# Лекция 5. Термодинамика газового потока

Остренко С.А.

Для студентов специальности
190702 (240400.01) Организация и безопасность движения
(Автомобильный транспорт)

# Повестка дня

- Основные понятия
  - Уравнение энергии газового потока
  - Располагаемая работа газового потока
- Закономерности соплового и диффузорного адиабатного течения газа
  - Истечение идеального газа из суживающихся сопел
  - Истечение идеального газа из комбинированного сопла Лаваля
  - Расчет истечения реальных газов и паров
- Дросселирование газов. Эффект Джоуля-Томпсона

# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. Уравнение энергии газового потока

Процессы движения газа, происходящие в различных теплотехнических установках, связаны с преобразованием энергии в газовом потоке.

Теория газового потока базируется на основных положениях термодинамики и на допущениях, при которых газ в процессе движения проходить ряд последовательных равновесных состояний.

# Уравнение энергии газового потока

Такими допущениями являются:

1. Течение газа – установившееся, т.е. в каждом выделенном сечении параметры газа во всех его точках остаются постоянными.
2. Бесконечно малые изменения параметров газа по сравнению со значениями самих параметров при переходе от одного сечения к другому.

Стационарное течение газа описывается системой уравнений, включающей уравнение неразрывности потока, уравнение состояния и уравнение энергии (уравнение 1-го закона термодинамики применительно к газовому потоку).

Уравнение неразрывности характеризует неизменность массового расхода газа в любом сечении канала при установившемся течении. Это уравнение имеет вид

$$Gv = Fw$$

или

$$G = \rho F w = \rho_1 F_1 w_1 = \rho_2 F_2 w_2 = const$$

где $G$ – массовый секундный расход газа; $F_1$, $F_2$ – площади поперечных сечений канала; $w_1$, $w_2$ – скорости в соответствующих сечениях; $\rho_1$, $\rho_2$ – плотности газа для тех же сечений потока ( $\rho = 1/v$ ).

Для одномерного газового потока в соответствии со вторым законом Ньютона (сила равна массе, умноженной на ускорение) можно записать следующее соотношение:

$$\frac{dp}{dx}dV = -w\frac{dw}{dx}\rho dV,$$

где $dp/dx$ – изменение давления по координате *x*; $dw/dx$ – изменение скорости по координате *x*;

Уравнение энергии газового потока

$$\frac{dp}{dx}dV = \frac{dp}{dx}dxF$$

– сила, действующая на выделенный элементарный объем *dV*;

$$w\frac{dw}{dx}$$

– ускорение элементарной массы газа

$$\rho dV$$

Уравнение энергии газового потока.
Пояснение выражения для ускорения

$$\frac{D\varphi(\tau,x,y,z)}{d\tau}=\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}+\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial\tau}+\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial\tau}+\frac{\partial\varphi}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial\tau}=$$

$$=\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}+\frac{\partial\varphi}{\partial x}w_x+\frac{\partial\varphi}{\partial y}w_y+\frac{\partial\varphi}{\partial z}w_z.$$

$$\frac{Dw(x)}{d\tau}=\frac{\partial w(x)}{\partial x}w(x).$$

Последнее соотношение можно переписать в виде

$$-dp = \rho w dw = \rho d\frac{w^2}{2}$$

Учитывая, что $\rho = 1/v$, получим

$$-vdp = d\frac{w^2}{2}$$

Полученное соотношение показывает, что приращения давления *dp* и скорости *dw* имеют разные знаки.

Следовательно, скорость одномерного потока возрастает с уменьшением давления.

Величина – *vdp* совпадает с формулой для располагаемой работы $dl_{расп}$ в уравнении первого закона термодинамики вида

$$dq = di - vdp$$

Отсюда уравнение первого закона термодинамики для газового потока при отсутствии сил тяжести и сил трения в газе примет вид

$$dq = di + d\frac{w^2}{2} \qquad (1)$$

где $d\left(w^2/2\right)$ – приращение кинетической энергии газа на выделенном участке.

Так как $i = u + pv$, то

$$dq = d\left(u + pv\right) + d\frac{w^2}{2} =$$

$$= du + d\left(pv\right) + d\frac{w^2}{2} \qquad (2)$$

где $d\left(pv\right) = pdv + vdp$ – элементарная работа проталкивания.

