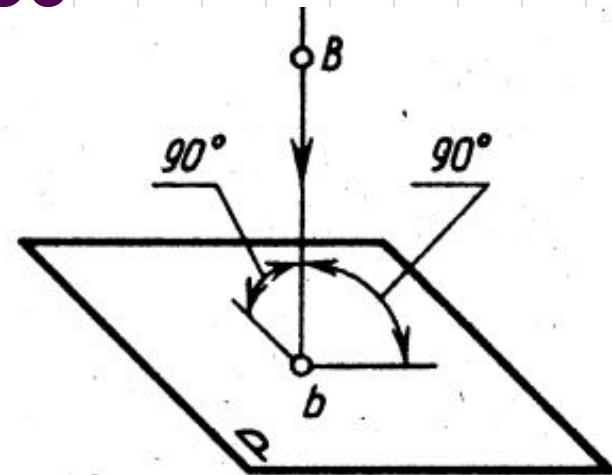
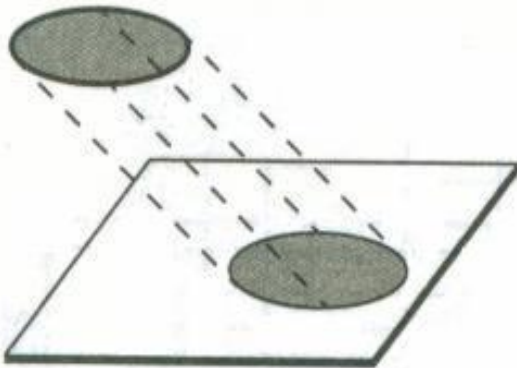
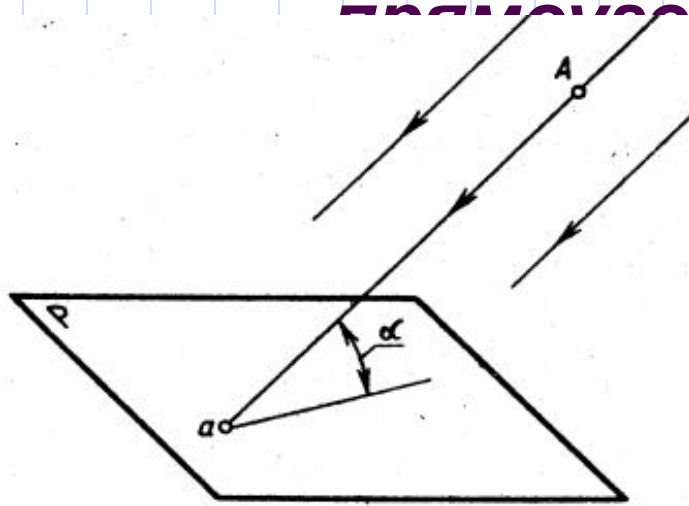
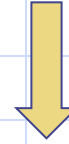


Параллельную проекцию реальной фигуры представляет, например, её тень, падающая на плоскую поверхность при солнечном освещении, поскольку солнечные лучи можно считать параллельными.

ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕКЦИРОВАНИЕ

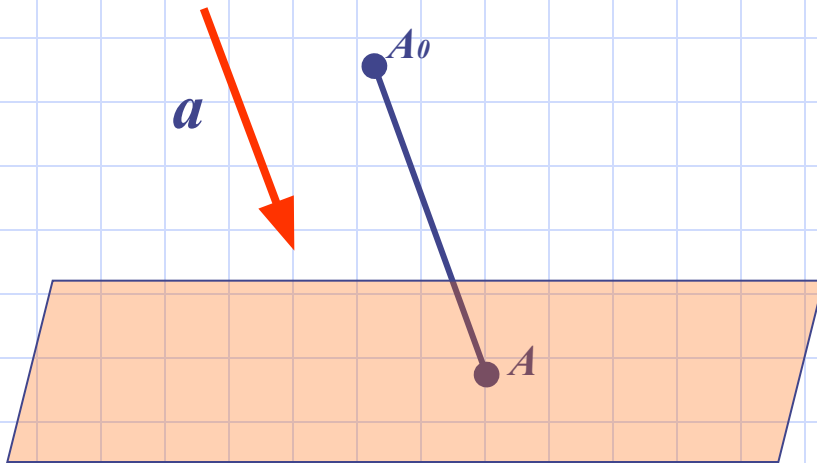


косоугольное
параллельное

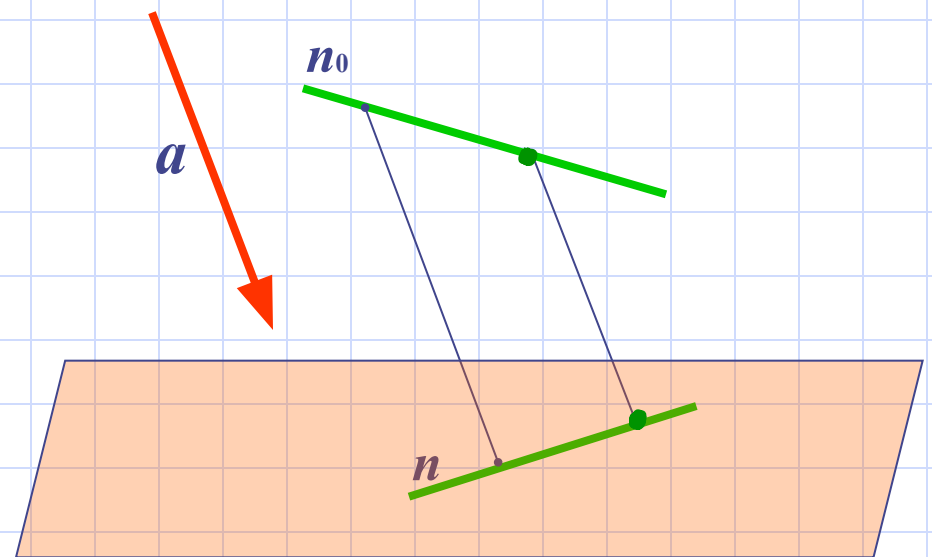


СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

1. Проекция точки есть точка.

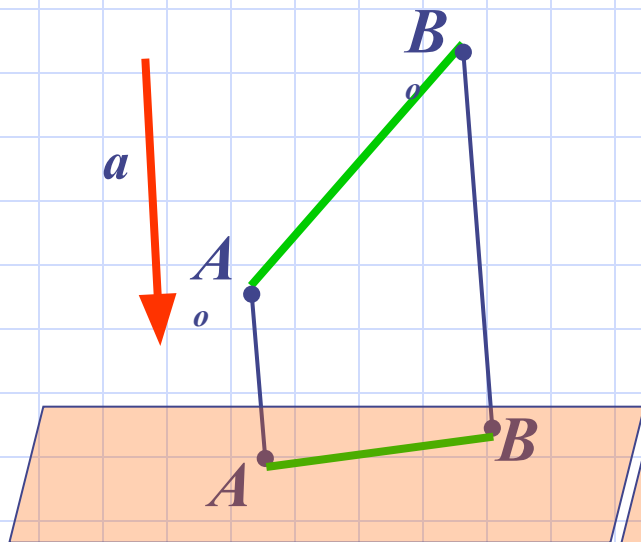


2. Проекция прямой есть прямая.

