Математико-статистическая обработка материалов научной и методической деятельности

Лекция №3

Часть 1.

Основные виды измерительных шкал

Что такое измерение???

Измерение *(в широком смысле)* – приписывание чисел к объектам или событиям согласно некоторым правилам

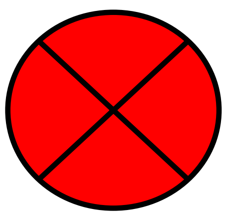
Результат измерения:

- Объективный (результат выставляет аппаратура)
- Субъективный (результат выставляет человек)

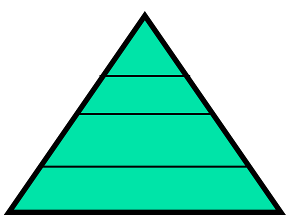
Основные виды измерительных шкал:

Качественные измерения

- Наименований шкала

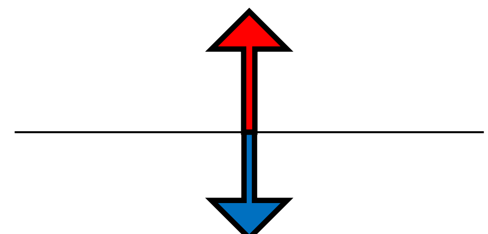


- Порядка (ранжирования) шкала

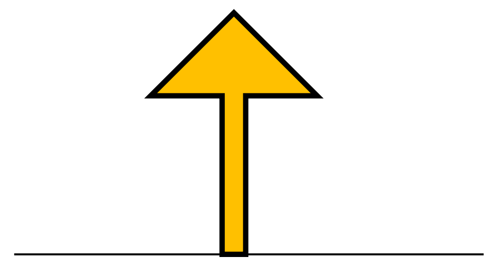


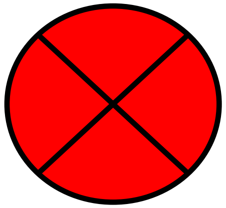
Количественные измерения

- Интервальная шкала



- Отношений шкала





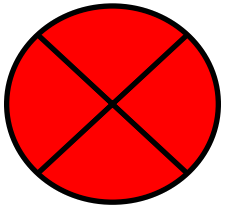
Шкала наименований

Построение этой шкалы основано на группировке объектов, явлений в соответствующие классы в зависимости от проявления у них определенных признаков или свойств.

Всем объектам или явлениям, попавшим в один и тот же класс, группу, приписывается одно и то же число, объектам и явлениям другого класса — другое число.

Пример: всех студентов факультета можно подразделить на следующие классы: баскетболисты, волейболисты, гимнасты, футболисты, лыжники, легкоатлеты и т.д.

В данном случае классу баскетболистов можно приписать цифру 1; волейболистов — 2; гимнастов — 3; футболистов — 4; лыжников — 5; легкоатлетов — 6 и т.д.



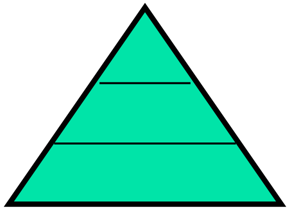
Шкала наименований

Условие для применения шкалы: наличие критерия, пользуясь которым можно однозначно отличить один объект, который имеет необходимый признак или свойство, от другого, который его не имеет.

Допустимые статистические операции:

- подсчет числа объектов в каждом классе;
- выявление простого отношения числа объектов к общему числу рассматриваемых объектов;
- выявление процентного отношения числа объектов к общему числу рассматриваемых объектов.

Измерения могут быть использованы для проверки некоторых статистических гипотез и для вычисления показателей корреляции качественных признаков

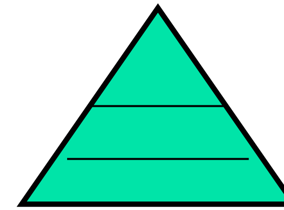


Шкала порядка (ранжирования)

Порядковые измерения (ранжирование) возможны тогда, когда измеряющий может обнаружить в объектах или явлениях различие степеней признака или свойства и на этой основе расположить эти объекты в порядке возрастания или убывания величины рассматриваемого признака.

Каждому объекту или явлению в этом случае приписывается порядковое число, обозначающее его место в данном ряду. Это число называют ***рангом***.

Пример: распределение студентов факультета в зависимости от того или иного спортивного разряда по возрастающему порядку — от III разряда до звания мастера спорта: III разряд – 1; II разряд – 2; I разряд – 3; КМС – 4; МС - 5.

