

*Через математические знания
лежит широкая дорога к
огромным, почти необозримым
областям труда и открытий.*

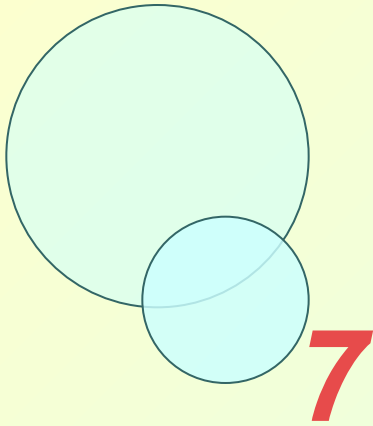
Маркушевич А.И.

***Нахождение наибольшего и
наименьшего значения функции
(при решении задач прикладного
характера).***

*Презентацию подготовила преподаватель 1 категории
ГАПОУ СО «Энгельсский политехникум»*

Крупина Наталья Александровна





$$(x^2)' = 0$$

$$(2x^3)' = 0$$

$$(x^{10})' =$$

$$(128)' =$$

$$6x^2$$

$$10x^9$$

$$\left(\frac{1}{3}x^3\right)' =$$

$$(10)' =$$

$$2x$$

$$(7x)' =$$

$$10x + 3$$

$$x^2$$

$$(5x^2 + 3x - 9)' =$$

Самостоятельная работа по теме «Производная»

1. Укажите производную функции $y = x^4 - \frac{1}{x}$

- 1) $4x - \frac{1}{x^2}$ 2) $4x^3 - \frac{1}{x}$ 3) $4x^3 + \frac{1}{x}$ 4) $4x + \frac{1}{x^2}$

2. Решите неравенство $f'(x) > 0$, если

$$f(x) = -x^2 - 4x - 2006$$

- 1) $(-\infty; -2)$ 2) $(-2; +\infty)$ 3) $(-\infty; 2)$ 4) $(2; +\infty)$

3. Найдите точку максимума функции

$$y = x^3 - 3x + 2$$

- 1) -1 2) 0 3) 1 4) 4

4. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 2x^3 - 6x \text{ на отрезке } [0; 2]$$

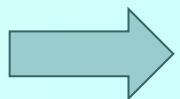
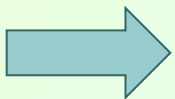
- 1) -6 2) -4 3) -2 4) 0

5. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = \sin 2x$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$

- 1) 2 2) 1 3) 0 4) -1

АЛГОРИТМ

- Найти точки экстремума функции, т. е. точки в которых производная равна нулю и меняет свой знак.
- Вычислить значение функции в этих точках и на концах отрезка, где определена функция.
- Выбрать из полученных значений оптимальное.
- Перевести задачу на язык математики, т. е. выразить искомую величину через функцию от некоторой переменной и найти область её определения.



Алгоритм решения задач

Этапы

Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 27x$ на отрезке $[0; 4]$

1. Найти $f'(x)$

$$1) y' = 3x^2 - 27$$

2. Найти критические точки, взять те, которые принадлежат данному отрезку.

$$2) y' = 3x^2 - 27 = 3(x^2 - 9) = 3(x - 3)(x + 3)$$

$$x = 3 \in [0; 4]$$

$$x = -3 \notin [0; 4]$$

3. Вычислить значения функции в критических точках и на концах отрезка.

$$3) y(0) = 0$$

$$y(4) = 4^3 - 27 \cdot 4 = -44$$

$$y(3) = 3^3 - 27 \cdot 3 = -54$$

4. Из вычисленных значений выбрать наименьшее или наибольшее

В 11	-	5	4			
------	---	---	---	--	--	--

Другой способ решения

Этапы

Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 27x$ на отрезке $[0; 4]$

1. Найти $f'(x)$

$$1) y' = 3x^2 - 27$$

2. Найти критические точки, взять те, которые принадлежат данному отрезку.

$$2) y' = 3x^2 - 27 = 3(x^2 - 9) = 3(x - 3)(x + 3)$$

Sign chart for y' on $[0; 4]$:
- For $x < 3$, $y' > 0$ (positive sign)
- For $x > 3$, $y' < 0$ (negative sign)
- The minimum is located at $x = 3$.