Последнее уравнение показывает, что теплота, сообщаемая газу, затрачивается на изменение внутренней энергии, на работу проталкивания и на изменение внешней кинетической энергии газа.

Уравнения (1), (2) являются основными для потоков газа и пара, причем они справедливы как для обратимых (не сопровождающихся действием сил трения), так и для необратимых течений (при наличии сил трения). При наличии сил трения должна затрачиваться работа трения $l_{тр}$, которая полностью переходит в теплоту $q_{тр}$. Вследствие равенства $l_{тр} = q_{тр}$ обе эти величины, имеющие противоположные знаки, взаимно уничтожаются.

Уравнение (2) с учетом гравитационных сил принимает вид

$$dq = du + d(pv) + d\frac{w^2}{2} + gdz$$

где *gdz* – элементарная работа против сил тяжести. Этой составляющей в газах ввиду ее малости обычно пренебрегают.

При адиабатном течении газа ($dq$=0) уравнение (1) принимает вид

$$di + d\frac{w^2}{2} = 0$$

После интегрирования получим

$$i_1 + \frac{w_1^2}{2} = i_2 + \frac{w_2^2}{2}$$

Таким образом, при адиабатном течении газа сумма удельных энтальпии и кинетической энергии остается неизменной.

Отметим, что уравнения (1), (2) справедливы в случае, когда газ при своем движении совершает лишь работу расширения и не производит полезной технической работы (например, работу на лопатках турбины).

При совершении технической работы уравнение первого закона термодинамики (2) для потока газа примет вид

$$dq = du + d\left(pv\right) + d\frac{w^2}{2} + dl_{\text{тех}} \quad (3)$$

где $dl_{\text{тех}}$ – элементарная техническая работа.

Сравнивая уравнение (3) с уравнением первого закона термодинамики для расширяющегося, но не перемещающегося газа, получим

$$dl_{\text{тех}} = dl - d(pv) - d\frac{w^2}{2}$$

Таким образом, техническая работа равна работе расширения газа за вычетом работы проталкивания и работы, затрачиваемой на приращение кинетической энергии газа.

## Располагаемая работа газового потока

Соотношение

$$-vdp = d\frac{w^2}{2}$$

устанавливает основные особенности течения газа в каналах различного профиля.

Так, например, в конфузоре (сужающемся канале) происходит уменьшение давления ($dp<0$) и увеличение скорости. Такие каналы называются соплами.

В диффузорах (расширяющихся каналах) течение газа сопровождается его сжатием с увеличением давления ($dp>0$) и уменьшением скорости ($dw<0$).

Если сечение канала остается неизменным, то давление и скорости газа будут постоянными ($dp=0$, $dw=0$) и располагаемая работа $dl_0=0$.

## Располагаемая работа газового потока

При адиабатном течении располагаемая работа газа равна разности энтальпий в начальном и конечном состояниях

$$l_0 = -\int_{i_1}^{i_2} di = i_1 - i_2$$

# ЗАКОНОМЕРНОСТИ СОПЛОВОГО И ДИФФУЗОРНОГО АДИАБАТНОГО ТЕЧЕНИЯ ГАЗА

Соплами называются каналы, в которых происходит снижение давления газа (*dp*<0), а диффузорами – каналы, в которых происходит повышение давления газа (*dp*>0).

Из уравнения

$$-vdp = d\frac{w^2}{2}$$

следует, что знаки *dp* и *dw* противоположны.

Поэтому всякий раз, когда давление в потоке понижается, скорость возрастает, а когда давление повышается, скорость убывает. Таким образом, в соплах происходит разгон, а в диффузорах торможение потока.

Заключение о том, какой профиль должен иметь канал, чтобы обеспечить сопловое или диффузорное течение газа, может быть сделано на основе анализа уравнения постоянства массового расхода *G* при стационарном течении газа

$$G = \frac{Fw}{v} = const$$

где *F* – сечение канала.