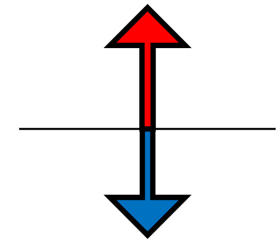


Шкала порядка (ранжирования)

Условие для применения шкалы: в тех случаях, когда можно установить определенный порядок по типу: выше — ниже, больше — меньше, лучше — хуже и т.п., и невозможно при этом измерить величину этой разницы.

Не допустимые статистические операции:

- складывание
- вычитание
- умножение
- деление



Шкала интервальная

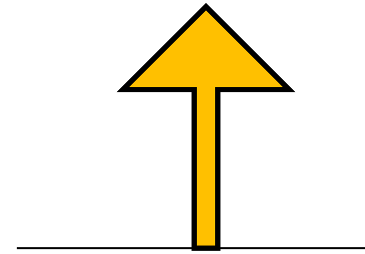
Использование интервальной шкалы возможно в том случае, когда с помощью определенного критерия (эталона измерения) можно определить величину различия признаков не только по типу «больше – меньше», но и на сколько единиц один объект или явление отличается от другого.

Нулевая точка выбирается произвольно, и **не указывает на полное отсутствие измеряемого свойства**.

Пример: измерения календарного времени (летосчисление, счет дней в году, недель, месяцев, текущего времени, температуры по шкале Цельсия и т.п.)

Современное летосчисление: год первый был выбран произвольно. Единицей измерения является период 365 дней.

Период времени (1968-1970) меньше, чем период (1972-1978), на четыре года.

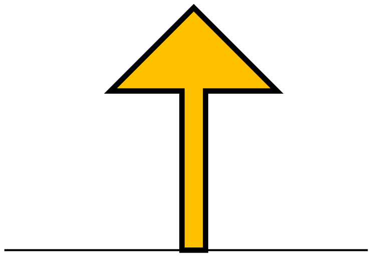


Шкала отношений

Отличительная особенность измерения по шкале отношений в том, что **нулевая точка** здесь не произвольна, а указывает на **полное отсутствие измеряемого свойства**.

Шкала отношений позволяет определить не только, на сколько больше (меньше) один объект от другого в отношении измеряемого свойства, но и во сколько раз (в два, три и т.д.) болльше (меньше).

Пример: мастер спорта берет высоту 2 м., а ученик четвертого класса преодолевает планку лишь на высоте 1 м. Можно сказать, что мастер спорта прыгает выше ученика на 1 м.



Шкала отношений

Для осуществления измерений по шкале отношений используются метрические системы оценок:

- **измерения длины, высоты в принятых единицах** (например, измерения роста спортсменов, дальности метания снарядов, длины и высоты прыжков и т. п.);
- **измерения веса** (измерение веса учеников, снарядов, усилий с помощью динамометров и т.д.);
- **времени выполнения определенных действий** (продолжительность бега, продолжительность выполнения гимнастической комбинации, измерение времени двигательной реакции и т.п.);
- **угловые перемещения в градусах**;
- **число попаданий в цель;**
- **число подтягиваний и т.п.**

Часть 2.

Способы вычисления достоверности различий между двумя результатами

Выбор критериев для обработки результатов измерений

Качественные измерения

- Наименований шкала
- Порядка (ранжирования) шкала

Непараметрические критерии

(субъективные результаты)

- **X^2 – критерий** (шкала наименований)
- **T-критерий Уайта** (шкала порядка)
- W-критерий Вилкоксона
- Критерий Ван дер Вардена

Количественные измерения

- Интервальная шкала
- Отношений шкала

Параметрические критерии

(объективные результаты)

- **t-критерий Стьюдента**
- F-критерий Фишера

Выбор критериев для обработки результатов измерений

Качественные измерения

- Наименований шкала
- Порядка (ранжирования) шкала

Непараметрические критерии

(субъективные результаты)

- **X^2 – критерий** (шкала наименований)
- **Т-критерий Уайта** (шкала порядка)

Количественные измерения

- Интервальная шкала
- Отношений шкала

Параметрические критерии

(объективные результаты)