3. Вычислить значения функции в критических точках и на концах отрезка.

3)

$$y(3) = 3^3 - 27 \cdot 3 = -54$$

Наименьшее значение функция будет принимать в точке минимума. Можно сэкономить

4. Из вычисленных значений выбрать наименьшее и наибольшее

В 11

-

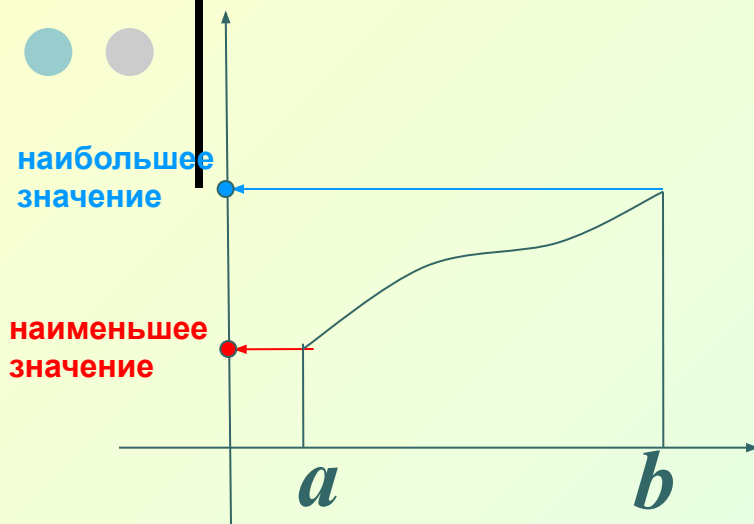
5

4

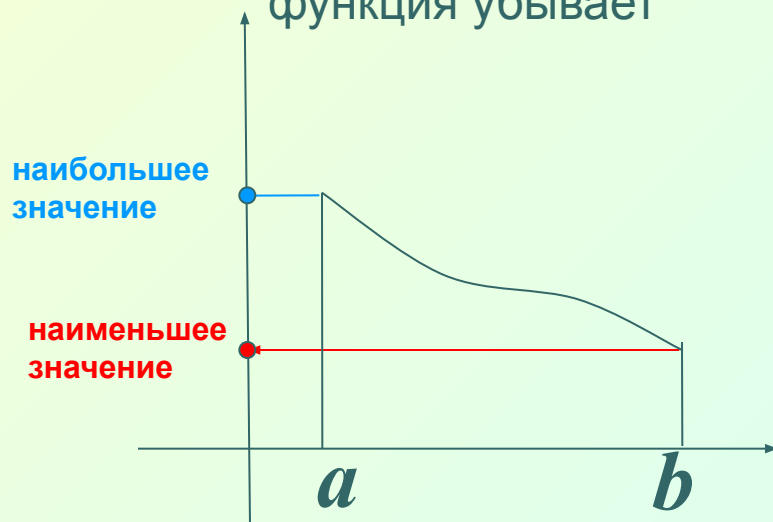
на вычислениях значений функции в концах отрезка.

Этот способ будет удобно вспомнить, когда вычисления значений функции в концах отрезка будет сложным.

функция возрастает



функция убывает



Предположим, что функция f не имеет на отрезке $[a; b]$ критических точек.

Тогда она возрастает (рис. 1) или убывает (рис. 2) на этом отрезке.

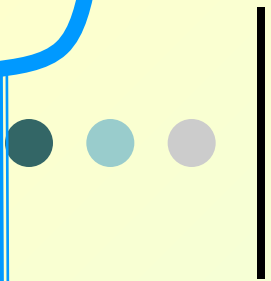
Значит,

наибольшее и наименьшее значения функции f на отрезке $[a; b]$ — это значения в концах a и b .