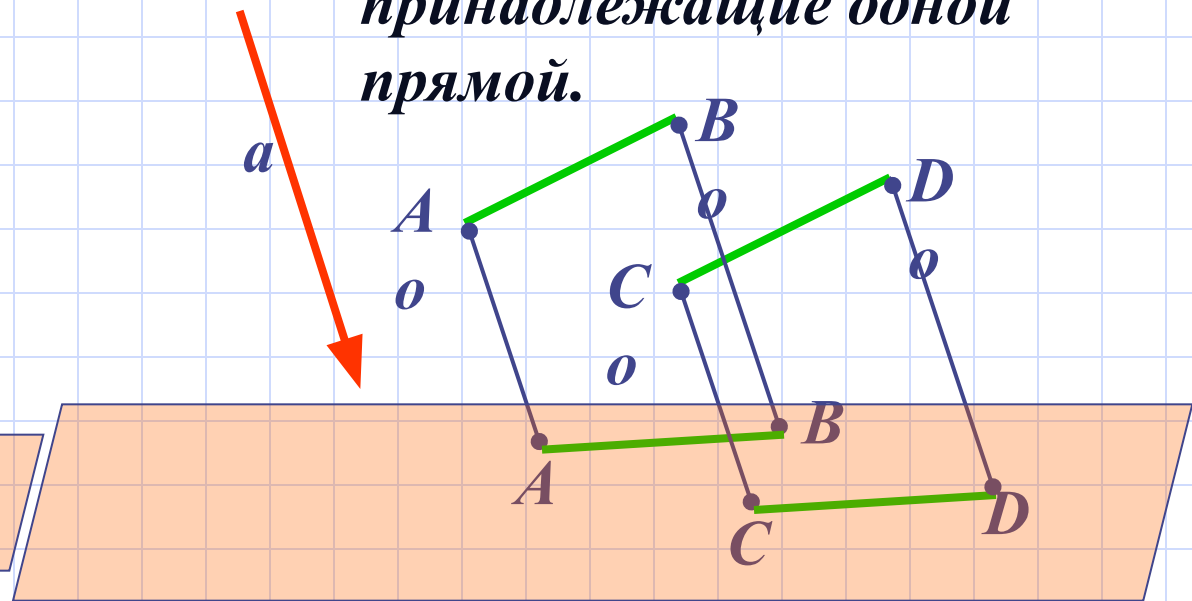


СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

3. Проекция отрезка есть отрезок.



4. Проекции параллельных отрезков – параллельные отрезки или отрезки, принадлежащие одной прямой.



СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

При параллельном проецировании сохраняются следующие свойства фигур

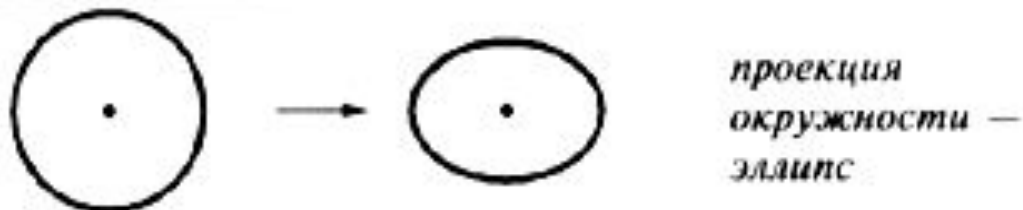
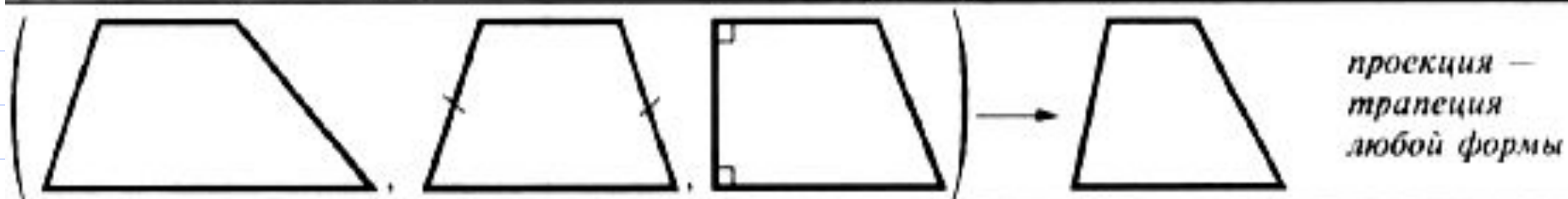
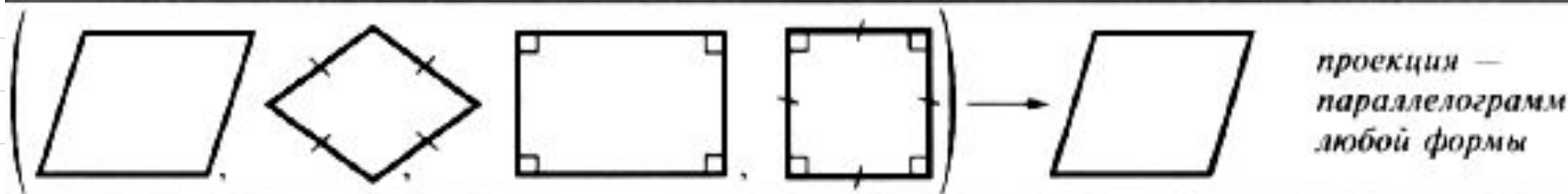
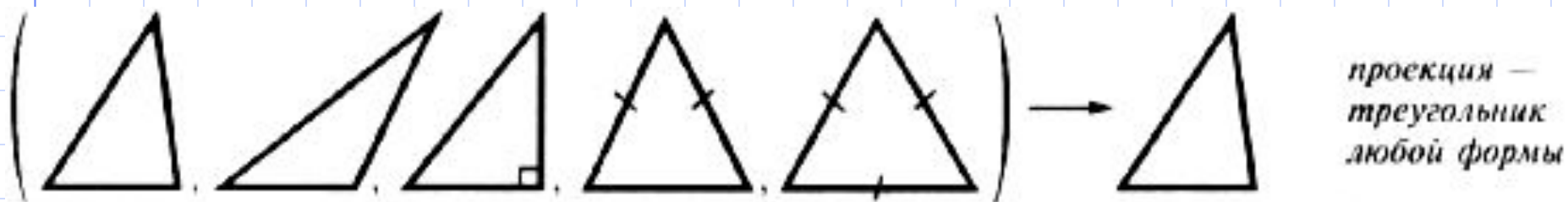
- 1. Свойство фигуры быть точкой, прямой и плоскостью*
- 2. Свойство фигур иметь пересечение*
- 3. Деление отрезка в данном отношении*
- 4. Параллельность прямых и плоскостей*
- 5. Свойство фигуры быть треугольником, параллелограммом, трапецией*
- 6. Отношение длин параллельных отрезков*
- 7. Отношение площадей двух фигур*

СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

При параллельном проецировании не сохраняются следующие свойства фигур:

- 1. Свойство прямых и плоскостей образовывать между собой углы определенной градусной меры (в частности быть взаимно перпендикулярными).*
- 2. Отношение длин не параллельных отрезков.*
- 3. Отношение величин углов между прямыми (в частности, свойство луча быть биссектрисой угла).*

Параллельные проекции некоторых плоских фигур (плоскость фигуры не параллельна направлению проектирования)



ЗАДАЧИ

Задача 1.

Построить изображение правильного треугольника ABC , изображение высоты BH и биссектрисы AK .

Задача 2.

Трапеция $ABCD$ – параллельная проекция равнобедренной трапеции. Построить ось симметрии и высоту данной трапеции.

Задача 3.

Начертите параллельную проекцию ромба $ABCD$, имеющего угол $A = 60^\circ$. Постройте изображение высоты этого ромба, проведенной из вершины острого угла.

ЖЕРАР ДЕЗАРГ

(2 марта 1593 – 8 октября 1662)



Французский математик. Был военным инженером. Заложил основы проективной и начертательной геометрии. В своих исследованиях систематически применял перспективное изображение. Первым ввёл понятие бесконечно удалённых элементов. В своих сочинениях о резьбе по камню и о солнечных часах Ж.Дезарг даёт геометрическое обоснование практическим операциям.

ГАСПАР МОНЖ

(10 мая 1746 – 28 июня 1818)

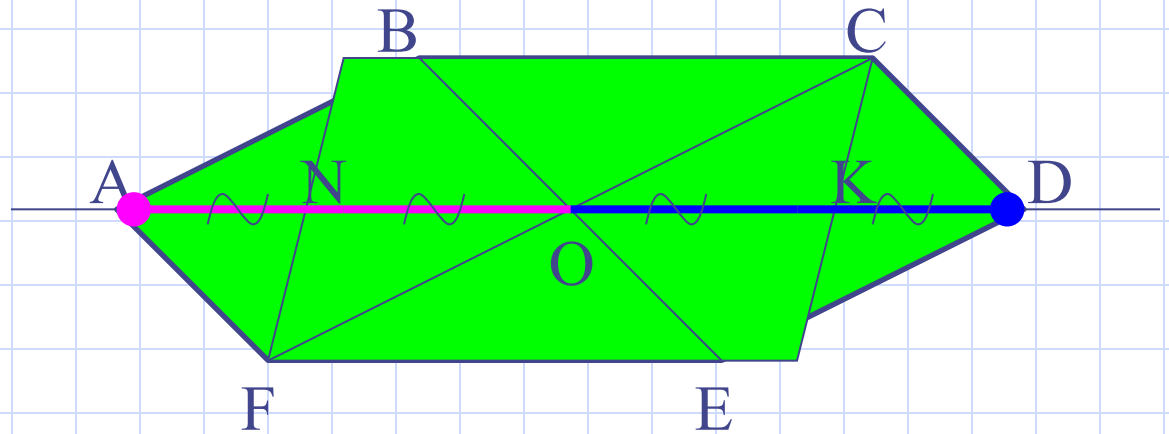
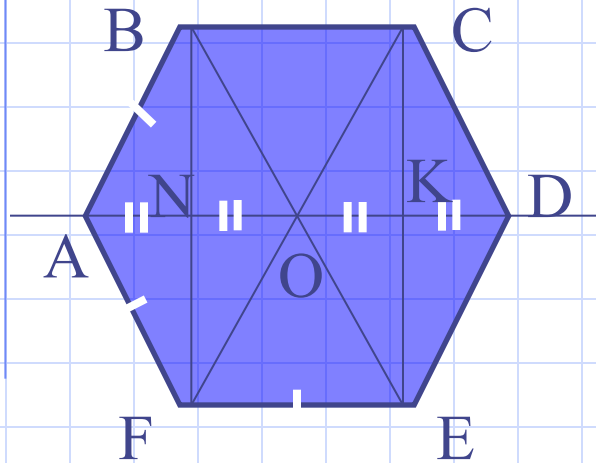