- **t-критерий Стьюдента**

t-критерий Стьюдента

«Стьюдент» – псевдоним английского математика Уильяма Госсета (1876-1937)

t-критерий Стьюдента относится к **параметрическим критериям**, следовательно, его использование возможно только в том случае, когда результаты эксперимента представлены в виде измерений **по шкалам** — **интервальной** шкале и шкале **отношений**

Типы исследуемых групп

- **Независимые группы** – когда исследование решает задачи выявления эффективности той или иной методики обучения и тренировки с применением определенных средств, приемов и способов организации занятий. Эти задачи обычно решаются путем проведения сравнительного педагогического эксперимента с выделением ***экспериментальных*** и ***контрольных*** групп

- **Зависимые группы** – когда исследование проводится только на одной группе (нет возможности выделить контрольную группу)

t-критерий Стьюдента (для **независимых** групп)

Пример для расчета (результаты в стрельбе)

Группы	n	Очки							
Экспериментальная	8	35	40	28	32	30	25	43	44
Контрольная	8	23	20	43	35	15	26	24	28

t-критерий Стьюдента (для **независимых** групп)

1. Вычислить средние арифметические величины для каждой группы:

$$\bar{x} = \sum x_i / n$$

2. Вычислить стандартное отклонение в обеих группах:

$$\delta = (x_{max} - x_{min}) / K$$

3. Вычислить стандартную ошибку среднего арифметического значения:

*Если **количество испытуемых** в группе **меньше или равно 30 чел.***

$$m = \delta / \sqrt{n-1}$$

*Если **количество испытуемых** в группе **больше 30 чел.***

$$m = \delta / \sqrt{n}$$

4. Вычислить среднюю ошибку разности (формула Стьюдента):

$$t = (\bar{x}_{эксп.} - \bar{x}_{контр.}) / \sqrt{m^2_{эксп.} + m^2_{контр.}}$$

t-критерий Стьюдента (для **независимых** групп)

5. По специальной таблице определить достоверность различий:

5.1. Определение степени свободы:

$$f=(n_{эксп.}+n_{контр.}) - 2$$

5.2. Определение табличного граничного значения :

Если полученное значение **«t» меньше табличного** граничного значения, то различия ***«недостоверные»***

Если полученное значение **«t» больше табличного** граничного значения, то различия ***«достоверные»***

Значения коэффициента K^1

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	—	1,13	1,69	2,06	2,33	2,53	2,70	2,85	2,97
10	3,08	3,17	3,26	3,34	3,41	3,47	3,53	3,59	3,64	3,69
20	3,74	3,78	3,82	3,86	3,90	3,93	3,96	4,00	4,03	4,06
30	4,09	4,11	4,14	4,16	4,19	4,21	4,24	4,26	4,28	4,30
40	4,32	4,34	4,36	4,38	4,40	4,42	4,43	4,45	4,47	4,48
50	4,50	4,51	4,53	4,54	4,56	4,57	4,59	4,60	4,61	4,63
60	4,64	4,65	4,66	4,68	4,69	4,70	4,71	4,72	4,73	4,74
70	4,76	4,76	4,78	4,79	4,80	4,81	4,82	4,82	4,84	4,84
80	4,85	4,86	4,87	4,88	4,89	4,90	4,91	4,92	4,92	4,93
90	4,94	4,95	4,96	4,96	4,97	4,98	4,99	4,99	5,00	5,01
100	5,02	5,02	5,03	5,04	5,04	5,05	5,06	5,06	5,07	5,08
110	5,08	5,09	5,10	5,10	5,11	5,11	5,12	5,13	5,13	5,14

Граничные значения t-критерия Стьюдента для 5%- и 1%-ного уровня значимости в зависимости от числа степеней свободы

Степень свободы	Границы значения		Степень свободы	Границы значения	
	$p=0,05$	$p=0,01$		$p=0,05$	$p=0,05$
1	12,71	63,60	21	2,08	2,82
2	4,30	9,93	22	2,07	2,82
3	3,18	5,84	23	2,07	2,81
4	2,78	4,60	24	2,06	2,80
5	2,57	4,03	25	2,06	2,79
6	2,45	3,71	26	2,06	2,78
7	2,37	3,50	27	2,05	2,77
8	2,31	3,36	28	2,05	2,76
9	2,26	3,25	29	2,04	2,76
10	2,23	3,17	30	2,04	2,75
11	2,20	3,11	40	2,02	2,70
12	2,18	3,06	50	2,01	2,68
13	2,16	3,01	60	2,00	2,66
14	2,15	2,98	80	1,99	2,64
15	2,13	2,95	100	1,98	2,63
16	2,12	2,92	120	1,98	2,62
17	2,11	2,90	200	1,97	2,60
18	2,10	2,88	500	1,96	2,59