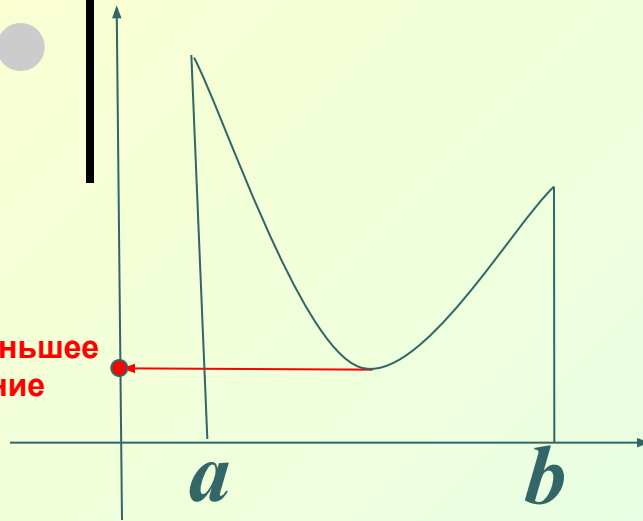
Предположим, что функция f имеет на отрезке $[a; b]$ **одну** точку экстремума.

Если это точка минимума, то в этой точке функция будет принимать наименьшее значение.

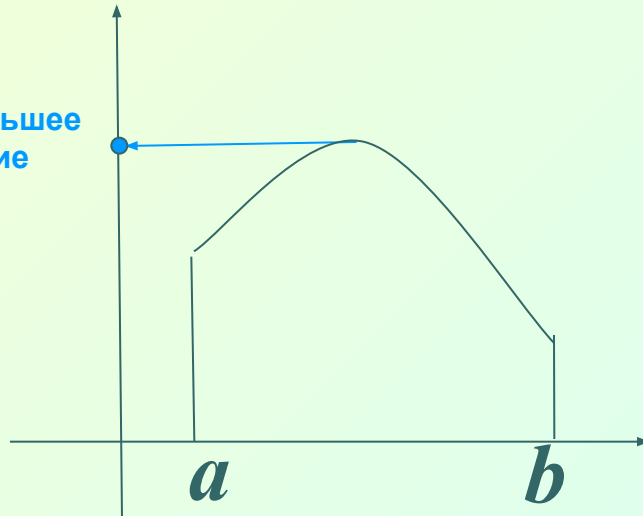
Если это точка максимума, то в этой точке функция будет принимать наибольшее значение.