Прологарифмировав это уравнение, а затем, продифференцировав, будем иметь

$$\frac{dF}{F}+\frac{dw}{w}-\frac{dv}{v}=0 \quad (4)$$

Из уравнения адиабаты $pv^k = const$ если последнее продифференцировать, предварительно прологарифмировав, получим

$$\frac{dp}{p}+k\frac{dv}{v}=0$$

Выразив из последнего уравнения

$$\frac{dv}{v} = -\frac{1}{k}\frac{dp}{p}$$

а из

$$-vdp = d\frac{w^2}{2} = wdw$$

$$\frac{dw}{w} = -\frac{vdp}{w^2}$$

и подставив в (4), получим

$$\frac{dF}{F} = \frac{a^2 - w^2}{kw^2}\frac{dp}{p} \quad (5)$$

где $a = \sqrt{kpv}$ – местная адиабатная скорость звука в газе, т.е. скорость распространения малых упругих деформаций.

Если необходимо обеспечить сопловое течение (разгон потока) при скорости течения газа *w* меньше местной скорости звука «*a*» (с учетом того, что в соплах $dp<0$) из (5) имеем $dF<0$, т.е. канал должен быть суживающимся.

Если же $w>a$ (течение газа сверхзвуковое), из (5) получим $dF>0$, и для разгона потока сопло должно быть расширяющимся.

Для обеспечения диффузорного течения (торможения потока) при $w<a$ (дозвуковое течение газа) из (5) с учетом того, что $dp>0$, получим $dF>0$, т.е. канал должен быть расширяющимся. Если же $w>a$ ( течение газа сверхзвуковое) из (5) получим $dF<0$, и для торможения потока канал должен быть суживающимся.

В случае течения несжимаемой жидкости *v*=const из уравнения

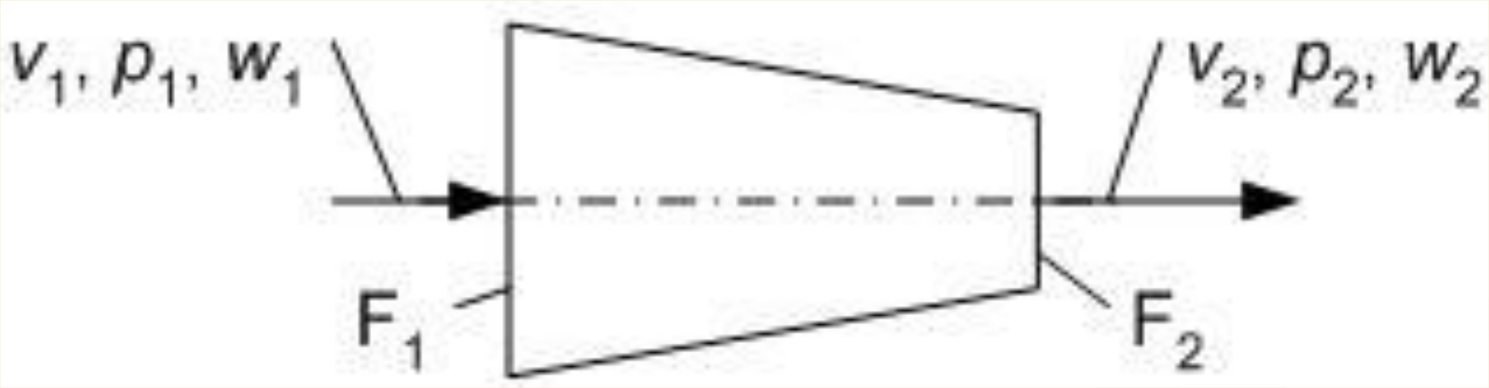
$$G = Fw/v = const$$

получаем

$$Fw = const$$

Поэтому для несжимаемой жидкости увеличение сечения всегда ведет к торможению потока, а уменьшение сечения – к его разгону.

# Истечение идеального газа из суживающихся сопел




Допустим, что параметры газа на входе в сопло и выходе из него соответственно равны $p_1$, $v_1$ и $p_2$, $v_2$, а площадь выходного сечения $F_2$ .

Скорость истечения газа из сопла может быть найдена путем интегрирования соотношения

$$dl_0 = -vdp = d\frac{w^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \int \quad \Rightarrow$$

$$l_0 = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$

где $w_1$ и $w_2$ – скорости газа на входе и на выходе из сопла.