Сравнительные результаты обучения стрельбе

Группы	n	Очки								$\bar{X}$	δ	m	t	p
Экспериментальная	8	35	40	28	32	30	25	43	44	35	6,6	2,5	1,7	> 0,05
Контрольная	8	23	20	43	35	15	26	24	28	27	9,8	3,8		

t-критерий Стьюдента (для **зависимых** групп)

t-критерий Стьюдента (для **зависимых** групп)

Пример. Измерялся результат прыжка в высоту с места до нагрузки (пробегание марафонской дистанции) (X_1, см) и после нагрузки (X_2, см) у пяти спортсменов. Определить достоверность влияния нагрузки на результат в прыжке.

Результаты до нагрузок (x_1)	Результаты после нагрузок (x_2)
55	40
65	60
60	50
70	60
65	50

t-критерий Стьюдента (для **зависимых** групп)

1. Определяем разность соответствующих пар (колонка 3) и их сумму:

$$\sum d=15+5+10+10+15=55.$$

Результаты до нагрузок (x_1)	Результаты после нагрузок (x_2)	Разность (d)
55	40	15
65	60	5
60	50	10
70	60	10
65	50	15
×	×	$\Sigma d=55$

t-критерий Стьюдента (для **зависимых** групп)

2. Определяем среднее значение разности пар

$$(\bar{d} = \frac{55}{5} = 11)$$

и отклонение разности от средней (колонка 4).

Результаты до нагрузок (x_1)	Результаты после нагрузок (x_2)	Разность (d)	Отклонение от средней $(d - \bar{d})$
55	40	15	4
65	60	5	-6
60	50	10	-1
70	60	10	-1
65	50	15	4
×	×	Σd=55	×

t-критерий Стьюдента (для **зависимых** групп)

3. Вычисляем квадраты отклонений и их сумму (колонка 5):

Результаты до нагрузок (x_1)	Результаты после нагрузок (x_2)	Разность (d)	Отклонение от средней $(d-\bar{d})$	Квадраты отклонений $(d-\bar{d})^2$
55	40	15	4	16
65	60	5	-6	36
60	50	10	-1	1
70	60	10	-1	1
65	50	15	4	16
×	×	Σd=55	×	Σ=70

t-критерий Стьюдента (для **зависимых** групп)

4. Вычисляем стандартное отклонение σ по формуле

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{n - 1}}$$

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{70}{4}} = 4{,}18.$$

t-критерий Стьюдента (для **зависимых** групп)

5. Находим ошибку средней m_d,

$$m_d = \frac{\sigma_d}{\sqrt{n-1}}:$$

$$m_d = \frac{\sigma_d}{\sqrt{n-1}} = \frac{4{,}18}{\sqrt{4}} = 2{,}09.$$

t-критерий Стьюдента (для **зависимых** групп)

6. Определяем t по формуле

$$t = \frac{\overline{d}}{m_d}$$

$$t = \frac{\overline{d}}{m_d} = \frac{11}{2{,}09} = 5{,}26$$

t-критерий Стьюдента (для **зависимых** групп)

7. Находим $t_{кр}$ по приложению и сравниваем его с t.

Граничные значения t-критерия Стьюдента для 5%- и 1%-ного уровня значимости в зависимости от числа степеней свободы

Степень свободы	Границы значения		Степень свободы	Границы значения	
	$p=0,05$	$p=0,01$		$p=0,05$	$p=0,05$
1	12,71	63,60	21	2,08	2,82
2	4,30	9,93	22	2,07	2,82
3	3,18	5,84	23	2,07	2,81
4	2,78	4,60	24	2,06	2,80
5	2,57	4,03	25	2,06	2,79
6	2,45	3,71	26	2,06	2,78
7	2,37	3,50	27	2,05	2,77
8	2,31	3,36	28	2,05	2,76
9	2,26	3,25	29	2,04	2,76
10	2,23	3,17	30	2,04	2,75
11	2,20	3,11	40	2,02	2,70
12	2,18	3,06	50	2,01	2,68
13	2,16	3,01	60	2,00	2,66
14	2,15	2,98	80	1,99	2,64
15	2,13	2,95	100	1,98	2,63
16	2,12	2,92	120	1,98	2,62
17	2,11	2,90	200	1,97	2,60
18	2,10	2,88	500	1,96	2,59

$t_{кр}$= 4,60 (при p=0,01и k=5-1=4)

t> $t_{кр}$ (5,26>4,60).

t-критерий Стьюдента (для **зависимых** групп)

Это означает, что нагрузка влияет на результат в прыжках в высоту с места, т.е. с вероятностью 99 % можно утверждать, что разница между средними величинами статистически существенна и не случайна.