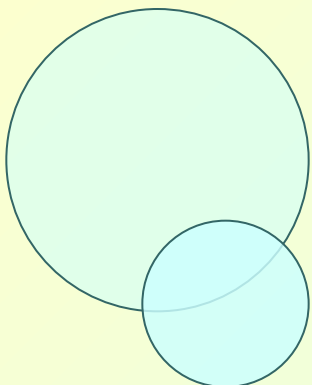


наименьшее
значение



наибольшее
значение



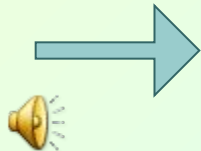


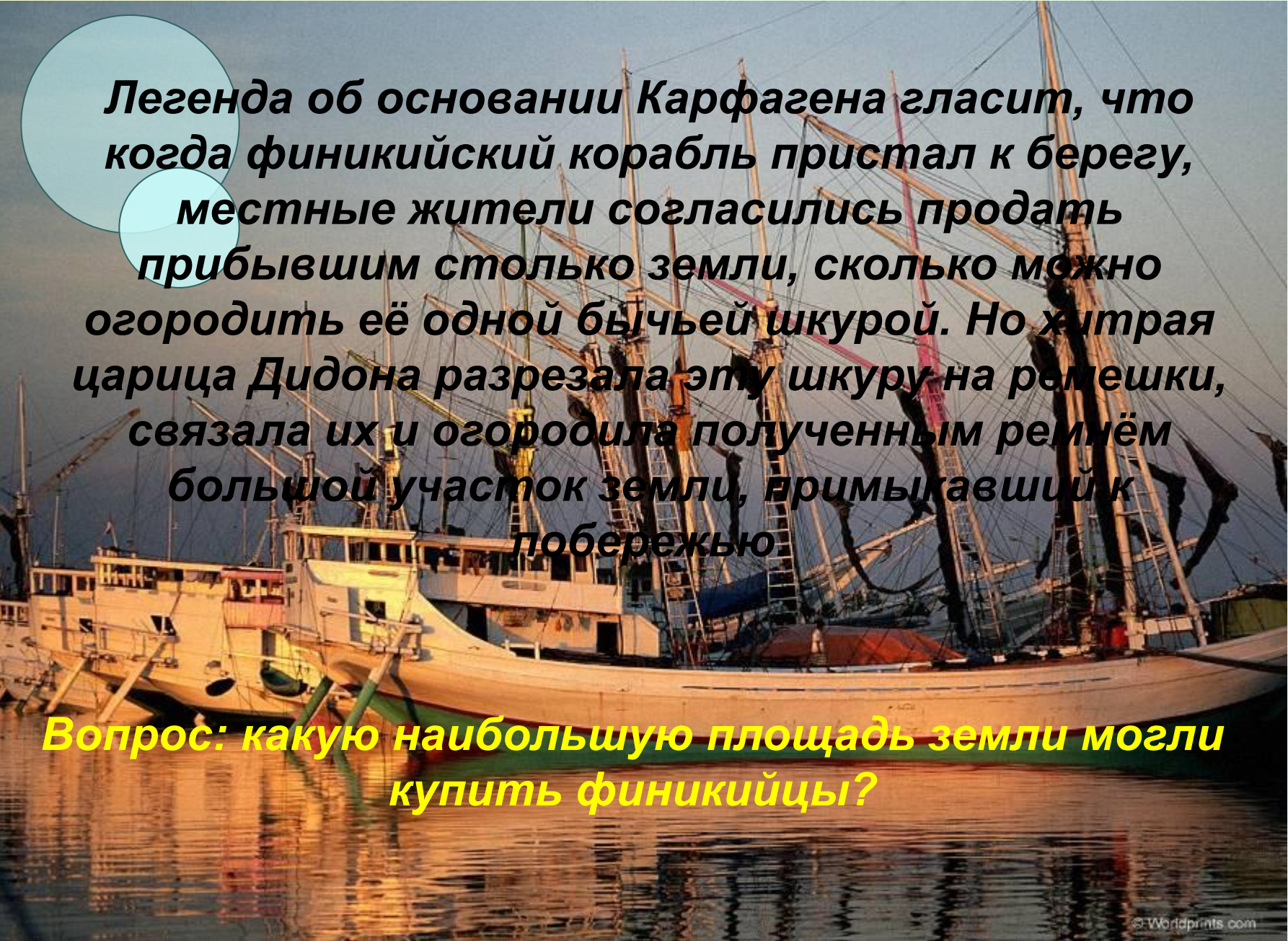
Выполните задание:

- 1. Найти промежутки возрастания и убывания функции.**
- 2. Найти экстремумы функции.**
- 3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке 1) $[-4;6]$ и 2) $[-4;3]$**