В случае, когда $w_2 >> w_1$, величиной $w_1$ можно пренебречь. Тогда скорость на выходе из сопла $w_2 = w$ определится по формуле

$$w = \sqrt{2l_0} = \sqrt{2\left(i_1 - i_2\right)}$$

Подставляя в эту формулу значение располагаемой работы при обратимом адиабатном расширении газа, получим

$$w = \sqrt{2\frac{k}{k-1}p_1 v_1\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}$$

Расход газа находится по уравнению неразрывности

$$G = \frac{F_2 w}{v_2}$$

Выразим удельный объем $v_2$ в выходном сечении сопла из уравнения адиабаты

$$p_2 v_2^k = p_1 v_1^k \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad v_2 = v_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{1/k}$$

Подставляя в уравнение расхода найденные выражения, получим

$$G = F_2 \sqrt{2\frac{k}{k-1}\frac{p_1}{v_1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}$$

## Истечение идеального газа из суживающегося сопла

Если зафиксировать давление $p_1$ и понижать давление за соплом $p_2$, то скорость потока $w_2$ и расход газа $G$ будут увеличиваться. При достижении скоростью $w_2$ значения, равного значению местной скорости звука $a$, дальнейший разгон потока в суживающемся канале, невозможен, поэтому после достижения давления $p_2$ в устье сопла, равного давлению, при котором $w_2=a$, расход газа $G$ по мере понижения давления $p_2$ будет оставаться неизменным и равным максимальному $G_{max}$.

## Истечение идеального газа из суживающегося сопла

Давление $p_2$, соответствующее достижению максимума расхода, называют критическим $p_{2кр}$, отношение давлений $p_{2кр}/p_1$ также называют критическим.

Скорость истечения $w_2$, равная местной скорости звука, называют критической скоростью и обозначают $w_{2кр}$.

Для получения максимального расхода при истечении газа из сопла необходимо взять первую производную по $p_2$ от соотношения для расхода и приравнять ее к нулю, т.е.

$$\frac{d}{dp_2}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{k}}-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]=$$

$$=\frac{2}{k}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{k}-1}-\frac{k+1}{k}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}-1}=0$$

Отсюда

$$\frac{p_{2\text{кр}}}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = \beta_{кр}$$

Это отношение давлений, обеспечивающее максимальный расход, называют критическим и обозначают через $\beta_{\text{кр}}$

Критическое отношение давлений зависит только от свойств газов (от показателя адиабаты *k*). Например, для двухатомных газов $k = 1{,}4$ и $\beta_{кр} = 0{,}528$.

Подставляя в формулу расхода величину $\beta_{кр}$, получим значение максимального расхода

$$G_{max} = F_2 \sqrt{2\frac{k}{k+1}\frac{p_1}{v_1}\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{2}{k-1}}}$$

Подставляя величину $\beta_{\text{кр}}$ в формулу для скорости истечения из сопла, получим формулу для критической скорости

$$w_{\text{кр}} = \sqrt{2\frac{k}{k+1}p_1 v_1}$$

Критическая скорость истечения представляет собой максимальную скорость истечения газа из суживающегося сопла. Так как согласно приведенным выше рассуждениям максимальная скорость на выходе из сопла не может превысить местную скорость звука *a*, то, следовательно, $w_{кр} = a$.