Т-критерий Уайта

Т-критерий Уайта относится к **непараметрическим критериям**, следовательно, его использование возможно только в том случае, когда результаты эксперимента представлены в виде измерений **по шкале порядка (ранжирования)**

Важное условие:

Количество участников **в меньшей группе – 2-15 человек**

Количество участников **в большей группе – 4-27 человек**

Т-критерий Уайта

Пример:

По окончании апробации экспериментальной методики по гимнастике экспертной комиссией по 10-ти бальной шкале участникам исследования были выставлены оценки:

Контрольная группа: 7,8 – 8,0 – 8,2 – 7,9 – 7,5 – 8,5 – 8,1

Экспериментальная группа: 8,5 – 8,6 – 8,4 – 9,0 – 9,2 – 9,4 – 9,1 – 8,8

Т-критерий Уайта

Ранжирование результатов в возрастающем порядке независимо от групп

Группы	n	Очки														
Э	8							8,4		8,5	8,6	8,8	9,0	9,1	9,2	9,4
К	7	7,5	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2		8,5							

Т-критерий Уайта

В случае когда попадутся одинаковые оценки в разных группах, безразлично, которая из них будет стоять первой в общем ряду. Для таких оценок ставится средний ранг, полученный путем деления суммы рангов, имеющих одинаковые значения показателей, на число таких одинаковых показателей. В нашем примере такими являются оценки 8,5 и 8,5, которые занимают в общем ряду соответственно 8-е и 9-е места, поэтому среднеарифметический ранг для них будет 8,5, он и записывается для обеих оценок.

Т-критерий Уайта

Группы	n	Очки														
Э	8							8,4		8,5	8,6	8,8	9,0	9,1	9,2	9,4
К	7	7,5	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2		8,5							
$R_{э}$								7		8,5	10	11	12	13	14	15
$R_{к}$		1	2	3	4	5	6		8,5							

Т-критерий Уайта

Вычисление суммы рангов отдельно для контрольной и экспериментальной групп

$$\sum R_э = 7 + 8{,}5 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 = 90{,}5;$$
$$\sum R_к = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 8{,}5 = 29{,}5.$$

Т-критерий Уайта

Правильность вычислений при этом можно определить простым способом. Так, общая сумма рангов ($\sum R_{общ}$) обеих групп рассчитывается по формуле:

$$\sum R_{общ} = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{15 \cdot (15+1)}{2} = 120.$$

Такой же должна быть и общая сумма вычисленных нами рангов, т. е. $\sum R_з + \sum R_к = 90{,}5 + 29{,}5 = 120$ — значит, наши вычисления правильны.

Т-критерий Уайта

Чтобы определить достоверность различий, меньшую сумму рангов **($T_{ф}$=29,5)** сравниваем с табличным значением критерия **($T_{ст}$)** для **$n_{э}$=8** и **$n_{к}$=7** при 5% уровне значимости

Значения *T*-критерия Уайта при $p = 0,95$

Большее число наблю-дений	Меньшее число наблюдений													
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4			11											
5		6	11	17										
6		7	12	18	26									
7		7	13	20	27	36								
8	3	8	14	21	29	38	49							
9	3	8	15	22	31	40	51	63						
10	3	9	15	23	32	42	53	65	78					
11	4	9	16	24	34	44	55	68	81	96				
12	4	10	17	26	35	46	58	71	85	99	115			
13	4	10	18	27	37	48	60	73	88	103	119	137		
14	4	11	19	28	38	50	63	76	91	106	123	141	160	
15	4	11	20	29	40	32	65	79	94	110	127	145	164	185
16	4	12	21	31	42	54	67	82	97	114	131	150	169	
17	5	12	21	32	43	56	70	84	100	117	135	154		
18	5	13	22	33	45	58	72	87	103	121	139			
19	5	13	23	34	46	60	74	90	107	124				
20	5	24	24	35	48	62	77	93	110					
21	6	14	25	37	50	64	79	95						
22	6	15	26	38	51	66	82							
23	6	15	27	39	53	68								
24	6	16	28	40	55									
25	6	16	28	42										
26	7	17	29											
27	7	17												