Французский математик и общественный деятель, член Парижской академии наук. Профессор Мецьерской военно-инженерной школы Политехнической школы в Париже. Основные интересы учёного лежали в области геометрии. Он создал общий метод изображения пространственных фигур на плоскости, изучал пространственные кривые и поверхности.

В 1799 году была издана книга «Начертательная геометрия», где он изложил свою теорию. Гаспару Монжу также принадлежат работы по математическому анализу, химии, оптике, метеорологии и практической механике.

В 1792-1793 был морским министром, а затем заведовал пороховыми и пушечными заводами республики. Участвовал в Египетской экспедиции Наполеона Бонапарта в 1798-1801. Стал сенатором и графом, но в период Реставрации Монж был лишен всех прав и изгнан из Академии наук.

Разберемся, как построить изображение правильного шестиугольника

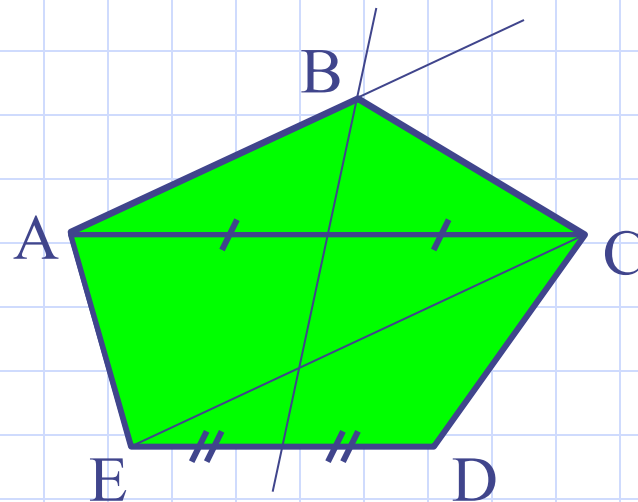
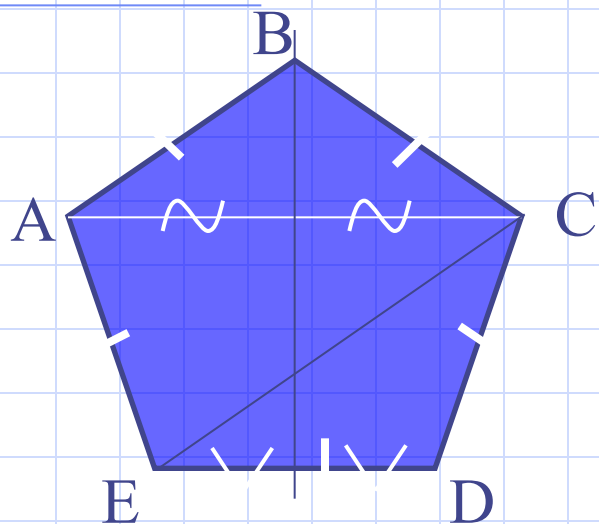


Разобьем правильный шестиугольник на три части: прямоугольник FBCE и два равнобедренных треугольника $\triangle FAB$ и $\triangle CDE$. Построим вначале изображение прямоугольника FBCE – произвольный параллелограмм FBCE. Осталось найти местоположение двух оставшихся вершин – точек A и D.

Вспомнив свойства правильного шестиугольника, заметим, что: 1) эти вершины лежат на прямой, проходящей через центр прямоугольника и параллельной сторонам BC и FE; 2) $OK=KD$ и $ON=NA$.

Значит, 1) находим на изображении точку O и проводим через неё прямую, параллельную BC и FE, получив при этом точки N и K;

2) откладываем от точек N и K от центра O на прямой такие же отрезки – в итоге получаем две оставшиеся вершины правильного шестиугольника A и D.



Попробуйте самостоятельно построить изображение *правильного* пятиугольника.

Подсказка: разбейте фигуру на две части – равнобокую трапецию и равнобедренный треугольник, а затем воспользуйтесь некоторыми свойствами этих фигур и, конечно же, свойствами параллельного проектирования.

Решение. Просмотрите ход построения...