$$1) y = x^3 - 3 \cdot x^2 - 45x + 1$$

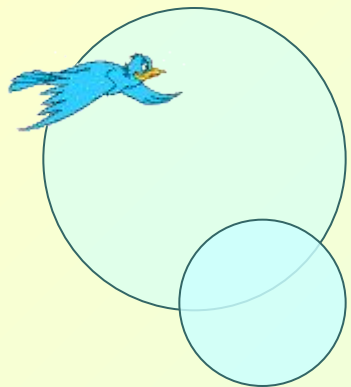
$$2) y = 2x^3 + 3x^2 - 36x$$



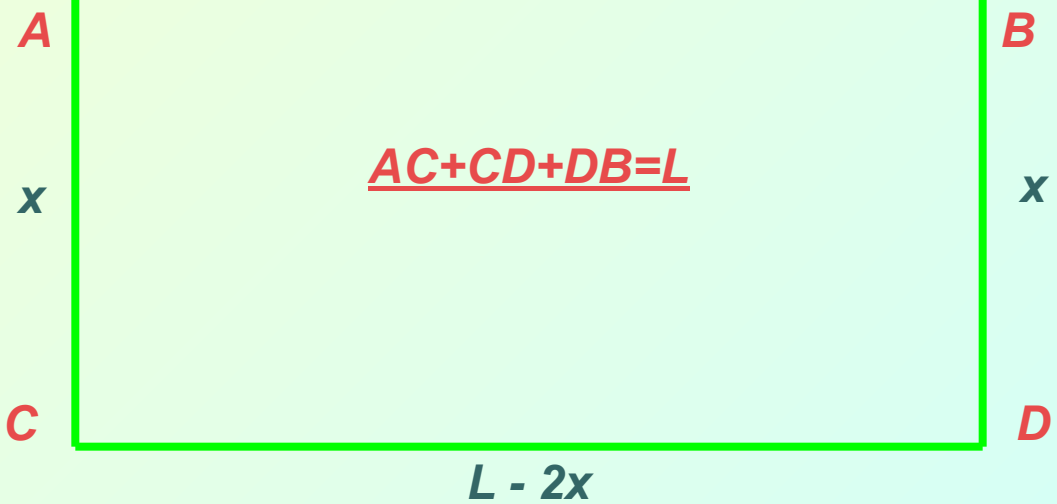
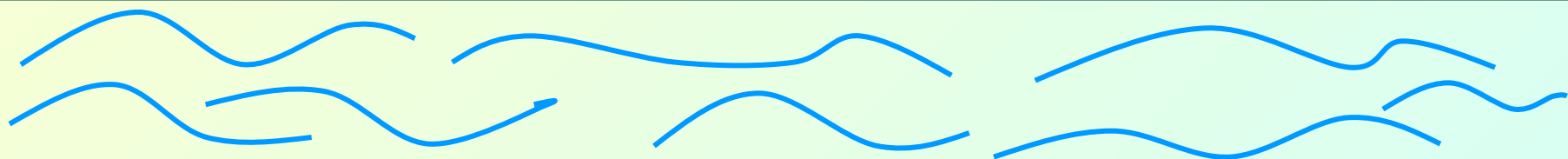
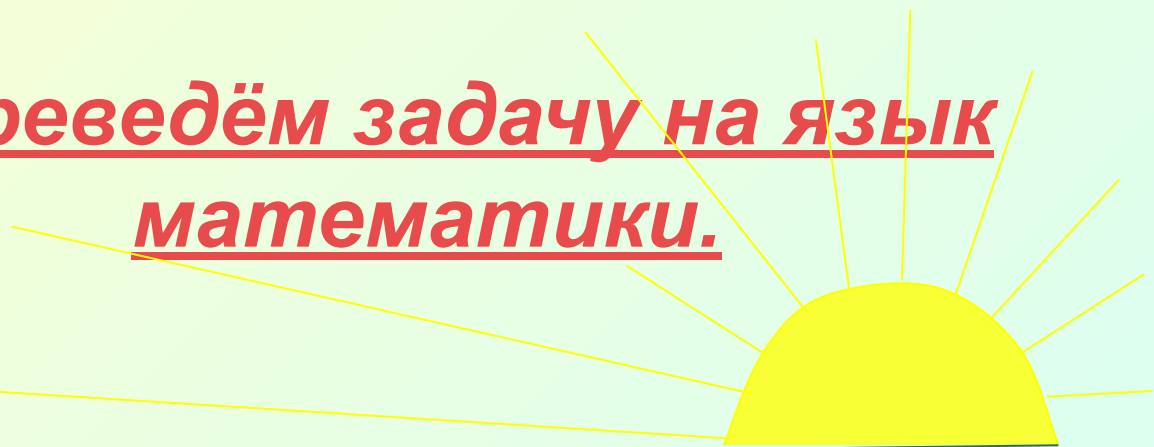


Легенда об основании Карфагена гласит, что когда финикийский корабль пристал к берегу, местные жители согласились продать прибывшим столько земли, сколько можно огородить её одной бычьей шкурой. Но хитрая царица Дидона разрежала эту шкуру на ремешки, связала их и огородила полученным ремнём большой участок земли, примыкавший к побережью.

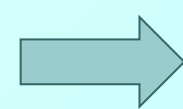
Вопрос: какую наибольшую площадь земли могли купить финикийцы?

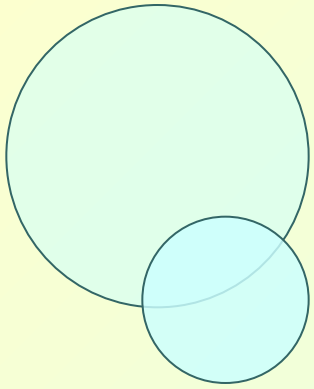


Переведём задачу на язык математики.



$$S = x(L - 2x)$$





Данный
прямоугольник
является
половиной
квадрата,
длинной
стороной
примыкающей к
берегу моря.