Т-критерий Уайта

$T_{ст}$ = 38

$T_{ф}$=29,5

$T_{ф} < T_{ст}$ – следовательно **различия** между группами **достоверные** (P<0,05)

$Х^2$ – критерий (шкала наименований)

Критерий $Х^2$ (хи-квадрат) применяется для сравнения распределений испытуемых двух групп на основе измерений **по шкале наименований**

Результаты распределяются по «таблицам»:

- **«четырехпольная»** (когда результаты делятся на две категории, например «выполнил» – «не выполнил»)
- **«многопольная»** (когда результаты делятся на несколько категорий, например «хочу» – «не хочу» – «не знаю»)

Χ² – критерий («четырехпольная»)

Пример:

Проверяем эффективность использования специальной методики обучения подъему разгибом на перекладине.

Экспериментальная группа – 25 человек. Контрольная группа – 25 человек.

Результаты измеряются по категориям «выполнил» – «не выполнил».

Экспериментальная группа: «выполнил» – 20 человек, «не выполнил» – 5 человек.

Контрольная группа: «выполнил» – 13 человек, «не выполнил» – 12 человек

$Х^2$ – критерий («четырехпольная»)

	Категория 1	Категория 2	
Экспериментальная группа	$Э_1$	$Э_2$	$Э_1+Э_2=n_э$
Контрольная группа	$К_1$	$К_2$	$К_1+К_2=n_к$
	$Э_1+К_1$	$Э_2+К_2$	$n_э+n_к=N$

В этой «таблице» $Э_1$ — число занимающихся в экспериментальной группе, попавших в первую категорию (класс), например в категорию выполнивших подъем разгибом; $Э_2$ — число занимающихся в экспериментальной группе, попавших во вторую категорию, например в категорию не выполнивших подъем разгибом; соответственно $К_1$ и $К_2$; N — общее число наблюдаемых (испытуемых), равное $Э_1+Э_2+К_1+К_2$, или $n_э+n_к$. На осно-

X^2 – критерий («четырехпольная»)

Если одна из величин более 10 и количество участников исследования (контрольная + экспериментальная группа) более 20, то используется формула:

$$\chi^2 = \frac{N(Э_1К_2 - Э_2К_1)}{n_э n_к (Э_1 + К_1)(Э_2 + К_2)}.$$

Если одна из величин в диапазоне 5-10 и количество участников исследования (контрольная + экспериментальная группа) более 20, то используется формула:

$$\chi^2 = \frac{N\left([Э_1К_2 - Э_2К_1] - \frac{N}{2}\right)^2}{n_э n_к (Э_1 + К_1)(Э_2 + К_2)}.$$

X^2 – критерий («четырехпольная»)

	Выполнили	Не выполнили	
Экспериментальная группа	$Э_1 = 20$	$Э_2 = 5$	$n_э = Э_1 + Э_2 = 25$
Контрольная группа	$К_1 = 13$	$К_2 = 12$	$n_к = К_1 + К_2 = 25$
	$Э_1 + К_1 = 33$	$Э_2 + К_2 = 17$	$N = n_э + n_к = 50$

Из «таблицы» видно, что все значения абсолютных частот *не меньше* 5, но одно значение ($Э_2$) равно 5, поэтому подсчет необходимо произвести по формуле (2).

$$\chi^2 = \frac{50 \cdot \left([20 \cdot 12 - 5 \cdot 13] - \frac{50}{2} \right)^2}{25 \cdot 25 \cdot (20 + 13) \cdot (5 + 12)} = 3{,}2.$$

Χ^2 – критерий («четырехпольная»)

Теперь необходимо полученное значение сравнить с критическим значением.

Вначале определяем число степеней свободы по формуле **V = C – 1**

V = 2-1 = 1

Критическое значение находим в таблице.