Скорость распространения звука определяется по формуле Лапласа

$$a = \sqrt{k\frac{p}{\rho}} = \sqrt{kpv}$$

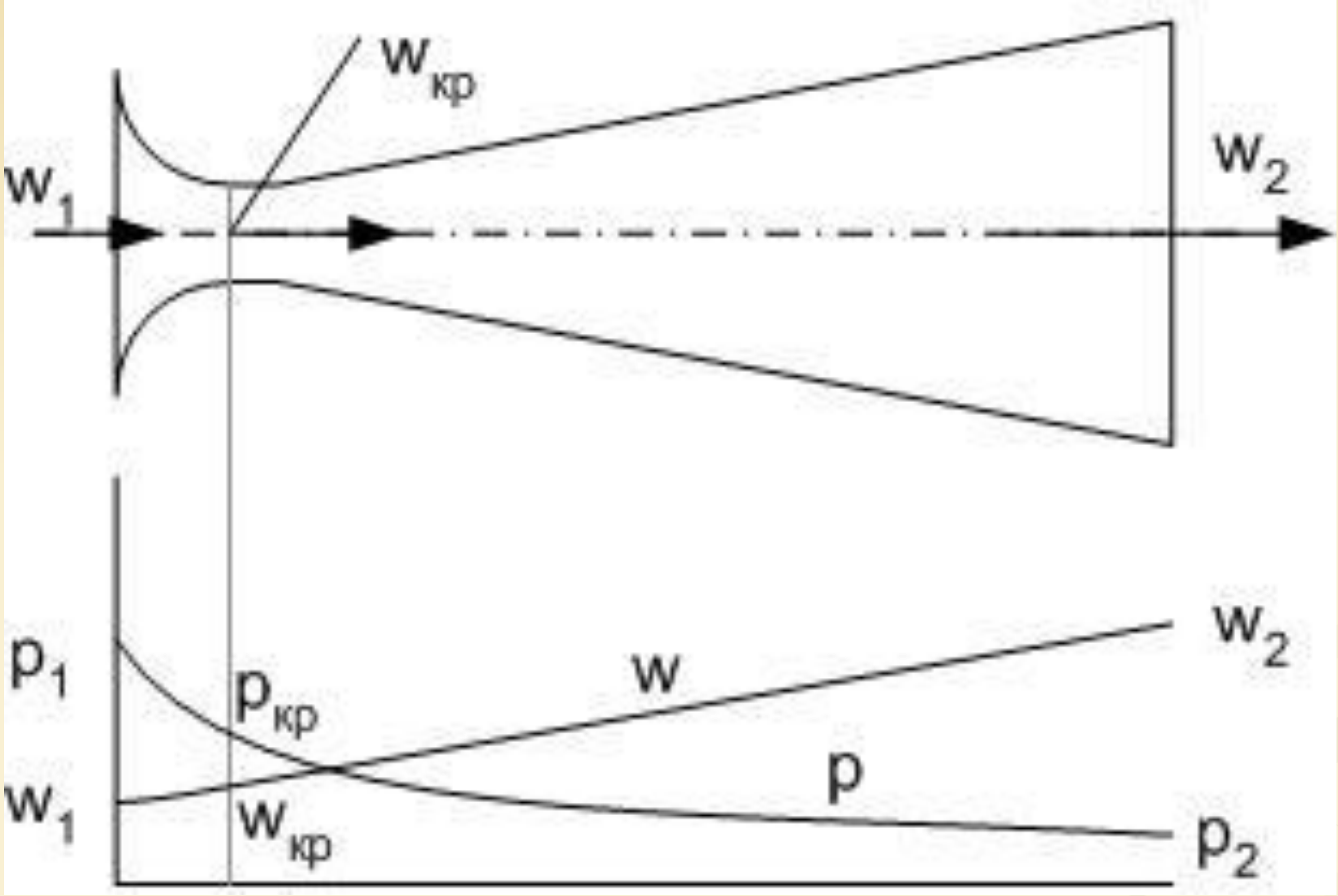
где *p* – давление среды; $\rho$ – плотность; *v* – удельный объем.

Для идеального газа, учитывая, что *pv* = RT, получим,

$$a = \sqrt{kRT}$$

# Истечение идеального газа из комбинированного сопла лаваля

Анализ, проведенный в предыдущих параграфах, показал, что скорость, большая скорости звука, может быть получена в комбинированных соплах, состоящих из суживающихся и расширяющихся частей (соплах Лаваля).




Сопло Лаваля

## Истечение идеального газа из комбинированного сопла Лаваля

В суживающейся части поток движется с дозвуковой скоростью, в узком сечении скорость равна скорости звука и в расширяющейся части она становится сверхзвуковой.

Сопла Лаваля включают короткий суживающийся участок и конический расширяющийся насадок.

Угол конусности насадка должен составлять (8 – 12)°.

Критическое давление и критическая скорость в узком сечении устанавливается в том случае, если давление окружающей среды на выходе из сопла меньше критического.

# Истечение идеального газа из комбинированного сопла Лаваля

Длина суживающейся части сопла обычно принимается равной диаметру минимального сечения. Длина расширяющейся части определяется по формуле

$$l = \frac{D - d}{2tg\left(\Omega/2\right)}$$

где $D$ – диаметр выходного отверстия сопла; $d$ – диаметр в минимальном сечении; $\Omega$ – угол конусности насадка сопла.

# Расчет истечения реальных газов и паров

Для расчета преимущественно используется *is*–диаграмма.