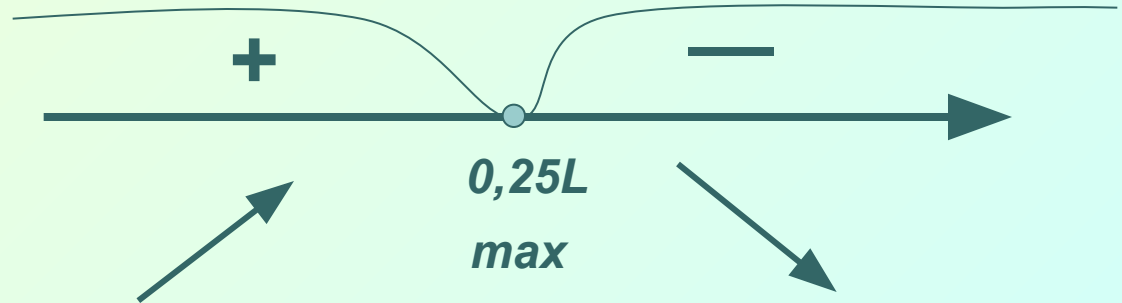
$$Y = x(L - 2x) \rightarrow \max$$
$$Y = Lx - 2x^2$$

1. $Y' = L - 4x$

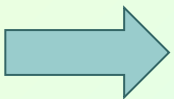
2. $Y' = 0 ; L = 4x$


$$x = 0,25L$$

3.



4. $AC = 0,25L ; DC = 0,5L$

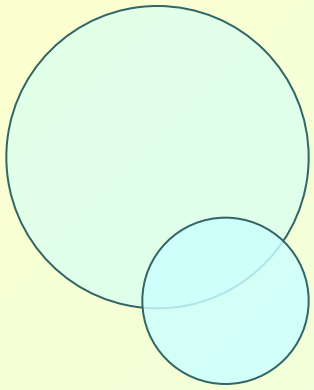




Печатный текст (вместе с промежутками между строками) одной страницы книги должен занимать 400 см². Верхние и нижние поля страницы должны иметь ширину 2 см. Боковые – 4 см.

Вопрос: каковы самые выгодные размеры страницы, исходя только из экономии бумаги?