X^2 – критерий («четырехпольная»)

Критические значения статистик, имеющих распределение χ^2 с числом степеней свободы V, для уровня значимости $p = 0{,}05$

Степень свободы	Критические значения	Степень свободы	Критические значения
1	3,8	21	32,7
2	6,0	22	33,9
3	7,8	23	35,2
4	9,5	24	36,4
5	11,1	25	37,7
6	12,6	26	38,9
7	14,1	27	40,1
8	15,5	28	41,3
9	16,9	29	42,6
10	18,3	30	43,8
11	19,7	32	46,2
12	21,0	34	48,6
13	22,4	36	51,0
14	23,7	38	53,4
15	25,0	40	55,8
16	26,3	50	67,5
17	27,6	60	79,1
18	28,9	70	90,5
19	30,1	80	101,9
20	31,4	90	113,1
		100	124,3

X^2 – критерий («четырехпольная»)

Если полученное значение **меньше табличного**, то различия **недостоверные**

Если полученное значение **больше табличного**, то различия **достоверные**

X^2 – критерий («многопольная»)

Пример:

Проверяем эффективность профориентационной работы в университет.

Экспериментальная группа – 100 человек. Контрольная группа – 100 человек.

Результаты измеряются по категориям «хочу поступать» – «не хочу поступать» - «не знаю».

Экспериментальная группа: «хочу поступать» – 40 человек, «не хочу поступать» – 35 человек, «не знаю» – 25 человек

Контрольная группа: «хочу поступать» – 20 человек, «не хочу поступать» – 45 человек, «не знаю» – 35 человек

X^2 – критерий («многопольная»)

	Категория 1	Категория 2		Категория i
Экспериментальная группа	$Э_1$	$Э_2$	......	$Э_i$
Контрольная группа	$К_1$	$К_2$	......	$К_i$
	$Э_1 + К_1$	$Э_2 + К_2$		$Э_i + К_i$

X^2 – критерий («многопольная»)

$$\chi^2 = \frac{1}{n_э n_к} \sum_{i=1}^{c} \frac{(n_э К_i - n_к Э_i)^2}{Э_i + К_i}.$$

X^2 – критерий («многопольная»)

	«Хочу»	«Не хочу»	«Не знаю»	
Эксперименталь-ная группа	$Э_1 = 40$	$Э_2 = 35$	$Э_3 = 25$	$n_э = 100$
Контрольная группа	$К_1 = 20$	$К_2 = 45$	$К_3 = 35$	$n_к = 100$
	$Э_1 + К_1 = 60$	$Э_2 + К_2 = 80$	$Э_3 + К_3 = 60$	$N = 200$

$$\chi^2 = \frac{1}{n_э n_к} \sum_{i=1}^{C} \frac{(n_э К_i - n_к Э_i)^2}{Э_i + К_i} = \frac{1}{n_э n_к}\left[\frac{(n_э К_1 - n_к Э_1)^2}{Э_1 + К_1} + \right.$$

$$\left. + \frac{(n_э К_2 - n_к Э_2)^2}{Э_2 + К_2} + \frac{(n_э К_3 - n_к Э_3)^2}{Э_3 + К_3}\right] = \frac{1}{100 \cdot 100} \times$$

$$\times \left[\frac{(100 \cdot 20 - 100 \cdot 40)^2}{40 + 20} + \frac{(100 \cdot 45 - 100 \cdot 35)^2}{35 + 45} + \right.$$

$$\left. + \frac{(100 \cdot 35 - 100 \cdot 25)^2}{25 + 35}\right] = 9{,}58.$$

χ^2 – критерий («многопольная»)

Теперь необходимо полученное значение сравнить с критическим значением.

Вначале определяем число степеней свободы по формуле **V = C – 1**

V = 3-1 = 2

Критическое значение находим в таблице.

X^2 – критерий («многопольная»)

Критические значения статистик, имеющих распределение χ^2 с числом степеней свободы V, для уровня значимости $p = 0,05$

Степень свободы	Критические значения	Степень свободы	Критические значения
1	3,8	21	32,7
2	6,0	22	33,9
3	7,8	23	35,2
4	9,5	24	36,4
5	11,1	25	37,7
6	12,6	26	38,9
7	14,1	27	40,1
8	15,5	28	41,3
9	16,9	29	42,6
10	18,3	30	43,8
11	19,7	32	46,2
12	21,0	34	48,6
13	22,4	36	51,0
14	23,7	38	53,4
15	25,0	40	55,8
16	26,3	50	67,5
17	27,6	60	79,1
18	28,9	70	90,5
19	30,1	80	101,9
20	31,4	90	113,1
		100	124,3

X^2 – критерий («многопольная»)

Если полученное значение **меньше табличного**, то различия **недостоверные**

Если полученное значение **больше табличного**, то различия **достоверные**