Из уравнения энергии газового потока для адиабатного истечения ($dq$=0 при $dl_{тех}$=0 получаем

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = i_1 - i_2$$

# Расчет истечения реальных газов и паров

При

$$w_1 \cong 0$$

$$w_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2)}$$

По этой формуле рассчитывается скорость истечения идеального газа с помощью *is* – диаграммы.

Расход газа определяется по формулам:

если $$\beta = \frac{p_2}{p_1} >, \beta_{кр} = \frac{p_{2кр}}{p_1}$$

то

$$G = \frac{F_2 w_2}{v_2}$$

если $$\beta <, \beta_{кр}$$ то

$$G = G_{\max} = \frac{F_2 w_{2кр}}{v_{2кр}}$$

Критическая скорость

$$w_{2\text{кр}} = \sqrt{2\left(i_1 - i_{2\text{кр}}\right)}$$

может быть приближенно найдена по формуле для идеального газа, т.е. приняв

$$\beta_{\text{кр}} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

($k$=1,3 – для перегретого пара, $k$ = 1,035 + 0,1$x$ – для влажного пара со степенью сухости $x$).

При необратимом истечении действительная скорость $w$ будет меньше теоретической $w_т$, т.к. в этом случае имеют место потери кинетической энергии на трение газа как внутри потока, так и на стенках канала.

Потеря кинетической энергии будет

$$\Delta E = E_{\text{т}} - E = \frac{w_{\text{т}}^2 - w^2}{2} = \frac{w_{\text{т}}^2 - \varphi^2 w_{\text{т}}^2}{2} =$$

$$= \left(1 - \varphi^2\right)\frac{w_{\text{т}}^2}{2} = \xi \frac{w_{\text{т}}^2}{2}$$

где $\xi = 1 - \varphi^2$ – коэффициент потерь энергии;

$\varphi = w / w_{\text{т}}$ – коэффициент скорости.