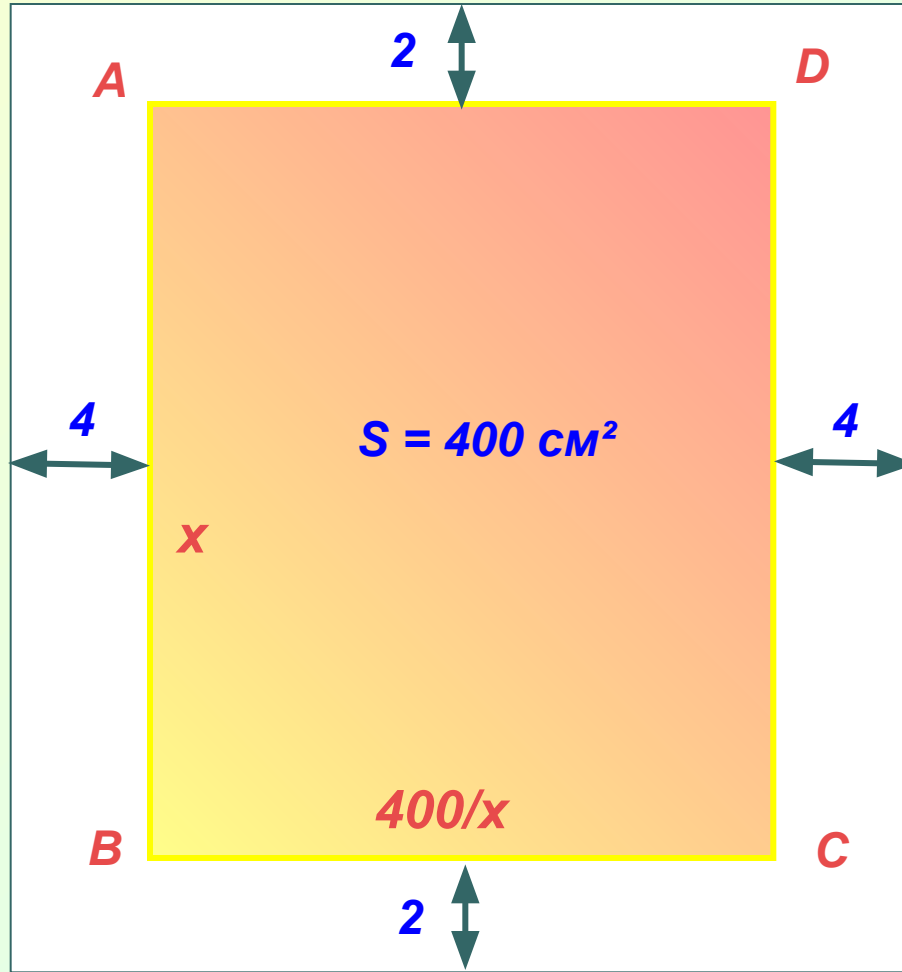


K

L



$$AB = x$$
$$BC = 400/x$$

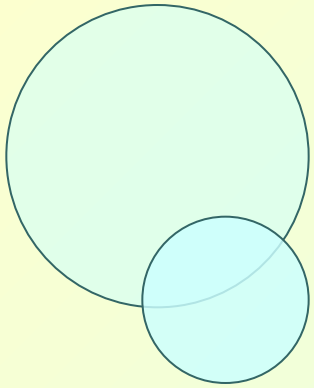


$$KN = x + 4$$
$$KL = 400/x + 8$$

N

M

$$S = (x + 4) \cdot (400/x + 8) =$$
$$= 1600/x + 8x + 432$$



$$S = 1600/x + 8x + 432 \rightarrow \min$$

$$1. S' = -1600/x^2 + 8$$

$$2. S' = 0; \quad -1600/x^2 + 8 = 0$$

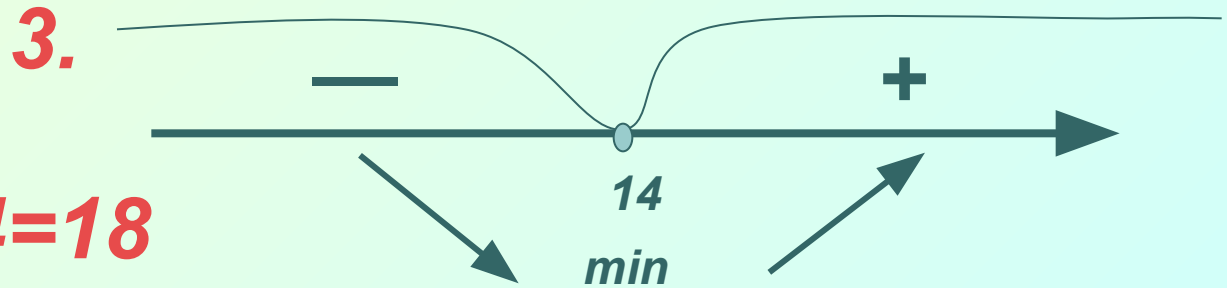
$$1600/x^2 = 8$$

$$x^2 = 1600/8$$

$$x \approx 14$$

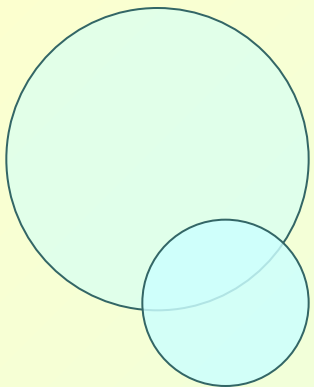
Оптимальные
размеры страницы

18x36,5 см.



$$4. KN = x + 4 = 18$$

$$KL = 400/x + 8 \approx 36,5$$



Вывод:

**Производная функции
успешно применяется при
решении оптимальных задач
в различных сферах
деятельности человека.**

Д/з решить задачу: Рекламный щит имеет форму прямоугольника $S = 9 \text{ м}^2$. Изготовьте щит в виде прямоугольника с наименьшим периметром. Определите его стоимость, если суммарная цена материалов и работ по изготовлению за 1 м^2 составляет 200 грн + 25 грн за погонный метр длины щита.





Все молодцы!

Спасибо за урок!