Отсюда

$$w = w_{\text{т}}\sqrt{1-\xi} \quad \text{или} \quad w = \varphi w_{\text{т}}$$

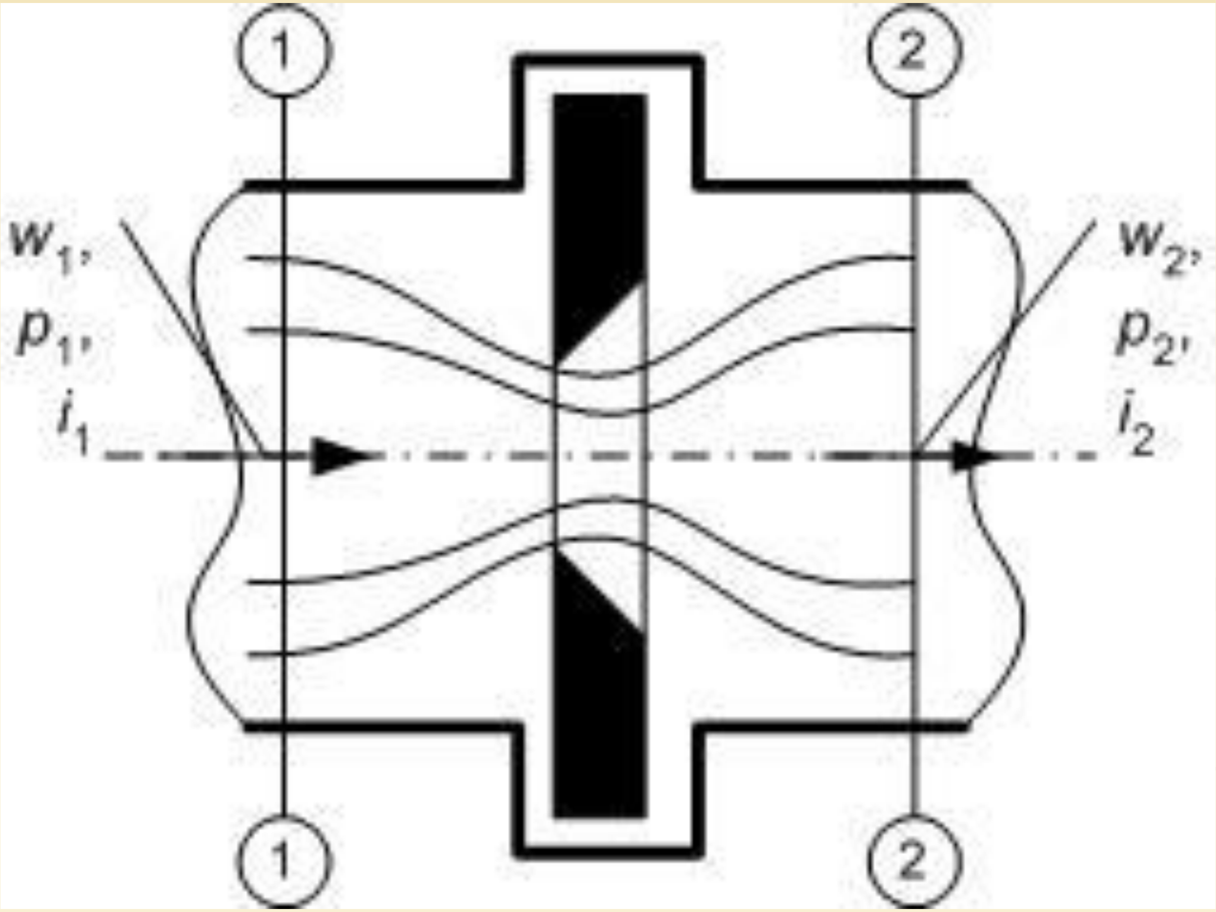
где

$$\varphi = \sqrt{1-\xi}$$

# ДРОССЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОВ

Адиабатным дросселированием (или мятием) называют необратимый переход рабочего тела от высокого давления $p_1$ к низкому давлению $p_2$ без теплообмена, изменения скорости и без совершения технической работы.

Дросселирование, близкое к адиабатному, имеет место на практике при прохождении жидкости или газа через вентили, задвижки и измерительные диафрагмы.




Дроссельное устройство

# Адиабатное дросселирование

Из уравнения энергии газового потока для адиабатного дросселирования ($dq = 0$) при условии $dl_{тех} = 0$ при условии, что сечения канала до (1–1) и после (2–2) расширения одинаковы, после интегрирования получаем соотношение

$$i_1 = i_2$$

следовательно, энтальпия газа в результате дросселирования не изменяется.

## Адиабатное дросселирование

Опытами установлено, что в результате дросселирования изменяется температура рабочего тела.

Это явление было обнаружено Джоулем и Томсоном в 1852 году и получило название эффекта Джоуля-Томсона.

# Адиабатное дросселирование

Изменение температуры при дросселировании связано с тем, что в каждом реальном газе действуют силы притяжения и отталкивания между молекулами.
При дросселировании происходит расширение газа, сопровождающееся увеличением расстояния между ними.
Это приводит к уменьшению внутренней энергии рабочего тела, связанному с затратой работы, что, в свою очередь, приводит к изменению температуры.

# Адиабатное дросселирование

Температура идеального газа в результате дросселирования не изменяется, и эффект Джоуля-Томсона в данном случае равен нулю.

Таким образом, изменение температуры реального газа при дросселировании определяется величиной отклонения свойств реального газа от идеального, что связано с действием межмолекулярных сил.

Различают дифференциальный и интегральный температурные дроссель–эффекты.

При дифференциальном эффекте Джоуля-Томсона температура изменяется на бесконечно малую величину, а при интегральном – на конечную величину.

## Адиабатное дросселирование

Дроссельный эффект может быть положительным, отрицательным и равным нулю.

Положительный дроссель–эффект имеет место в случае, когда при дроселировании температура газа понижается.

Отрицательный – когда повышается.

В случае неизменности температуры при дросселировании наблюдается нулевой эффект Джоуля-Томсона.

# Адиабатное дросселирование

Состояние реального газа при дросселировании, когда дроссельный эффект равен нулю, называется точкой инверсии. В этой точке происходит смена знака температурного эффекта.

Если температура газа перед дросселированием меньше температуры инверсии, то газ при дросселировании охлаждается, если больше – то нагревается.

# Выводы

Термодинамика газового потока объясняет изменения, происходящее с газами при течении по каналам переменного поперечного сечения – соплам и диффузорам. Объясняет условия, необходимые для создания сверхзвукового потока. Показывает возможность получения низких температур за счет дросселирования потока.

# Источники дополнительных сведений

Кудинов В.А. Техническая термодинамика. Учеб. пособие для втузов / В.А. Кудинов, Э. М. Карташов. – 3-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2003. – 261 с.